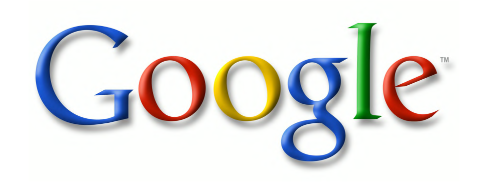








HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année MDCCVII.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Academie.



A PARIS,
Chez JEAN BOUDOT, Imprimeur Ordinaire du Roy, & de l'Academie Royale des Sciences, ruë S. Jacques au Soleil d'or, proche la Fontaine S. Severin.

M. DCCVIII.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

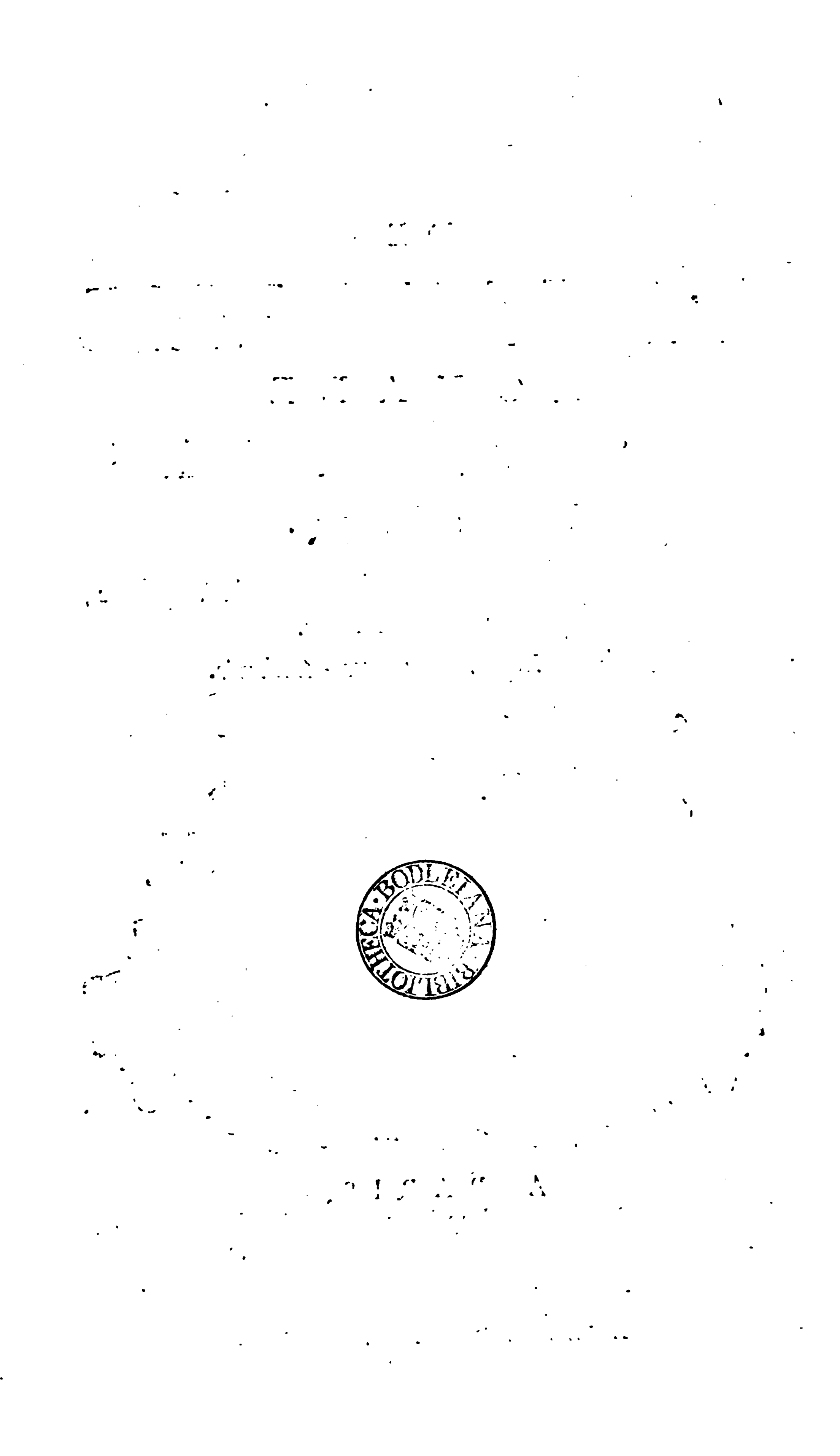

BIBLIOTHECA·BODLEIANA



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

TABLE.

BOTANIQUE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

GEOGRAPHIE.

ACOUSTIQUE.

TABLE.

MECHANIQUE.



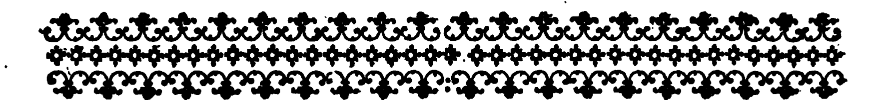


TABLE
POUR
LES MEMOIRES.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU ROY DE FRANCE ET DE NAVARRE: A nos amez & feaux Conseillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Senechaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra: SALUT. Nôtre Academie Royale des Sciences Nous ayant très-humblement fait exposer, que depuis qu'il Nous a plû luy donner par un Reglement nouveau de nouvelles marques de nôtre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences qui sont l'objet de ses exercices; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'Elle a déja donnez au public, Elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit luy accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous luy avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrest de nôtre Conseil d'Etat du 13. du mois d'Aoust dernier. Et desirant donner à ladite Academie en corps, & en particulier à chacun de ceux qui la composent, toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au public; Nous avons permis & permettons par ces Presentes à ladite Academie, de faire imprimer, vendre & debiter dans tous les lieux de nôtre obéïssance, par tel Imprimeur qu'Elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractere, & autant de fois que bon luy semblera: *Toutes les Recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées de l'Academie Royale des Sciences*; comme aussi *les Ouvrages, Memoires ou Traitez de chacun des particuliers qui la composent*, & generalement tout ce que ladite Academie voudra faire paroître sous son nom, lorsqu'après avoir examiné & approuvé lesdits Ouvrages aux termes de l'article XXX. dudit Reglement, elle les jugera dignes d'être imprimez: & ce pendant le tems de dix années consecutives, à compter du jour de la datte desdites Presentes. Faisons très-expresses deffenses à tous Imprimeurs, Libraires, & à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition que ce soit, d'imprimer, faire imprimer en tout ni en partie, aucun des Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Academie; comme aussi d'en introduire, vendre & debiter d'impression étrangere dans nôtre Royaume sans le consentement par écrit de ladite Academie ou de ses ayans cause, à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de son-

dit Imprimeur, de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interests: à condition que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs-Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour: Que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans nôtre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformement aux Reglemens de la Librairie; & qu'avant que de les exposer en vente il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans nôtre Bibliotheque publique, un dans celle de nôtre Château du Louvre, & un dans celle de nôtre trés-cher & feal Chevalier Chancelier de France le sieur Phelyppeaux Comte de Pontchartrain Commandeur de nos Ordres, le tout à peine de nullité des Presentes; du contenu desquelles Vous mandons & enjoignons de faire joüir ladite Academie ou ses ayans cause pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires foy soit ajoûtée comme à l'original: Commandons au premier nôtre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & necessaires sans autre permission, & nonobstant Clameur de Haro, Chartre Normande & Lettres à ce contraires: Car tel est nôtre plaisir. Donné à Versailles le neuviéme jour de Fevrier, l'an de grace mille sept cens quatre, & de nôtre Regne le soixante & uniéme. Par le Roy en son Conseil, Le Comte.

L'Academie Royale des Sciences par déliberation du 27. Fevrier 1707. a cedé le present Privilege à Jean Boudot fils son Libraire, pour en joüir conformément au Traité fait par l'Academie avec feu le sieur Boudot son Pere le 13. Juillet 1699. En foy de quoy j'ay signé, à Paris ce 27. Fevrier 1707.

Fontenelle, *Secretaire de l'Academie Royale des Sciences.*

Registré sur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, Numero CVI *page 136. conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrest du Conseil du 13. Aoust dernier. A Paris, ce 13. Fevrier 1704.*

P. Emery, *Syndic.*

HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.
Année M. DCCVII.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR LA LUMIERE DES CORPS FROTE'S.



E nouveau & ingenieux Phoſphore de M. Bernoulli, dont il a été parlé dans les Hiſt. de 1700 * & de 1701 *, ne pouvoit manquer d'exciter la curioſité des Philoſophes, & ſur tout celle de l'Academie, qui a en quelque ſorte un droit particulier ſur cette découverte, dûë à l'un de ſes Membres. Entre les experiences qui ont été faites ſur ce ſujet, on eſt venu à celles de la Lumiere que rendent certains corps frotés dans l'obſcurité. M. Bernoulli écrivit qu'il avoit fait depuis

* Pag. 5. & ſuiv.
* p. 1. & ſuiv.

long-temps des observations sur ces Phenomenes, mais que jusque-là il avoit negligé d'en rendre compte à la Compagnie. Voici quel en est le résultat.

Comme elles n'ont pas été faites la plûpart sur les Corps qui rendent le plus aisément de la lumiere, tels que seroient le dos d'un Chat froté à contre-poil en hiver, ou du Sucre, ou du Souffre qu'on pile, &c. il y a certaines conditions à observer.

D'abord il faut que des deux Corps que l'on frote l'un contre l'autre, il y en ait au moins un qui soit transparent, afin que l'on puisse voir la lumiere au travers, pendant qu'elle dure, car d'ordinaire elle ne dure pas plus que le frotement.

Il faut que la superficie des deux Corps soit plane, bien polie, & bien nette, afin que le contact soit immediat.

Il faut que les deux Corps soient durs.

Une grande densité sans une grande dureté fait aussi son effet. Ainsi M. Bernoulli a eu de la lumiere en frotant contre une glace de verre du Mercure amalgamé avec l'étain.

L'un des deux Corps doit être le plus mince qu'il se pourra, il en sera plus aisé à échauffer par le frotement, & en rendra plus promptement de la lumiere, & une lumiere plus vive. C'est ce que M. Bernoulli a éprouvé sur de petites plaques de Cuivre de differente épaisseur.

L'Or froté contre le verre lui a paru le plus propre de tous les metaux à donner de la lumiere. Aucun corps n'en donne une si exquise que le Diamant. Elle n'est pas moins vive que celle d'un Charbon fortement excitée par le souffle. Il n'importe de quelle épaisseur soit le Diamant.

Delà M. Bernoulli a conclu que M. Boyle, tout habile qu'il étoit dans la Physique experimentale, a regardé comme une espece de prodige ce qui n'en étoit pas un. C'étoit un Diamant qui étant froté dans l'obscurité jettoit de l'éclat, & auquel il donna le superbe nom d'*Adamas lucidus*. Il n'avoit point de privilege particulier. Il est vrai cependant que son éclat duroit quelques instans

aprés le frotement, ce qui ne laisseroit pas de fonder en partie l'estime qu'en faisoit M. Boyle.

A l'occasion des Experiences de M. Bernoulli, M. Cassini le fils en fit aussi sur le même sujet.

1°. Un Diamant taillé en table, froté contre une glace de verre, rendit une lumiere semblable à peu prés à celle d'un Charbon enflamé, & qui parut plus large que la face du Diamant.

2°. Un Diamant taillé à facettes a rendu une lumiere moins vive.

3°. Un Ecu, & diverses autres plaques d'argent, en ont moins rendu que le Diamant.

4°. Un Double de Cuivre, & un sol en ont un peu rendu.

Tous les differens Corps des Experiences précedentes ont été frotés contre du verre.

5°. Le Diamant en table froté contre une plaque d'argent a fait de la lumiere.

SUR LES ARMES A FEU

DIFFEREMMENT CHARGÉES.

MOnsieur Carré ayant rapporté à l'Academie quelques Experiences qu'un de ses Amis avoit faites sur les Armes à feu chargées de differentes manieres, on voulut les verifier, & M. Cassini le fils s'en chargea.

Il fit une espece de Machine, où il y avoit une piece de bois, armée à une de ses extremités d'une plaque de taule assés épaisse, qui devoit recevoir tous les coups d'un même fusil, tiré toûjours d'une même distance. Cette piece étoit mobile, & devoit ceder au coup plus ou moins, selon qu'il avoit plus ou moins de force, & en même temps marquer par la construction de la Machine combien elle avoit cedé.

Les Experiences de M. Cassini le fils font voir,

1°. Que lorſqu'on met de la bourre entre la poudre & la balle, l'effort en eſt plus grand. La raiſon en eſt manifeſte, & c'eſt-là la pratique commune.

2°. Que tout le reſte étant égal, les balles de calibre font plus d'effet, apparemment parcequ'elles ne ſortent pas ſi-tôt, & donnent lieu à l'inflammation d'une plus grande quantité de poudre.

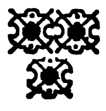
3°. Que lorſqu'on bourre la poudre avec violence, l'effort n'eſt pas plus grand, que lorſqu'on ſe contente de la preſſer, qu'au contraire il paroît un peu moindre.

4°. Que la poudre que l'on met par deſſus la balle en diminuë l'effet, parceque comme la poudre fait ſon effort en tous ſens, celle qui eſt ſur la balle s'oppoſe en partie au mouvement qui la fait ſortir.

5°. Que cependant cette poudre contraire à l'effet de la balle, en augmente le bruit.

6°. Que le feu de la poudre qui eſt ſous la balle communique avec celle qui eſt deſſus, même quoique la balle ſoit de calibre, & qu'elle ſoit entre deux bourres. Cela paroît par la grande augmentation du bruit.

7°. Qu'en prenant une balle qui ne ſoit point de calibre, en mettant peu de poudre deſſous, & beaucoup par deſſus, on peut tirer avec un tres-grand bruit, & ſans aucun effet ſenſible. Ceux à qui on a vendu des ſecrets pour être invulnerables ou *durs*, & qui ont eu la précaution d'en vouloir voir des épreuves, ont apparemment été trompés par ce tour de main, dont ils ne ſe ſont pas apperçûs.



SUR LES PIERRES
ET PARTICULIEREMENT
SUR CELLES DE LA MER.

UN voyage que M. Saulmon fit ſur la Côte de Normandie & de Picardie, dans le Païs où elles confinent, lui valut quelques remarques, & quelques reflexions phyſiques, qu'il communiqua à l'Academie.

Les *Galets* ſont des *Cailloux* ordinairement plats & ronds, & toûjours fort polis, que la Mer pouſſe ſur ces Côtes-là. Il eſt aiſé de comprendre que leur figure & leur poli leur viennent d'avoir été long-temps batus & agités par les flots, & uſés les uns contre les autres. Mais il s'en trouve auſſi dans les Terres; M. Saulmon a appris qu'à Caïeux quand on creuſe des Caves, il s'écroule du galet en abondance, & qu'à Brutel qui eſt à une lieuë de la Mer, la même choſe eſt arrivée lorſqu'on creuſoit un Puits; & de plus il a obſervé que les Montagnes de Bonnueil, de Broye & du Queſnoy, qui ſont environ à 18 lieuës de la Mer, ſont toutes couvertes de galet. Il en a vû auſſi dans la Vallée de Clermont en Beauvaiſis, & a remarqué qu'il n'y en a point ſur la cime de la Montagne, qui eſt fort haute.

Parmi les galets qui ſont dans les Terres, il s'en trouve pluſieurs qui ont une ſurface inégale, irréguliere & heriſſée de pointes, & de plus cette ſurface eſt une eſpece *d'écorce*, differente du reſte de leur ſubſtance. Il paroît que c'eſt-là leur état naturel, car une cauſe étrangere ne peut les avoir revêtus de cette écorce, & au contraire elle peut les en avoir dépoüillés, & cette cauſe ſera un frotement long & violent. Il eſt d'ailleurs extrêmement probable qu'ils ſoient de la même eſpece que les Cailloux, qui ont une pareille écorce aſſés épaiſſe, &

toute de craye. Mais qui aura enlevé cette envelope aux galets qui sont dans les Terres?

M. Saulmon n'hesite point à croire que toutes ces Terres auront été autrefois couvertes de la Mer. Nous avons déja proposé cette pensée dans l'Hist. de 1706 *, avec quelques-unes des preuves qui la peuvent appuïer. Mais M. Saulmon pour la rendre encore plus vrai-semblable, du moins à l'égard du Païs où il a fait ses observations, voulut montrer par la disposition des lieux, que quand la Mer les couvroit, les Courans qui se formoient entre les Montagnes, & les tournoyemens d'eau, devoient jetter les plus grands ou les plus petits galets dans les endroits où il les a effectivement trouvés; car il faut remarquer que le plus souvent les grands & les petits ne sont pas mêlés ensemble, mais distribués les uns d'un côté, les autres d'un autre. Il est visible que selon l'idée de M. Saulmon cette Montagne, dont la cime n'avoit point de galet, se sera élevée par sa pointe au-dessus de la Mer, & par consequent n'aura pû recevoir dans toute cette partie les pierres que les flots rouloient; mais de déterminer par les loix du mouvement des Corps qui circulent dans un fluide & avec lui, la differente distribution qui a dû se faire du galet en differens lieux, ce seroit & une Topographie si particuliere, & une Physique si délicate, que nous ne croïons pas y devoir entrer. Nous ferons seulement deux observations aprés M. Saulmon.

* p. 9. & suiv.

1°. Un trou de 16 pieds de profondeur percé directement & horizontalement dans la Falaise du Tresport, qui est toute de Moëlon, a disparu en 30 ans, c'est à dire, que la Mer a miné dans la Falaise cette épaisseur de 16 pieds. En supposant qu'elle avance toûjours également, elle mineroit 1000 toises ou une petite demi-lieuë de Moëlon en 12000 ans. Il est constant par les Histoires qu'en une infinité d'endroits la Mer s'est avancée ou retirée, & qu'en general elle a un mouvement, mais fort lent, pour changer ses premieres bornes.

2°. Non-seulement les Cailloux ont tous une écorce de

craye, mais on pourroit croire que leur ſubſtance noire & dure, qui eſt proprement le caillou, n'auroit été que de la craye, qui s'eſt peu à peu endurcie, & a changé de couleur. M. Saulmon a fait voir des Cailloux de differens *âges*, dont quelques-uns avoient encore à leur centre une quantité plus ou moins grande de craye toute molle, d'autres avoient des veines de craye qui ſe répandoient dans leur ſubſtance noire, & en auroient pris apparemment avec le temps la noirceur & la dureté. Il conjecture même que les Cailloux trop *vieux* ſe pourriſſent, & que ce ſont ceux-là dont on trouve que la ſubſtance noire eſt devenuë rougeâtre, moins liée, & comme roüillée. Tout cela s'accommoderoit aſſés avec le Syſtême rapporté dans l'Hiſt. de 1702*, que les Pierres viennent de ſemence. Une opinion ſi hardie ne peut, ſi elle eſt vraïe, ſe verifier que fort lentement.

* p. 30. & ſuiv.

DIVERSES OBSERVATIONS

DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

UN Muſicien illuſtre, grand Compoſiteur, fut attaqué d'une fiévre, qui ayant toûjours augmenté devint continuë avec des redoublemens; enfin le ſeptiéme jour il tomba dans un délire tres-violent, & preſque ſans aucun intervalle, accompagné de cris, de larmes, de terreurs, & d'une inſomnie perpetuelle. Le troiſiéme jour de ſon délire, un de ces inſtincts naturels que l'on dit qui font chercher aux Animaux malades les Herbes qui leur ſont propres, lui fit demander à entendre un petit concert dans ſa Chambre; ſon Medecin n'y conſentit qu'avec beaucoup de peine. On lui chanta les Cantates de M. Bernier. Dés les premiers accords qu'il entendit, ſon viſage prit un air ſerein, ſes yeux furent tranquilles, les convulſions ceſſerent abſolument, il verſa des

larmes de plaisir, & eut alors pour la Musique une sensibilité qu'il n'avoit jamais euë, & qu'il n'a plus étant gueri. Il fut sans fiévre durant tout le Concert, & dés que l'on eut fini, il retomba dans son premier état. On ne manqua pas de continuer l'usage d'un remede, dont le succés avoit été si imprévû & si heureux, la fiévre & le délire étoient toûjours suspendus pendant les Concerts, & la Musique étoit devenuë si necessaire au Malade, que la nuit il faisoit chanter, & même danser une Parente qui le veilloit quelquefois, & qui étant fort affligée, avoit bien de la peine à avoir pour lui ces sortes de complaisances. Une nuit entre autres qu'il n'avoit auprés de lui que sa Garde qui ne sçavoit qu'un miserable Vaudeville, il fut obligé de s'en contenter, & en ressentit quelque effet. Enfin 10 jours de Musique le guerirent entierement, sans autre secours que celui d'une saignée du pied, qui fut la seconde qu'on lui fit, & qui fut suivie d'une grande évacuation. M. Dodart rapporta cette Histoire qu'il avoit bien verifiée; il ne prétendoit pas qu'elle pût servir d'exemple, ni de regle, mais il est assés curieux de voir comment dans un Homme, dont la Musique étoit, pour ainsi dire, devenuë l'Ame par une longue & continuelle habitude, des Concerts avoient rendu peu à peu aux Esprits leur cours naturel. Il n'y a pas d'apparence qu'un Peintre pût être gueri de même par des Tableaux, la Peinture n'a pas le même pouvoir que la Musique sur le mouvement des Esprits, & nul autre Art ne la doit égaler sur ce point.

II.

Un Philosophe, ami de M. Carré, & dont nous avons déja parlé plusieurs fois dans les Histoires précedentes, croyoit sur quelques Experiences qu'il avoit faites, que les Animaux qui se voïent dans l'eau avec le Microscope, n'y multiplioient point, & qu'ils venoient de petites Mouches invisibles, qui déposoient leurs œufs dans l'air. En effet, comme ces Animaux sont des especes de petits Vers, il seroit assés naturel qu'ainsi que beaucoup d'au-

tres Vers, ils vinssent de quelque espece aîlée. Mais l'Observateur s'est desabusé de cette opinion. Il a fait boüillir de l'eau & du fumier mêlés ensemble, & en a rempli deux fioles égales, qu'il a laissé refroidir jusqu'à ce qu'elles fussent tiedes. Il a mis dans une de ces fioles deux petites gouttes d'eau, qu'il avoit prises dans un Vase, dont l'eau étoit remplie d'Animaux, & 8 jours aprés il a trouvé cette fiole remplie d'une quantité innombrable d'Animaux de la même espece que ceux des deux gouttes d'eau. Pour l'autre fiole, il n'y apperçût rien, quoique le fumier eût pû apparemment produire quelques Animaux. Toutes les deux avoient été tres-exactement bouchées. Voilà donc la multiplication des petits Animaux de l'eau assés bien établie, mais elle l'est encore mieux s'il est bien vrai que ce ce Philosophe les ait vûs s'accoupler, il l'est du moins qu'il les a vûs s'unir deux à deux. On pourroit croire que c'est pour se battre, mais ne se battroient-ils jamais que deux à deux ?

III.

M. Lewenhoëck dit qu'il n'a pû observer la circulation du sang dans les Insectes, & cela l'a réduit à imaginer une autre maniere dont il croit que leur vie s'entretient. Mais le Philosophe dont nous venons de parler, tres-exercé dans l'usage du Microscope, prétend avoir vû distinctement la circulation dans la jambe d'une Araignée.

IV.

M. Homberg a dit qu'un jeune Homme qu'il connoît, qui se porte fort bien, rend tous les jours par les selles depuis 4 ou 5 ans une grande quantité de Vers, longs de 5 ou 6 lignes, quoiqu'il ne mange ni fruit ni salade, & qu'il ait fait tous les remedes connus. Il a rendu une fois ou deux plus d'une aune & demie d'un Ver plat, divisé par nœuds, qu'on appelle *le Solitaire*. On voit par-là combien il doit y avoir d'œufs d'Insectes dans tous les Alimens, qu'on soupçonneroit le moins d'en contenir, & qu'il ne faut qu'un Estomac, & pour ainsi dire, un four propre à les faire éclorre.

V.

L'*Iguana* eſt une eſpece de Lezard qui ſe trouve dans toute l'Amerique, & qui eſt décrit dans le Livre de Piſon; *De utriuſque Indiæ re naturali & medica.* Il eſt amphibie, & a deux Ventricules dont l'un renferme ſouvent une Pierre blanche en dehors, & dont le dedans eſt de la couleur à peu prés des Bezoars de l'Amerique. Elle a la vertu de chaſſer la pierre des Reins, & la gravelle, & de guerir les ſuppreſſions d'urine. On la donne en poudre tres-fine, avec une égale quantité de poudre de coquille de Noiſette, le tout au poids d'une dragme, dans de l'eau de fleur d'Orange, pourvû qu'il n'y ait point de fiévre, ni de ſoupçon d'inflammation dans les Ureteres, ou dans la Veſſie, auquel cas il faudroit la donner dans du vin blanc, mêlé avec de l'eau ou de Perſil, ou de Parietaire, ou de quelque autre Diuretique. Elle fait ſon effet quelquefois dans une heure, & au plus tard dans trois. Un Medecin Eſpagnol de Caracas ayant écrit ſur ce ſujet à M. de Pas Medecin de la Faculté de Montpellier, qui eſt avec M. des Landes Directeur de la Compagnie de l'Aſſiente en Amerique, & lui ayant rapporté pluſieurs experiences qu'il a faites de la pierre de l'Iguana, on a eu dans l'Academie cette Lettre du Medecin Eſpagnol à M. de Pas.

V I.

M. Homberg a dit que les Européennes qui vont à Batavia n'y peuvent nourrir leurs Enfans, parceque leur lait eſt ſi ſalé qu'ils n'en veulent point; au lieu que celui des Negreſſes, quoiqu'elles uſent des mêmes alimens, eſt doux & ſucré à l'ordinaire, & ce ſont elles qui nourriſſent les Enfans des Hollandois & des Anglois. Lui-même, qui eſt né à Batavia, y a été nourri par une Noire. Il croit qu'apparemment quand les Européennes ſont tranſportées dans un climat ſi chaud, pour lequel elles ne ſont pas faites, les vaiſſeaux deſtinés en elles à filtrer le lait ſe dilatent trop, & laiſſent paſſer des ſels qui ne devroient pas entrer dans la compoſition de cette liqueur; mais que

les femmes des Païs chauds sont par la premiere formation telles qu'elles doivent être pour la generation d'un lait bien conditionné, c'est à dire, ou que les vaisseaux qui le filtrent sont naturellement plus étroits, & ne se dilatent point ensuite plus qu'il ne faut, ou qu'ils sont d'un tissu plus ferme, & moins capable de dilatation, ou enfin quelque chose d'équivalent.

VII.

M. Leibnits a écrit de Berlin à M. l'Abbé Bignon que le 6 Mars entre sept & dix heures du soir on avoit vû dans cette Ville, & dans les Païs voisins une lumiere Boreale, qui avoit quelque rapport à celle dont parle M. Gassendi dans la Vie de M. Peiresc. C'étoient deux arcs lumineux, dont l'un étoit plus élevé que l'autre, tous deux directement vers le Nord, leurs concavités tournées en embas, leurs cordes paralleles à l'horizon. Le superieur étoit interrompu; des rayons de lumiere naissans & qui s'évanoüissoient alloient de l'un vers l'autre.

VIII.

M. de la Lanne Consul en Candie a écrit au Consul de Tunis qu'à 2 milles de l'Isle de Santerini qui est à 70 milles de Candie, on s'est apperçû d'une nouvelle Isle, qui n'a paru d'abord que comme un petit Bâtiment, & qui grossissant chaque jour est devenuë aussi grande qu'un Vaisseau de haut bord. Elle est entourée de diverses autres petites Isles, & il en sort continuellement de grandes flames. Cette nouveauté est d'autant plus surprenante, qu'en cet endroit l'eau a plus de 60 brasses de profondeur, & qu'il faut que les feux soûterrains aïent une étrange force pour pouvoir lancer si haut au travers de la Mer une si grande masse de rochers. Comme en certains endroits de l'Isle de Santerini, & de quelques autres Isles de l'Archipel, le terrain est tout de Pierre-ponce, il y a bien de l'apparence que ces nouvelles Isles sont formées de ces pierres legeres. M. de Chastueil Gallaup, Gentilhomme Provençal, de beaucoup d'érudition & de merite, m'a fait l'honneur de me communiquer ce

fait, qu'il avoit appris par une Lettre de Tunis, & la même Lettre assuroit en même temps qu'il étoit confirmé par le Patron & les Matelots d'une Barque nouvellement arrivée de Levant à Souse au Royaume de Tunis, tous témoins oculaires de ce que M. de la Lanne avoit écrit.

NOus renvoyons aux Memoires:

V. les M. p. 1. Le Journal des Observations de M. de la Hire pendant l'Année 1706, sur la quantité d'Eau de pluïe, sur les Vents, &c.

V. les M. p. 339. Et les Observations de M. Homberg sur les Araignées.



ANATOMIE.

SUR CE QUE DEVIENT L'AIR QUI EST ENTRÉ DANS LES POUMONS.

V. les M. p. 153. IL semble que tout devienne difficile en approfondissant, & qu'il ne faille qu'examiner une matiere avec plus de soin, & dans toutes ses dépendances, pour ne se plus contenter sur les explications. On a vû dans l'Hist. de 1700 * que M. Mery ne croit point que l'Air reçû dans le corps par la respiration, & ensuite mêlé avec le sang, s'échape par les pores de la peau avec les sueurs, ou avec toute cette grande quantité de matiere qui transpire sans cesse. Sa plus forte raison est que les Animaux mis dans le Vuide s'enflent par la dilatation de l'air contenu dans leur corps, & que cet air ne sort point au travers de leur peau, à moins qu'il ne vienne à la crever. Cela paroît assés décisif. Cependant un Philosophe lui a fait une ob-

* p. 25. & suiv.

jection considerable. Que l'on mette dans le Vuide de la sueur ramassée en un petit vase, on en voit sortir de l'air, ainsi que de toutes les autres liqueurs, la sueur en contient donc, & par consequent il peut & même il doit sortir avec elle par les pores de la peau des Animaux.

Pour répondre à cette difficulté, M. Mery distingue deux sortes d'air contenu dans le corps des Animaux, ou plutôt deux differentes voïes par où il y est entré. Il y a de l'air *intimement mêlé* dans tous les alimens soit solides, soit liquides que les Animaux prennent, ils reçoivent d'ailleurs continuellement de l'air *en masse* par la respiration. Le sang qui se forme des alimens est tout chargé de l'air qu'ils renfermoient, & M. Mery conçoit que comme ils en avoient pris autant qu'ils en pouvoient prendre, le sang est dans la même disposition, & semblable à de l'eau qui a dissous tout ce qu'elle peut dissoudre de sel. Mais ainsi que cette eau peut recevoir encore du sel en masse qu'elle ne dissoudra point, le sang reçoit par la respiration de l'air qui ne se confond point avec lui, qui demeure en masse, & qui ne sert qu'à hâter son mouvement de circulation. L'air qui sort de la sueur mise dans le vuide, est celui qui étoit intimement mêlé avec elle, & qui l'est de même avec toutes les autres liqueurs du corps; mais l'air reçû par la respiration, étant toûjours demeuré en masse, ne sort qu'en masse, & par consequent ne peut tenir pour sortir du corps qu'une route pareille à celle par laquelle il y a penetré, c'est à dire que comme il a passé des Vesicules du Poumon dans les extrémités des Veines capillaires du Poumon, & delà a été porté avec le sang jusqu'aux extrémités de toutes les Arteres capillaires du corps, il doit de ces extrémités entrer dans celles des Veines capillaires avec le sang, & enfin le suivre jusqu'aux extrémités des Arteres capillaires du Poumon, d'où il repassera seul dans les Vesicules du Poumon, & delà dans la Trachée, par où il étoit entré d'abord.

On peut faire plusieurs reflexions, & assés bien fondées, qui favoriseront le Systême de M. Mery.

1°. On ne sçauroit guere imaginer que l'air que respirent les Animaux ait aucune autre fonction qui le rende d'une necessité si absoluë, que celle d'aider à la circulation du sang. Or pour y aider, il paroît qu'il doit être en masse. On voit tous les jours que de l'air en masse contenu entre les parties d'une eau qui doit faire un Jet, la fait jaillir plus haut qu'elle n'eût fait naturellement, & il est certain que l'air intimement mêlé avec elle, celui qu'elle rendroit dans le Vuide, si elle y étoit mise, ne produit jamais cet effet. Il n'a aucun autre mouvement que celui de l'eau, dans laquelle il est confondu, & il ne lui donne en aucune occasion une impulsion nouvelle. Cela n'appartient qu'à l'air qui s'en tient toûjours separé, & qui fait effort pour s'en débarrasser entierement. Ce que nous disons ici de l'eau s'applique de soi-même au sang.

2°. Si l'air en masse est necessaire au sang pour la circulation, il l'est encore plus au sang des Veines, qu'à celui des Arteres. Car, comme nous l'avons dit dans l'Hist. de 1700, *les veines n'ont presque pas de ressort en comparaison des arteres, & elles contiennent presque la moitié plus de sang, & par consequent elles ont plus de besoin d'une force étrangere qui leur aide à le pousser.* L'air arrivé avec le sang aux extrémités des arteres doit donc passer dans celles des veines, & par consequent il ne s'échape pas par les pores de la peau.

3°. Si l'air qui a été respiré entre dans les veines, il ne peut plus sortir du corps de l'Animal, comme il est certain qu'il en sort, que par le chemin que M. Mery lui fait tenir.

4°. Puisque l'experience nous apprend certainement qu'il sort par l'*expiration* autant d'air qu'il en étoit entré par l'*inspiration*, il est impossible qu'il en sorte la moindre partie par les pores de la peau.

5°. Comme l'air reçû dans le sang par la respiration fait un effort continuel pour se dégager d'avec lui, & par-là contribuë à son mouvement, il ne doit se dégager que quand il trouve des passages où le sang ne peût le sui-

vre. Or il n'en trouve de cette espece, que quand il est parvenu en circulant aux extrémités des Arteres capillaires du Poumon. Là se presentent les Vesicules du Poumon, tellement disposées qu'elles admettent l'air & non le sang, & cet effet de leur disposition est incontestable, puisqu'elles sont toûjours pleines d'air, & que les Arteres capillaires qui y aboutissent en nombre presque infini, n'y versent point le sang qu'elles contiennent, du moins tant que le Poumon est sain.

M. Mery appuïe son Systême par trois Experiences. Si l'on seringue de l'eau & du lait par le tronc de la Veine-Cave dans le Ventricule droit du Cœur, la liqueur qui de ce Ventricule se répand dans le Poumon par l'Artere Pulmonaire, passe des Arteres capillaires dans les Veines sans entrer dans les Vesicules, & par consequent l'air mêlé intimement avec elle fait le même chemin, ce qui prouve assés que ce n'est point l'air intimement mêlé dans le sang, qui étant arrivé aux extrémités des Arteres capillaires du Poumon, se dégage pour entrer dans les Vesicules, & sortir par la Trachée. De plus, si l'on souffle de l'air par la Trachée dans les Vesicules, il entre delà dans les Veines, & non dans les Arteres, car il passe entierement dans le Ventricule gauche du Cœur, marque assés sensible que les Arteres qui ne lui permettent point l'entrée, lorsqu'il est en masse, sont destinées pour sa sortie, puisqu'enfin il faut qu'il ressorte, & en même quantité qu'il étoit entré. Enfin si l'on ouvre le ventre d'un Chien vivant, & qu'on pique la Veine-Cave au-dessus des Arteres Emulgentes, on voit qu'à mesure qu'elle se vuide de sang, elle se remplit d'air, qui va se rendre dans le Ventricule droit du Cœur. Elle ne peut avoir reçû cet air que des mêmes Veines capillaires dont elle a reçû le sang qu'elle contenoit, & par consequent l'air tient la route marquée par M. Mery.

Tout son Systême suppose une grande difference entre l'air contenu en masse dans une liqueur, & celui qui est intimement mêlé avec elle. Il conçoit que l'air intime-

ment mêlé est revêtu de la figure propre aux petites parties de la liqueur, & n'a plus, tant qu'il est en cet état, aucune proprieté qui lui soit particuliere. Cette idée pourroit demander encore quelques éclaircissemens, mais elle est déja suffisamment établie par d'autres Systêmes, où elle paroît necessaire, & si l'on vouloit suivre toutes les difficultés jusqu'au bout, chaque petit Systême particulier conduiroit aux difficultés generales de la Physique.

SUR LA GLANDE PITUITAIRE.

V. les M. p. 115.
LE Corps humain consideré par rapport à une infinité de differens mouvemens volontaires qu'il peut executer, est un assemblage prodigieux de Leviers tirés par des Cordes. Si on le regarde par rapport au mouvement des liqueurs qu'il contient, c'est un autre assemblage d'une infinité de Tuyaux, & de Machines Hidrauliques. Enfin si on l'examine par rapport à la generation de ces mêmes liqueurs, c'est encore un assemblage infini d'Instrumens, ou de Vaisseaux Chimiques, de Filtres, d'Alembics, de Recipiens, de Serpentins, &c. le tout ensemble est un composé que nous sommes à peine capables d'admirer, & dont la plus grande partie échape à nôtre admiration même.

Le plus grand appareil de Chimie qui soit dans tout le Corps humain, le plus merveilleux Laboratoire est dans le Cerveau. C'est-là que se tire du sang ce précieux Extrait, qu'on appelle les Esprits, uniques moteurs materiels de toute la Machine du Corps. Toute la Mechanique du Cerveau, entant qu'elle nous est connuë, a deux intentions; l'une, de separer les Esprits du sang qui est monté à la tête; l'autre, de renvoyer vers le Cœur ce sang dépoüillé d'Esprits. La premiere intention s'accomplit

plit par une infinité de filtres d'une finesse & d'une délicatesse presque inconcevables; la seconde, qui étoit d'autant plus difficile à executer, que le sang qui a perdu ses parties volatiles & est devenu moins fluide, a plus de peine à repasser dans des veines fort déliées, s'execute par une Limphe subtile que des Glandes lui fournissent, par de l'air contenu dans les *Ventricules* & qui va se mêler avec lui, par une disposition de Vaisseaux telle qu'il reçoit à propos & l'air & la limphe dont il a besoin.

Entre les parties destinées à ce second usage, l'*Entonnoir* & la *Glande Pituitaire* sont deux des plus importantes. Nous en avons déja parlé dans l'Hist. de 1705 *. L'Entonnoir ainsi nommé à cause de sa figure, reçoit une Limphe filtrée par les Glandes des *Plexus Choroïdes*, membranes glanduleuses, & tres-fines, & la Glande Pituitaire ayant une cavité qui communique avec l'Entonnoir, y reçoit la Limphe que l'Entonnoir lui envoye, & tire delà son nom de Pituitaire. Elle fait aussi des filtrations par elle-même, & separe du sang une liqueur blanche fort subtile, & apparemment fort spiritueuse. Nous n'entrerons pas dans la description exacte & fort circonstanciée que M. Littre fait de cette Glande. Nous remarquerons seulement une particularité singuliere de sa situation. Un *Sinus* qui la touche, c'est à dire un de ces Reservoirs où se rassemble le sang de differentes Veines, qui doit retourner au Cœur, est ouvert précisément à l'endroit où il la touche, de sorte qu'elle trempe en partie dans le sang. M. Littre juge que c'est-là une espece de Bain-marie, qui entretient dans la Glande une chaleur necessaire pour ses fonctions.

* p. 56, & 57.

La Glande Pituitaire se trouve dans tous les Quadrupedes, dans les Poissons, & dans les Oiseaux, aussi-bien que dans l'Homme, & c'est deja là un grand préjugé pour la necessité de son usage; mais on en sera encore mieux instruit par une Observation de M. Littre, où l'on verra une grande & longue maladie, & enfin la mort causée originairement par l'obstruction & l'inflamma-

tion de la Glande pituitaire, qui eſt cependant fort petite.

SUR LA FORMATION DE LA VOIX.

V. les M. p. 66.

ON a dit autrefois que pour certains Ouvrages d'Eſprit, il falloit un petit ſujet que l'invention de l'Auteur étendît ; il ſemble que cela pourroit s'appliquer à tout ce qu'a donné M. Dodart ſur la formation de la Voix dans les Memoires de 1700, & de 1706, & à ce qu'il donne encore ici ; car quoiqu'en ces matieres il ne s'agiſſe pas de faire joüer l'imagination, & de mettre dans les choſes ce qui n'y étoit pas, c'eſt pourtant une eſpece d'invention, & plus ingenieuſe peut-être que les inventions Poëtiques, que de trouver dans un auſſi petit ſujet que la formation de la Voix autant de choſes differentes, qui lui appartiennent toutes, & qu'il étoit fort aiſé de n'y pas appercevoir.

* V. l'Hiſt. de 1700 p. 17. & ſuiv. & l'Hiſt. de 1706. p. 15. & ſuiv.

M. Dodart avoit établi * que ce qui forme la Voix c'eſt que la Glotte diminuë ſon ouverture, & bande ſes lévres de ſorte que l'air lancé avec plus de viteſſe par cette ouverture rétrecie les fait fremir en paſſant, & leur cauſe des vibrations, & que ce qui forme les tons ce ſont les differens degrés d'ouverture de la Glotte. Mais quelques preuves qu'il en ait apportées, les yeux ſont encore plus ſûrs que le raiſonnement, ou du moins il eſt toûjours agréable qu'ils viennent l'appuïer. M. Dodart indique dans l'Homme une autre Glotte viſible, qui cependant eſt preſque inconnuë, & qui agit de la même maniere que la vraie. C'eſt l'ouverture des Lévres, telle qu'elle eſt quand on veut ſiffler. Il eſt certain que cette ouverture naturellement aſſés grande pour le ſimple ſouffle, eſt conſiderablement rétrecie quand on ſiffle, & quelle l'eſt d'autant plus que les tons ſont plus hauts.

Cette Glotte que M. Dodart appelle *labiale* a cela de particulier par rapport à la *gutturale* ou *vocale* qu'elle n'a aucun canal, aucun corps d'instrument, qu'on puisse jamais soupçonner de modifier le son, ni aucunes cavités qui puissent y contribuer par le resonnement, comme celles de la bouche & du nés contribuënt à la voix. Le son dans le sifflement n'est donc formé que par les seules vibrations des parties des lévres, alors extrêmement froncées, & agitées par le passage précipité de l'air, qui les fait fremir. Il est vrai, selon que M. Dodart l'observe, que la pointe de la langue prend quelquefois part à la formation des tons; car quand ils se suivent de fort prés, la Glotte labiale n'étant pas assés déliée, ni assés flexible pour prendre si promptement les differens diametres necessaires, la pointe de la langue vient se presenter en dedans à cette ouverture, & par un mouvement tres-preste la rétrecit autant qu'il faut, ou la laisse libre un instant pour revenir aussi-tôt la rétrecir encore.

M. Dodart a remarqué que ce mouvement de la langue, qui d'ordinaire ne sert qu'à rendre plus parfaite l'action de siffler un Air, suffit seul, mais plus rarement, & dans peu de personnes, pour cette même action. Ceux qui la sçavent executer ne remuënt aucunement les lévres, ils ne font qu'appliquer contre le palais les deux côtés de la pointe de la langue, de sorte qu'ils laissent entre cette pointe & le palais une ouverture, par où l'air passe avec vitesse, & qui en se rétrecissant plus ou moins donne les differens tons. Dans les occasions où la Glotte labiale a besoin du secours de la langue, cette troisiéme Glotte, qu'on peut appeller *linguale* est assés défectueuse, faute d'une seconde langue.

Nous ne suivrons point M. Dodart dans une explication plus délicate, & moins necessaire au sujet principal, de la maniere dont quelques-uns sifflent sans aucune interruption, quoiqu'ils reprennent haleine, comme tous les autres Joüeurs d'Instrumens à vent. Il nous suffit que les exemples sensibles de deux Glottes nouvelles poussent

jusqu'à la démonstration tout ce qu'il avoit avancé sur la veritable Glotte.

* p. 23.

Nous avons dit dans l'Hist. de 1700 * qu'aucun Instrument de Musique artificiel ne ressemble à la Glotte, il y faut ajoûter presentement les deux Glottes nouvelles, & nous avons apporté la raison qui rend ces Instrumens de Musique naturels inimitables à l'Art. Mais quelque differens qu'ils soient les uns & les autres, ils roulent sur le même principe, c'est toûjours de l'air qui par la vitesse de ses ondulations ou vibrations comprise entre certains termes devient son, son modifié ou ton par le nombre plus ou moins grand de ces vibrations faites en même temps, ton plus fort ou plus foible selon qu'il est mû en plus grande ou en moindre quantité. L'Art n'a pû parvenir à cet effet que par les differentes dimensions des Instrumens, la Nature y parvient par les differens diametres d'une même ouverture, & ces diametres ne sont eux-mêmes que differentes dimensions, mais autrement appliquées. Les Loix generales sont necessaires, la Nature elle-même paroît s'y être soûmise, mais elle peut emploïer des matieres qui ne sont pas en nôtre disposition, & elle sçait s'en servir d'une maniere qu'il ne nous est tout au plus permis que de connoître.

SUR UNE HYDROPISIE DU PERITOINE.

V. les M. p. 502.

LA Machine du Corps humain est si prodigieusement composée, qu'outre les accidens ordinaires qui la détruisent, elle doit être sujette à une infinité d'autres plus rares, & qui trouvent l'Art sans experience.

Le Peritoine est une Membrane qui envelope tous les Visceres du Ventre, & c'est dans la grande cavité qu'elle renferme que se ramassent les eaux des Hydropisies communes. Mais que cette Membrane se divise selon son

épaisseur, & par-là devienne un sac particulier, propre à contenir des eaux épanchées, assurément ce doit être une espece d'Hydropisie extraordinaire, & qu'il seroit pardonnable à la Medecine, ou de ne pas connoître, ou de ne pas soupçonner facilement. Ce cas si singulier peut arriver par l'obstruction & par le gonflement de quelques-unes des Glandes contenuës dans l'épaisseur du Peritoine. Ces Glandes gonflées écartent, autant qu'il leur est necessaire, les deux plans contigus de fibres qui formoient la superficie exterieure & l'interieure de la membrane, & par la separation de ces plans d'autres Glandes, contenuës dans la même épaisseur, sont déchirées, de sorte que leur partie destinée à la filtration demeure attachée à un plan, & leur conduit excretoire destiné à jetter la liqueur filtrée hors de l'épaisseur du Peritoine, demeure attaché à l'autre. Cependant la partie destinée à filtrer fait toûjours sa fonction, mais la liqueur qui en sort ne peut plus tomber que dans l'épaisseur du Peritoine, & plus il s'en amasse, plus elle continuë de separer les deux plans qui avoient déja commencé à se détacher.

Il est aisé de juger que cette espece d'Hydropisie doit être fort lente dans ses commencemens, que pendant un temps fort considerable elle ne doit causer aucune alteration à la santé, mais seulement être incommode par l'augmentation du volume & du poids du ventre, & que les douleurs ne commenceront que quand la liqueur épanchée dans l'épaisseur du Peritoine se sera aigrie & corrompuë par un long séjour, & que ses souffres salins exaltés picoteront les fibres de la Membrane.

Ce sont-là les principaux points d'un Systême que M. Littre s'est fait sur cette maladie, à l'occasion d'une Dame qui en mourut au bout de 4 ans. Il rend la justice à un de ses Confreres d'apprendre au Public qu'il l'avoit devinée, toute rare qu'elle est. Il en fait l'histoire, donne les marques qui la doivent accompagner, & ausquelles on la reconnoîtra, & enfin propose les moïens de la

guerir. Il faut aller chercher toutes ces instructions dans leur source.

SUR LES CATARACTES DES YEUX.

V. les M. p 493. & 553.

L'Histoire de 1706 * a exposé le sentiment d'un petit nombre de Modernes sur les Cataractes, qu'ils confondent avec le Glaucoma, contre l'opinion ancienne & generale. Cette question qui avoit déja été traitée dans l'Academie, s'y renouvella cette année, à l'occasion d'un Livre intitulé, *Traité des Maladies des yeux.* L'Auteur est M. Antoine Chirurgien de Méry sur Seine, habile Anatomiste, &, ce qui pourroit donner du poids à la nouvelle hypothese des Cataractes, un de ses plus ardens Défenseurs.

* p. 12. & suiv.

Quand on agitoit cette matiere dans l'Academie, on objectoit contre la nouvelle hypothese, que si lorsqu'on abat une Cataracte c'étoit le Cristallin qu'on abatît, ceux à qui on auroit fait l'operation ne verroient pas; car le moïen de s'imaginer que les refractions necessaires à la vision se fassent sans le Cristallin? Quelques-uns répondoient, non pour soûtenir cette opinion, mais pour ne laisser rien passer legerement, que le Cristallin étant abatu, l'humeur Aqueuse, & la Vitrée devoient couler dans la place vuide qu'il laissoit, & y prendre la figure de ce moule, & qu'il étoit possible qu'elles fissent à l'égard des refractions l'office du Cristallin, quoique moins parfaitement. M. Antoine rapporte dans son Livre qu'une femme à qui il avoit abatu le Cristallin de chaque œil, devenu Glaucomatique, & qui voyoit aprés cette operation, étant morte, il trouva les deux Cristallins effectivement abatus, & placés en dessous entre l'humeur Vitrée, & l'Uvée, où il les avoit rangés avec l'Aiguille, ce qui prouve & qu'il avoit fait ce qu'il avoit prétendu faire, & que l'on voit sans Cristallin.

La ſincerité de M. Antoine ne fut point miſe en doute, mais le fait paroiſſoit toûjours ſurprenant. Il n'étoit pas impoſſible que l'humeur Aqueuſe & la Vitrée ſe mêlaſſent enſemble, mais leur differente nature devoit cauſer dans chaque petite goutte de l'une & de l'autre differentes refractions, & par conſequent une ſi grande irrégularité dans le total des refractions, qu'il ne ſe pouvoit former aucune peinture ſur la Retine. On ſuppoſoit que comme ces deux Humeurs ſont d'une differente conſiſtence, elles font des refractions differentes, & c'eſt un point qui paſſe pour conſtant, mais on s'apperçoit tous les jours que trop de choſes paſſent pour conſtantes. M. de la Hire le fils examina ce fait, il prit l'œil d'un Bœuf, & trouva que l'humeur Aqueuſe & la Vitree ne faiſoient que les mêmes refractions.

Cette difficulté qui empêchoit de croire qu'il fût poſſible de voir ſans Criſtallin, étant levée, le fait de M. Antoine fut juſtifié, pourvû cependant que la femme dont il parle ne vît pas bien diſtinctement les objets ; mais de ce qu'il eſt poſſible de voir ſans Criſtallin, il ne s'enſuit pas qu'on l'abatte toûjours quand on croit abattre une Cataracte, & il n'y a pas moïen de le croire aprés un fait que M. Littre fit voir à la Compagnie.

C'étoit l'œil d'un Homme de 22 ans, où il y avoit une Cataracte ou pellicule qui fermoit entierement l'ouverture de la prunelle, formée par la membrane Iris. Cette pellicule étoit mince, un peu opaque, & attachée à toute la circonference interieure de l'Iris, à un tiers de ligne du bord de la prunelle, & à une ligne & demie du Criſtallin, qui étoit dans ſon état naturel. Voilà donc une vraïe Cataracte, entierement differente d'un Glaucoma, telle en un mot qu'on a toûjours crû qu'elles étoient.

Ce n'eſt pas cependant que l'on eût dû entreprendre de l'abattre, comme l'on fait d'ordinaire, on auroit ruïné l'Iris, à laquelle elle étoit attachée, ce qui auroit cauſé de grandes douleurs, & une plus grande difformité

que la Cataracte. C'est une remarque que fait M. Mery par rapport à la pratique.

Il en a fait encore d'autres sur ce même sujet, & même un commencement de découverte Anatomique. Il a vû tirer à un Homme un Cristallin entierement glaucomatique & tout plâtreux, qui n'étant plus arrêté dans sa place, passoit & repassoit par le trou de la prunelle, quelquefois venoit se mettre au devant de l'Iris, & alors causoit des douleurs insupportables au Malade, & quelquefois s'en retournoit derriere l'Iris. Un habile Chirurgien fit à la Cornée une incision qui la traversoit presque entierement, & tira par-là ce Cristallin. Toute l'humeur Aqueuse s'écoula par l'incision, mais cette playe fut guerie fort aisément & en peu de temps, il y resta une petite cicatrice, & l'humeur Aqueuse se renouvella. M. Mery a vû dans une femme morte un autre Cristallin glaucomatique, mais si adherents à l'Iris, qu'il n'auroit pas fallu songer à le tirer. Le signe que donne M. Mery pour reconnoître si un Cristallin glaucomatique, ou une Cataracte sont adherans à l'Iris, c'est qu'alors cette Membrane n'aura plus le mouvement par lequel elle se rétrecit à la lumiere, & se dilate à l'obscurité.

Sur ce que la Cornée ayant été coupée se reprend aisément, & sur ce que la perte de l'humeur Aqueuse se répare avec la même facilité, M. Mery croit qu'on pourroit tirer les Cataractes hors de l'œil par une incision faite à la Cornée, & que cette maniere dont il ne paroît pas qu'il y ait rien à apprehender, préviendroit tous les perils ou les inconveniens de l'operation ordinaire. Il est bien sûr que la Cataracte ne remonteroit point, & ne causeroit point les inflammations qu'elle peut causer, lorsqu'on la loge par force dans le bas de l'œil. On pourroit, pour une moindre difformité, faire l'incision au bas de la Cornée, & non-pas vis à vis de la prunelle.

Dans l'œil où le Cristallin glaucomatique étoit adherent à l'Iris, M. Mery ne trouva point d'humeur Aqueuse au devant de l'œil, entre l'Iris & la Cornée transparente.

rente. Delà il soupçonna que la source de cette humeur devoit être au-delà de l'Iris, & il croit l'avoir trouvée dans de petites Glandes, inconnuës jusqu'à present à cause de leur extrême petitesse, & jointes aux fibres du Ligament Ciliaire qui tient le Cristallin suspendu. Mais cette découverte n'est pas encore assés averée, & dans cet œil où M. Littre fit voir une Cataracte tenduë devant le trou de la prunelle, il y avoit de l'humeur Aqueuse entre l'Iris & la Cornée transparente, ce qui n'auroit pas dû être si l'unique source de cette humeur étoit au-delà de l'Iris, car la Cataracte sembloit empêcher entierement la communication d'un côté à l'autre. Une découverte naissante, quelque vraïe qu'elle soit, ne peut guere manquer d'être envelopée d'un grand nombre de difficultés, dont il n'y a que le temps qui la puisse dégager entierement.

DIVERSES OBSERVATIONS

ANATOMIQUES.

I.

MOnsieur Lémery a dit qu'un Chien ayant mangé du sang d'un Hydrophobe qu'on avoit saigné, en étoit devenu enragé.

II.

M. Littre a ouvert un Enfant de 4 ans, à qui il n'a trouvé aucun vestige de Rein gauche, ni d'Uretere du même côté. Le Rein droit n'en étoit pas plus gros, & la Vessie étoit plus petite que de coûtume, apparemment parcequ'elle avoit été peu étenduë par la petite quantité d'urine qui y tomboit. Aussi l'Enfant urinoit-il peu pendant sa vie. D'un autre côté il avoit beaucoup de serosité dans le Pericarde, & dans les Ventricules du Cerveau, & toutes les parties molles de son Corps, principalement la substance du Cerveau, en étoient extrêmement abreu-

vées. Delà venoit ſans doute, qu'il avoit toûjours été triſte, peſant, engourdi, & preſque indifferent pour toutes choſes. S'il urinoit peu, il mouchoit & crachoit beaucoup. Les ſeroſités qui dominoient exceſſivement dans ſa conſtitution, & le peu qui s'en ſeparoit du ſang par un Rein unique, rendirent ſa vie ſi courte.

III.

M. Chomel a fait voir l'Artere Pulmonaire d'un Homme remplie de tubercules pierreux, attachés inégalement autour de ſa ſurface interieure, & dont quelques-uns communiquoient avec d'autres placés ſur la ſurface exterieure, & ne faiſoient avec eux qu'un même corps. Ils étoient tous composés de pluſieurs grains pierreux liés enſemble, & n'avoient aucune figure déterminée. L'Homme étoit mort ſubitement; il avoit de la difficulté de reſpirer, des palpitations frequentes, une fiévre lente, & étoit maigre, & d'un teint pâle & livide. On lui trouva la poitrine pleine d'eau, & le Cœur extraordinairement gros.

IV.

M. Gandolphe Medecin de Marſeille, Correſpondant de M. Tournefort, apporta à l'Academie une Relation tres-exacte qu'il avoit faite d'une maladie ſinguliere, & peu connuë, qui lui avoit paſſé par les mains. C'étoit une dilatation prodigieuſe des Ovaires; une Demoiſelle de Marſeille, âgée de 26 ans, en étoit morte. Il lui trouva les deux Ovaires gros chacun comme la tête, le droit peſant 5 livres 14 onces, le gauche 4 onces de moins, tous deux durs, liſſes, d'une ſuperficie inégale formée de differentes portions de ſphere. L'Artere & la Veine Spermatique qui rampent ſur la ſurface de l'un & de l'autre Ovaire avoient tout au plus, la premiere deux tiers de ligne, & l'autre deux lignes de diametre dans leur plus grande largeur, & devenoient preſque abſolument inſenſibles dans leurs ramifications, mais les vaiſſeaux Limphatiques, toûjours joints aux vaiſſeaux ſanguins, avoient extraordinairement groſſi; il y en avoit dont le diametre

étoit de plus d'une ligne. Il est à propos de remarquer pour l'exactitude anatomique que les Vaisseaux Limphatiques de l'Ovaire gauche se terminoient à deux Glandes, & ceux du droit à quatre, qui toutes étoient encore inconnuës.

Cette extraordinaire dilatation des Ovaires, qui auroit pû faire naître l'esperance d'en découvrir la structure interne, ne donna aucune connoissance nouvelle, parceque s'il y a des dilatations qui manifestent la structure, il y en a aussi qui la détruisent. M. Gandolphe ayant coupé les Ovaires, ne vit par tout qu'une même substance unie, compacte, *blanchâtre*, *d'un rouge* & *d'un* jaune clair en quelques endroits, des cavités rondes & ovales, irregulierement disposées, à demi pleines d'une limphe un peu rougeâtre, & dont la plus grande auroit pû tenir un œuf de Pigeon, nul vestige sensible de Vaisseaux Spermatiques, *ni Limphatiques*. En pressant la substance des Ovaires, il n'en sortoit presque pas de sang, encore n'étoit-ce qu'une serosité rouge. M. Gandolphe fit boüillir quelques morceaux de ces Ovaires, & ne découvrit rien de plus. Ayant fait évaporer la limphe qui étoit dans les cavités ou cellules, & celle des vaisseaux Limphatiques, dont la surface des Ovaires est toute semée, il vit que *l'une & l'autre s'épaississoit également en forme* de gelée ou de colle.

La Matrice paroissoit être devenuë plus petite, par la maniere dont l'Ovaire gauche l'avoit tirée en se grossissant. Il étoit sorti du bas ventre, quand on ouvrit le corps, environ 3 pintes d'eau claire, sans bourbe, sans odeur, sans sediment. Il y en avoit une pinte dans la poitrine, tres-peu de sang dans les vaisseaux & de la poitrine, & du ventre. Les Muscles, & les Os, voisins des Ovaires gonflés, étoient abbreuvés de sang, & se réduisoient en pâte, quand on les pressoit avec la main. Les Os étoient friables en quelques endroits. Tout le reste du corps étoit sain.

Il est aisé d'imaginer les desordres que devoit causer

cette dilatation excessive des Ovaires. D'un côté l'Estomac & les Poumons, de l'autre une partie des Intestins étoient violemment comprimés. La Matrice ayant été rappetissée de sorte que son tissu en étoit changé, l'écoulement des Regles ne se faisoit plus. Les routes du sang & de la limphe resserrées en une infinité d'endroits ruïnoient toute l'œconomie de la circulation, les liqueurs arrêtées ou se corrompoient, ou s'extravasoient, leurs sels ou leurs souffres trop exaltés picotoient les parties nerveuses, & causoient des douleurs vives, &c. Sur cela, il est propos de remarquer pour la pratique, que quand la Demoiselle malade sentoit de violentes douleurs dans le ventre, M. Gandolphe n'ayant pû les calmer par l'Opium, les calmoit par l'Huile de Corne de Cerf donnée en lavement jusqu'à demi-once, dissoute avec une jaune d'œuf. Il croit que la cause de ces douleurs étoient des vents qui se formoient dans les boyaux comprimés, & y causoient des *distentions* violentes. On entend assés qu'il n'étoit pas question de trouver des remedes, qui pussent aller à la source de tout le mal; tout l'Art de la Medecine ne peut pas concevoir des esperances si présomptueuses.

Si l'on ne peut porter des remedes jusqu'à cette source, du moins M. Gandolphe a tâché de la découvrir par un systême ingenieux. Il regarde l'Ovaire comme destiné à nourrir & à déveloper jusqu'à un certain point les œufs qu'il contient, & c'est une idée qui revient à ce que nous avions dit dans l'Hist, de 1703 *, qu'un Ovaire est peut-être la Matrice commune de tous les petits œufs, au lieu que la Matrice est l'Ovaire particulier de chaque œuf qui s'y dévelope entierement, & devient fœtus. M. Gandolphe conçoit que comme un œuf doit prendre peu de nourriture dans l'Ovaire, & une nourriture tres-délicate, l'humeur qui y coule pour cet usage est plus fine, plus sereuse, & a moins de mouvement que celle qui nourrit le fœtus. Aussi les Arteres qui la distribuënt immediatement sont plus minces que celles qui portent la nourri-

* p. 43.

ture au fœtus dans la Matrice, & à cause de leur extrême petitesse, elles répandent à proportion dans l'Ovaire plus de limphe & moins de sang, que les Arteres n'en répandent dans la Matrice. Delà vient aussi que les vaisseaux Limphatiques des Ovaires sont plus apparens, que ceux de la Matrice, qui ne le deviennent qu'à mesure que le fœtus croît.

M. Gandolphe admet un ferment qui doit tous les mois se separer en même temps & dans la Matrice, & dans les Ovaires, & dans les Mammelles. Si par quelque accident particulier, par exemple, par son trop d'épaisseur il ne peut se separer dans la Matrice, & qu'il reflue dans les Ovaires, il les dilatera & d'autant plus facilement que les canaux de la Limphe cedent à cause de leur extrême délicatesse. Ces canaux comprimés rendent le cours, ou, pour parler plus juste, le retour de la limphe plus lent, elle séjourne, s'amasse, & comme elle est cette gelée qui en s'appliquant à chaque partie l'augmente & la nourrit, elle fait croître la substance de l'Ovaire, & la fait croître en tous sens, ce qui est peut-être particulier à cette partie, apparemment parceque la Limphe y est plus abondante, & qu'elle a de tous côtés rompu ses canaux. Cette premiere dilatation une fois entenduë, tout le reste s'en deduit sans peine.

La même maladie a été observée encore une fois par M. Gandolphe dans une femme de 42 ans, qui depuis l'âge de 28 ans avoit le ventre fort gros, qui avoit toûjours été assés reglée, excepté quelques mois avant qu'elle s'apperçût de la grosseur de son ventre, qui n'avoit qu'une tres-petite fiévre, & ne se plaignoit d'aucune autre incommodité que de ne pouvoir prendre que fort peu de nourriture. Elle mourut, & M. Gandolphe ne lui trouva que l'Ovaire droit enflé, mais il l'étoit si prodigieusement qu'il pesoit prés de 14 livres.

On voit par la nature de cette Maladie, qu'elle peut aller assés loin sans être mortelle, car ni le peu de sang qui passe dans les Ovaires n'y contractera de mauvaises

qualités par la limphe qui y séjourne, ni cette quantité de limphe arrêtée n'est necessaire à toute la masse du sang. Ce qui est funeste ce sont les compressions des parties voisines, quand la dilatation des Ovaires est parvenuë à un certain excés. Il faut encore compter pour un effet funeste, mais dans un autre sens, des soupçons injustes de grossesse, que cette maladie peut donner, & il est bon que l'on sçache que toutes les apparences possibles peuvent se rencontrer ensemble, & être fausses.

V. les M. p. 17.

NOus renvoyons aux Memoires
Une Observation de M. Littre sur un Anevrisme.

CHIMIE.

SUR LA VITRIFICATION DE L'OR.

V. les M. p. 40.

LEs Objections fortifient les bons Systêmes, elles font voir la necessité de les admetre. Nous avons expliqué dans l'Hist. de 1702 * celui de M. Homberg sur la vitrification de l'Or au Miroir ardent. Une partie de l'Or s'en va en fumée, c'est le Mercure qui étoit entré dans sa composition, une autre partie se vitrifie, c'est sa terre penetrée par ses souffres. Voilà le précis du Systême, qui a été traité dans toute son étenduë.

* p. 34. & suiv.

Comme les matieres qu'on expose au foyer du Miroir ardent sont portées sur un Charbon, & que la grande chaleur qui est aux environs du foyer réduit quelques particules de ce Charbon en cendres, qui volent sur les matieres exposées, un Philosophe qui avoit été témoin

des experiences de M. Homberg, crut que ce pouvoient être ces cendres qui se vitrifioient sur l'Or fondu, & non-pas une partie de cet Or. A cela M. Homberg répond qu'elles devroient donc se vitrifier aussi sur l'Argent fondu au foyer, & que cependant il ne s'y fait aucune vitrification, pourvû que, comme nous l'avons dit à l'endroit cité cy-dessus, l'Argent n'ait pas été raffiné par l'Antimoine, ou qu'en general on ne lui ait pas donné plus de Souffres qu'il n'en a naturellement, car alors ils vitrifieroient une partie de sa terre.

On a insisté contre cette réponse, & l'on a prétendu que non-seulement les rayons du foyer, mais principalement ceux qui se reflechissoient de dessus le metal fondu vitrifioient les cendres du charbon, & qu'il se reflechissoit plus de rayons de dessus l'Or qui est plus compacte, que de dessus l'Argent, qui par la grandeur de ses pores en absorbe une grande quantité.

M. Homberg se défend en opposant qu'il n'y a aucune apparence qu'en comparaison des rayons directs du foyer, ceux qui se reflechissent de dessus le metal soient à compter pour quelque chose, qu'ils ont d'autant moins de force que le metal fondu prenant une figure spherique, & d'une tres-grande courbure, parcequ'il est toûjours en fort petite quantité, ils ne se peuvent reflechir qu'en s'écartant beaucoup les uns des autres, que quand on regarde de l'Or & de l'Argent fondus au foyer, on est aussi ébloüi de l'éclat de l'un que de l'éclat de l'autre, & qu'on ne s'apperçoit en aucune maniere que l'Or reflechisse plus de rayons que l'Argent, qu'enfin si l'on expose au foyer un Charbon, les cendres se vitrifient dans l'instant par les rayons directs, ce qui leur devroit arriver aussi lorsqu'elles flotent sur de l'Argent fondu, sans que le secours des rayons reflechis fût aucunement necessaire. Le Système de M. Homberg sur la composition de l'Or & de l'Argent subsiste donc toûjours, & l'on peut croire que les premiers principes de ces Metaux, aprés s'être sauvés de tous les feux des Laboratoires, se sont rendus à [illegible] du Miroir du Palais Royal.

SUR UNE VEGETATION DU FER.

V. les M. p. 299.

L'Arbre de Diane, qui étoit une espece de vegetation unique dans la Chimie, ne l'est plus depuis la curieuse découverte de l'Arbre de Mars, dûë à M. Lemery le fils. C'est une autre Plante Chimique, toute differente de la premiere, & qui, pour ainsi dire, ne croît que dans d'autres climats. Nous avons expliqué ce que c'est dans l'Hist. de 1706 *, & nous supposons ici cette explication. Il ne s'agit que d'exposer plus en détail le Systême de M. Lemery.

* p. 39.

L'Esprit de Nitre, qui est un Acide fort vif, dissout le Fer, parceque selon la nature des Acides, il a beaucoup d'action sur les huiles ou les souffres, & que le fer en contient beaucoup *. Quelquefois cette dissolution de fer se cristallise, c'est à dire que plusieurs petites particules de nitre, chacune intimement unie avec une particule de metal, comme avec son alcali, & par-là composant une espece de sel *moyen*, mais trop petit pour être apperçû, s'accrochent plusieurs ensemble, & forment des grains, que leur grosseur rend sensibles. Mais ces cristaux ne se conservent pas toûjours en cet état, ils ont trop peu de solidité & de consistence, & le tout se remet à la fin en liqueur, comme il y étoit auparavant.

* V. l'Hist. de 1706. p. 33. & suiv.

D'un autre côté, si l'on mêle de l'Esprit de Nitre, & de l'Huile de Tartre, il arrive aprés une grande & assés longue fermentation, que les acides du nitre engagés dans les alcalis du Tartre, forment un sel moyen, un veritable salpetre, qui se précipite au fond du vaisseau. Seulement il reste quelques particules de nitre flotantes dans un peu de flegme qui surnage, & à mesure que ce flegme s'évapore, ces particules qui ne peuvent s'élever aussi haut, s'attachent aux parois internes du vaisseau, & y

composent

composent une espece de petit enduit tres-leger.

On voit par-là que la dissolution du fer par l'Esprit de nitre a quelque disposition à faire des cristaux, mais peu solides, que le mêlange de l'Esprit de nitre & de l'Huile de tartre en forme toûjours de grossiers & de pesans ; ces deux Experiences réünies, & se modifiant l'une l'autre font la vegetation du fer, ou l'Arbre de Mars.

Quand on verse de l'Huile de Tartre sur une dissolution de fer par l'Esprit de Nitre, cet Acide, quoiqu'intimement uni avec les souffres du fer, ne laisse pas d'agir encore avec beaucoup de force sur l'Alcali du Tartre. Cette action, *fort vive d'abord*, dure long-temps en s'affoiblissant toûjours un peu. Pendant ce temps-là il arrive & que les souffres du fer avec lesquels les particules du nitre se sont liées, se brisent, s'attenuënt, s'exaltent toûjours de plus en plus par le choc continuel de l'acide & de l'alcali, & que du nitre uni avec le tartre il se forme des cristaux plus solides que dans la premiere experience, à cause du Tartre, & moins pesans que dans la seconde, parceque le nitre est engagé avec des souffres, naturellement tres-volatils. Les cristaux qui se trouvent les premiers formés, poussés par le mouvement de la fermentation, s'attachent par leur onctuosité aux parois du verre *lorsqu'ils les rencontrent*, & en même temps s'élevent par leur legereté. D'autres qui leur succedent à chaque moment, s'élevent plus haut par leur secours, & en s'accrochant à eux. La froideur de l'air leur donne une consistence plus ferme, & plus de force pour se soûtenir les uns les autres. Ainsi en s'étendant toûjours sur toute la superficie interieure du verre qui est au-dessus de la liqueur, ils viennent à y tracer par leurs differens contours, & par l'irrégularité de leurs figures des especes de branchages, qui la tapissent, & qui ne representent pas mal ceux d'une Plante rampante, comme la Vigne, ou le Lierre. Quand la superficie interne du verre est une fois entierement tapissée, il vient une seconde couche de cristaux qui se pose sur la premiere, & elle se forme plus aisément

& plus vîte par deux raisons. Les souffres qui volatilisent ses cristaux sont plus exaltés par une longue durée de la fermentation, & elle a plus de facilité à s'accrocher à la premiere qui lui est homogene, que la premiere n'en a eu à s'accrocher à la superficie du verre. Lorsqu'il y a quelques couches posées les unes sur les autres, les petits interstices qu'elles laissent entre elles deviennent autant de Tuyaux capillaires, où le reste de la liqueur s'éleve fort promptement. Il y en a une partie qui se cristallise en chemin par la froideur de l'air, & augmente d'autant la vegetation, l'autre partie va jusqu'au haut du verre, & y forme l'endroit le plus touffu de l'Arbre, ou se répand hors le verre, si elle n'a pû se cristalliser au haut, ou descend en se cristallisant le long de la superficie exterieure, & y compose une autre vegetation.

Voilà en abregé quel est le Systême de M. Lémery. S'il est vrai, les consequences qu'il produit le doivent être. Par exemple, un Esprit de Nitre plus chargé qu'à l'ordinaire des souffres du fer sera plus propre à la vegetation; si l'Huile de Tartre est en trop grande quantité, le mêlange doit s'épaissir, se fixer, & devenir incapable de la vegetation Chimique, mais il doit en redevenir capable, & se revivifier par de nouvel Esprit de nitre; trop d'Esprit de nitre doit nuire aussi, parceque les souffres du fer trop attenués abandonnent les cristaux, qui par-là perdent leur volatilité; quand on a une vegetation dans un verre, si on y verse la liqueur propre à en faire une nouvelle, celle-cy doit se former beaucoup plus promptement que n'a fait la premiere, parcequ'elle a la premiere pour base, & pour filtre; l'Arbre de Mars, composé de matieres la plûpart si volatiles, doit en laisser échaper toûjours quelque partie, & se fletrir avec le temps; si on détruit cet Arbre, aprés quelque temps de durée, & qu'on en recompose une liqueur, elle doit faire un second Arbre moins beau que le premier, &c. Toutes ces consequences, qu'on peut regarder comme autant d'épreuves du Systême, ont été verifiées par l'experience, & il pa-

roît que M. Lémery ayant pris heureusement le bout du fil, n'a eu qu'à le suivre, & à se laisser conduire sans peine de verité en verité.

Nous n'avons point compris dans l'explication generale une vegetation particuliere, que produisent certains changemens dans l'operation. Si l'on prend une dissolution de fer par l'Esprit de Nitre, où il se soit fait naturellement de ces cristaux legers, qui viendroient à se fondre, & si l'on épaissit ensuite cette dissolution par une quantité suffisante d'Huile de Tartre, il sort de cette matiere épaisse plusieurs petites tiges qui s'élevent sans s'appuïer contre les parois du vaisseau. Ce sont comme des Herbes qui naissent de la Terre, &, pour une plus parfaite conformité, elles croissent sensiblement lorsqu'on les arrose avec de l'eau. Il est aisé d'appliquer à cela les principes generaux qui ont été établis.

M. Lémery a voulu voir si l'operation réüssiroit en substituant au fer quelque autre metal, à l'Esprit de nitre quelque autre Acide, & à l'Alcali fixe du Tartre quelque Alcali volatil, mais de tout ce qu'il a tenté, rien n'a encore produit aucune vegetation. Ce seroit une espece de merite à son Experience que d'être unique, mais c'en seroit un autre aussi considerable que de nous conduire à trouver dans tous les Metaux des vegetations pareilles à celle du fer, ou du moins dans le fer d'autres vegetations differentes.

SUR L'HYDROMEL VINEUX.

L'Histoire de 1706 * a expliqué quelle est la nature du Miel. L'Hidromel en est une préparation que M. Lémery a faite, & en même temps étudiée avec soin, parcequ'elle ressemble si parfaitement à du Vin d'Espagne, qu'elle en peut tenir lieu, dans les Païs où l'on man-

* p. 36. & 37.

que de Vin. Elle eſt de peu d'uſage dans la Medecine, ainſi cette recherche n'a pas tant pour objet une utilité ſolide, que le plaiſir du goût, qui tout plaiſir qu'il eſt n'eſt pas toûjours indigne de l'attention des Philoſophes.

L'Hidromel eſt du Miel délayé dans une quantité ſuffiſante d'eau, & fermenté par une longue & douce chaleur. Celle du Climat & de la ſaiſon ne doit pas être negligée, quand on la peut emploïer avec le feu. L'effet de cette fermentation, ainſi que de celle du Mouſt, eſt d'exalter les principes actifs. Les ſels embarraſſés dans les Huiles ou dans les ſouffres tendent à s'en déveloper, ils ne le peuvent ſans briſer & ſans attenuer les Huiles, qui par-là viennent à former un Eſprit inflammable.

M. Lémery a mis ſur 20 livres de beau Miel blanc 30 pintes d'eau. Quand par l'évaporation continuelle de l'eau, que le feu cauſe, la liqueur eſt devenuë aſſés épaiſſe & aſſés forte pour ſoûtenir un œuf, & ne le pas laiſſer tomber au fond, l'Hidromel eſt ſuffiſamment cuit pour pouvoir être gardé. Cette grande quantité d'eau ſert à rendre la coction plus lente, & par conſequent la fermentation plus parfaite, & par-là elle donne occaſion au Miel de jetter entierement toutes ſes impuretés, & ſes écumes, que l'on a ſoin d'enlever.

L'Hidromel mis dans les Vaiſſeaux où l'on veut le garder, y fermente encore comme le Vin, & y acquiert un goût plus vineux. Pour aider cette fermentation, il faut le tenir un mois ou deux dans un lieu chaud. M. Lémery mit le ſien auprés d'une Cheminée où il y avoit du feu jour & nuit. Aprés cela, il le porta dans une Chambre ſans feu. La liqueur y baiſſa toûjours un peu pendant un certain temps, parcequ'elle ſe condenſoit, & l'on avoit ſoin de remplir le vaiſſeau. Il eſt bon que l'Hidromel ſoûtienne le froid d'un Hiver, avant qu'on le boive, il en eſt plus vineux, & en perd plus parfaitement l'odeur, & le goût du Miel.

Il enyvre comme le Vin, & l'yvreſſe en eſt plus longue, parcequ'il eſt d'une conſiſtence plus viſqueuſe, & que par

consequent les Esprits qui s'en débarrassent plus difficilement, continuënt de s'élever au Cerveau pendant un plus long-temps.

M. Lémery a tiré par les voies ordinaires de 6 livres d'Hidromel vineux 32 onces d'une Eau de vie foible, & de ces 32 onces 10 onces d'un Esprit ardent, semblable à l'Esprit de vin. La liqueur restée dans la Cucurbite n'a plus paru spiritueuse. M. Lémery l'ayant fait évaporer jusqu'à consistence de Miel, a voulu voir ce qu'il en pourroit encore tirer par la distillation. Il en est sorti de l'Esprit acide, mais point d'Huile, apparemment elle avoit été toute exaltée en Esprit inflammable. Aprés la calcination du Charbon de Miel qui étoit resté, il s'y est trouvé quelques grains de fer, tout semblables à ceux dont il a été parlé dans l'Hist. de 1706 *. Ou ils s'étoient formés par la calcination, ou ils avoient essuyé toutes les fermentations du Miel, sans être détruits. * p. 38.

L'Hidromel vineux, dont on a retiré l'Esprit, devient aigre, si on le laisse plusieurs mois dans un lieu chaud, & sans boucher la bouteille. Il s'aigrit plus vîte, si l'on y met un quart d'eau, ou un noüet de graine d'*Eruca* ou Roquette. Ce vinaigre est appellé *Philosophique*. Il ne paroît pas tout à fait si fort que celui du Vin ordinaire. Il en est de même du Vinaigre qu'on feroit avec du Vin d'Espagne ou du Vin Muscat, liqueurs avec lesquelles l'Hidromel a une extrême ressemblance.

SUR LES HUILES ESSENTIELLES DES PLANTES,

Et particulierement sur les differentes couleurs qu'elles prennent par differens mêlanges.

IL ne faut pas être aisé à rebuter, c'est une maxime qui convient également & à ceux qui cherchent la Verité, & à ceux qui ne cherchent que la fortune. Quoique V. les M. p. 517.

l'Academie ait reconnu par plus de 1400 Analyſes que de toutes les Plantes on ne tire que des ſubſtances de la même eſpece *, & ſouvent telles qu'il n'y a à cet égard aucune difference entre une Plante potagere, & une Plante veneneuſe, M. Geoffroy le jeune n'a pas été découragé par cette grande uniformité apparente, & il a eſperé que le travail lui feroit découvrir des differences aſſés ſenſibles entre des ſubſtances pareilles tirées de differentes Plantes.

* V. l'Hiſt. de 1701. p. 68. & 69.

Les Sels ayant été fort étudiés par les Chimiſtes, il s'eſt appliqué aux Huiles eſſentielles, qu'il a crû, pour ainſi dire, moins uſées. Nous les avons définies dans l'Hiſt. de 1700 *. Quoiqu'on les compte parmi les Principes du Mixte d'où elles ſont ſorties, elles ſont elles-mêmes des Mixtes, & ſe réſolvent en un flegme chargé de Sel volatil urineux ou alcali, en Terre, & en Huile plus proprement dite. En examinant par l'Analyſe differentes Huiles eſſentielles, on retomberoit encore dans l'embarras, & dans l'inconvenient de n'y trouver que des ſubſtances de même eſpece, & ſouvent toutes ſemblables, & par cette raiſon M. Geoffroy le jeune s'eſt determiné à une autre Methode; il a fait des mêlanges de ces Huiles avec differentes matieres, & a obſervé les effets.

* p. 56.

Celui auquel il s'eſt le plus appliqué juſqu'à preſent, & qui effectivement eſt le premier qui frape, a été le changement des Couleurs.

Il s'en faut bien que toutes les Huiles eſſentielles mêlées avec differentes matieres ne prennent des couleurs differentes. L'Huile de Thin a cette proprieté, mais non-pas celles de Terebenthine, de Menthe, de Lavande, de Sauge, de Geniévre.

M. Geoffroy conjecture qu'une liqueur eſt purement tranſparente, & ſans aucune couleur, tant que ſes petites parties ne ſont pas denſes ou ſerrées les unes contre les autres juſqu'à un certain point; au-delà de ce point, viennent les couleurs, & enfin le Noir, qui eſt le dernier degré de la condenſation dans cette hypothêſe.

Il y a déja du temps que l'on ſçait par experience que la ſolution de Tourneſol, qui eſt bleuë, rougit par des Acides, & verdit par des Alcalis, & c'eſt-là un des Eſſais Chimiques auquel on ſe fie le plus pour reconnoître ces deux ſortes de ſels. La ſolution de Tourneſol contient beaucoup d'huile de la Plante, & cette huile mêlée avec differens ſels ſe colore differemment. C'étoit-là déja un grand préjugé en Phyſique, que des differens mêlanges des Huiles ou des Sels devoient naître toutes les couleurs, car les loix generales commencent ainſi d'ordinaire à ſe déclarer, ou plutôt à ſe faire entrevoir par quelques effets particuliers. Mais cette idée n'avoit point été ſuivie, & M. Geoffroy paroît être le premier qui ſe ſoit mis ſur la voie.

Comme il n'a encore trouvé parmi les Huiles des Vegetaux que celle de Thin, & parmi les Huiles des Mineraux que celle d'Ambre jaune, qui par differens Sels priſſent differentes couleurs, il faut avoüer que ſes experiences ſont fort bornées, & qu'il y auroit trop de précipitation & de temerité à en rien conclurre de general. Cependant, pour contenter en partie une certaine impatience naturelle, on peut croire ſur les faits de M. Geoffroy, que les Huiles prennent le rouge orangé par les Acides qui dominent, toutes les nuances qui ſont depuis le rouge couleur de chair juſqu'au pourpre & au violet foncé, par un Sel volatil urineux ou alcali, le violet tres-foncé & qui peut paſſer pour noir, par un Acide qui ſurvient par deſſus le mêlange qui fait le violet plus clair, le bleu, par les Alcalis fixes mêlés avec les volatils, & de plus par une plus grande condenſation de la ſubſtance de l'Huile, le verd, par le même mêlange, mais par une moindre condenſation de l'Huile, ou plutôt par une aſſés grande rarefaction.

M. Geoffroy ſoupçonne que les combinaiſons qui produiſent ces differentes couleurs dans des experiences Chimiques, ſe trouveront les mêmes dans les differens âges, ou dans les differentes parties d'une Plante, & produiront

ses differentes couleurs naturelles. Il donne déja quelques preuves de cette pensée, mais encore une fois ce Systême, s'il continuë d'en être un, ne fait que de naître, & d'ailleurs toute la Theorie des Couleurs est fort délicate, & jusqu'ici peu connuë. Ce seroit une belle découverte que de trouver dans la couleur des substances Chimiques un caractere certain de leur nature; mais il est fort à craindre que tout le jeu des Couleurs ne se passe sur une superficie tres-legere, qui ne tire guere à consequence pour le fond, ou qui n'y ait qu'un rapport tres-caché.

SUR LES DIFFERENS VITRIOLS,

Et particulierement sur l'Ancre faite avec du Vitriol.

V. les M. p. 538.

IL est assés rare, & par consequent d'autant plus agreable, de connoître quelque chose à fond, & de voir un Systême se soûtenir également de tous les côtés. Celui de M. Lémery le fils sur son Arbre de Mars a déja dû donner une idée de ce plaisir philosophique, en voici encore un exemple qui part de la même main. Il s'agira d'abord de l'Ancre ordinaire, & l'on verra ensuite cette speculation s'élever plus haut.

La solution de Vitriol mêlée avec la teinture de Noix de Galle devient fort noire sur le champ, & c'est l'Ancre dont on écrit. M. Lémery le fils a conjecturé que comme le Vitriol dont on fait l'Ancre est du fer dissous par un Acide avec lequel il est intimement mêlé, & que d'un autre côté la Noix de Galle est un Alcali ou Absorbant, cet Alcali rencontrant les Acides qui tenoient le fer dissous, s'unissoit avec eux, & leur faisoit lâcher le fer, qui alors se revivifioit, & reparoissoit dans sa noirceur naturelle. Ainsi c'est proprement avec du fer que l'on écrit, mais pour lui donner cet usage, il a fallu qu'il fût divisé

divisé d'abord en parties presque infiniment petites, comme il l'est dans le Vitriol, & qu'aprés avoir été si finement & si subtilement divisé, il fût separé de l'Agent qui avoit causé sa division, & qui le tenoit caché.

Tout concourt à établir cette Hypothêse de M. Lémery. Des cinq especes de Vitriol, celui qu'on appelle de Cypre ou de Hongrie est le seul dont la base soit du Cuivre, au lieu que dans les autres c'est du fer, & ce Vitriol est le seul qui ne fasse point d'Ancre. L'Esprit de Vitriol mêlé avec la teinture de Noix de Galle ne fait point d'Ancre, parcequ'il n'a plus les parties ferrugineuses, qu'il tenoit dissoutes. La même teinture de Galle mêlée avec de la limaille de fer fait de l'Ancre, mais moins promptement, que si elle agissoit sur une solution de Vitriol, parceque dans cette solution elle trouve le fer tout divisé autant qu'il le doit être, & qu'il faut qu'elle divise celui qui est en limaille. Elle fait de l'Ancre avec les dissolutions du fer par les Esprits de Sel, de Nitre, de Souffre, d'Alun, de Vinaigre, aussi bien qu'avec la dissolution de fer par l'Esprit de Vitriol. Si aprés que l'Ancre est faite, on y jette quelques gouttes d'Esprit de Vitriol, la couleur noire disparoît, parceque le fer se réünit au nouvel Acide, & redevient Vitriol. Par la même raison, les Acides effacent les taches d'Ancre.

Si des Alcalis ou Absorbans, tels que l'Eau de Chaux, l'Esprit de Sel Ammoniac, l'Huile de Tartre, ne font pas de l'Ancre avec le Vitriol, aussi-bien que la teinture de Galle, M. Lémery répond que ces premiers s'unissent à l'Acide qui tient le fer dissous, & ne le détachent pas d'avec le fer, comme fait la Noix de Galle. Et pourquoi détache-t-elle le fer d'avec son Acide? C'est qu'elle est sulphureuse, & a par consequent plus d'action, au lieu que ces autres Absorbans sont plus salins, & plus terreux. Et, ce qui prouve cette pensée, c'est que si on les anime par l'addition de quelque Souffre, ils deviennent propres à faire de l'Ancre. Le fer étoit l'Alcali impregné de l'Acide du Vitriol, & comme le fer est constamment tres-sul-

phureux, un autre Alcali doit ne l'être pas moins, pour lui pouvoir dérober son Acide.

Si le fer separé de son Acide ne se précipite pas au fond de la liqueur, ainsi qu'il arrive à d'autres metaux abandonnés par leurs dissolvans, c'est qu'il a moins de pesanteur, & que d'ailleurs la teinture de Galle étant sulphureuse a une viscosité propre à le soûtenir. Et pour confirmer cette idée, M. Lémery a éprouvé que des matieres qui laissoient précipiter le fer, le soûtenoient quand on y mêloit quelque substance visqueuse.

Voilà toute la Mechanique de l'Ancre assés amplement expliquée, & suivie assés curieusement jusque dans ses moindres dépendances. Delà M. Lémery passe à des observations ou à des reflexions plus utiles & plus interessantes.

Le Vitriol pris interieurement est d'un grand usage dans la Medecine, mais c'est celui dont la base est le fer, car si le Cuivre y dominoit, il pourroit être tres-dangereux. La noirceur qu'une solution de Vitriol prendra par la Noix de Galle, & les differens degrés de cette noirceur, feront reconnoître, s'il contient du fer, & s'il y a quelque mêlange de cuivre.

M. Lémery a trouvé par experience que les Vegetaux que l'on compte pour Remedes Astringens, tels que le Sumac, l'Ecorce de Grenade, les Balaustes, &c. sont propres, aussi bien que la Noix de Galle, à faire de l'Ancre, que les Purgatifs, tels que le Sené, la Manne, le Jalap, l'Agaric, &c. n'en font point, & qu'enfin les Purgatifs, qui comme la Rubarbe, & les Mirabolans, resserrent & fortifient aprés avoir purgé, en peuvent faire, d'où s'ensuit une maniere bien facile & assés sûre d'éprouver les qualités d'un Vegetal que l'on ne connoîtroit point.

SUR LA NATURE DU FER.

IL est bon qu'il naisse des contestations dans l'Academie, & peut-être n'y sont-elles que trop rares. L'interest particulier de prouver ce que l'on pense anime & échauffe l'amour que l'on a en general pour la Verité. V. les M. p. 5. & 176.

On a vû dans l'Hist. de 1704 * que du mêlange du Souffre, ou d'une matiere inflammable, d'un Sel vitriolique, & d'une Terre, M. Geoffroy a tiré du Fer. Dans une de ses operations, l'Argille lui a fourni l'Acide vitriolique aussi-bien que la Terre, & l'Huile de Lin le Souffre; dans l'autre, l'Huile de Vitriol a fourni l'Acide, l'Huile de Terebentine le Souffre, & toutes deux la Terre. Comme il avoit observé qu'il se trouve toûjours quelques parcelles de fer dans les Cendres calcinées des Plantes, il crut que ce metal s'y pouvoit former aussi par la réünion des trois mêmes principes, & pour s'assurer si cet effet étoit necessaire & infaillible, il demanda aux Chimistes en 1705 * *s'il étoit possible de trouver des cendres de Plantes sans fer!* * p. 32. * V. l'Hist. de 1705. p. 64. & 65.

M. Lémery le fils crut que le fer contenu dans les cendres des Plantes ne s'y étoit point formé par la calcination, mais qu'il avoit été réellement dans les Plantes mêmes, & s'étoit élevé dans leurs vaisseaux avec les sucs de la terre. Cela le conduisit à la découverte de son Arbre de Mars, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1706 * & cy-dessus *. * p. 39. * p. 32.

Il tient toûjours pour sa premiere opinion. Selon lui, toutes les matieres d'où M. Geoffroy a tiré du fer en contenoient réellement. Il y en a, il n'importe que ce soit en grande, ou en petite quantité, non-seulement dans l'Argille, où il est sensible à la vûë par un Coûteau aimanté, non-seulement dans l'Huile de Vitriol, qui est tirée d'un Mineral dont la base est le fer, mais, ce qu'on auroit moins soupçonné, dans l'Huile de Lin, dans celle de Te-

rebentine, dans celle d'Amandes douces & d'Olives, & il rapporte les operations par lesquelles il réduit ces Huiles à une terre où se trouve du fer.

M. Geoffroy répond que de quelque maniere qu'on se prenne à tirer du fer de l'Argille, on y en trouvera infiniment moins que quand on l'a mêlée avec l'Huile de Lin, & que par consequent ce mêlange produit du fer, que pour les Huiles, il est constant que ce ne sont pas des substances simples, mais composées d'une Terre, d'un Acide, & d'une partie sulphureuse ou inflammable, qui sont précisément les trois principes qu'il demande pour la formation du fer, & que selon toutes les apparences ces trois principes dispersés dans ces Mixtes se réünissent par les operations de M. Lémery.

De cette réponse de M. Geoffroy il suit que les matieres vegetales contiennent les principes des minerales, & il adopte cette consequence, qui quoique paradoxe est assés conforme à la grande uniformité de la Nature. Il est pareillement obligé à ne pas reconnoître pour un principe du fer le Mercure, qui cependant passe ordinairement pour la base des Metaux. Il insinuë même que le Mercure pourroit n'entrer dans aucun, & que le Souffre, l'Acide, & la Terre suffisent. Leurs differentes doses, leur union plus ou moins forte, leurs differentes manieres de s'unir, feroient tout. M. Geoffroy fait voir par des experiences curieuses que le Fer, le Cuivre, le Plomb, & l'Etain dépoüillés de leur souffre, & réduits à une terre qui se peut vitrifier soit par un grand feu, soit par le Miroir ardent, reprennent leur forme metallique, quand on leur rend un souffre, même vegetal. Quant à l'Or & à l'Argent, les Experiences du Miroir ardent prouvent assés leur souffre; mais quand ils ont été réduits en terre, ou vitrifiés, on n'a pû jusqu'ici les remettre en metal par l'addition de quelque souffre nouveau; cependant il n'y a pas encore lieu d'en desesperer, & si l'on y pouvoit réüssir, on seroit sûr & que le Mercure n'entre point dans leur composition, non plus que dans celle des Metaux impar-

faits, & que pour la production artificielle des deux Metaux parfaits, il ne faudroit que sçavoir quelles sont les Terres propres & particulieres à chacun, puisque par l'union de quelque souffre elles deviendroient metal, de même que l'Argille, selon M. Geoffroy, devient fer.

Voilà jusqu'où ce fer artificiel a élevé les idées & les esperances de son Auteur, mais il faut avoüer que ce ne sont encore que des idées & des esperances; il reste bien des difficultés à surmonter.

Pour en revenir au point précis de la question qui est entre M. Lémery & M. Geoffroy, M. Lémery prétend que quand même M. Geoffroy auroit fait veritablement du fer, il ne seroit pas en droit de conclure, que le fer des cendres des Plantes n'existoit pas réellement dans les Plantes, & que c'est un effet de la calcination. Car quand on analise le Vitriol, on y trouve du fer, est-ce à dire que ce fer soit un effet de l'analyse & du feu? Il est bien sûr que non, puisqu'en composant du Vitriol artificiel, parfaitement semblable au naturel, on y met actuellement du fer, que l'on retire de même par l'analyse, quoiqu'il ait disparu dans le Mixte. M. Lémery promet encore des réponses plus précises au Systême de M. Geoffroy, mais des réponses que l'on veut fonder sur des faits & des experiences, demandent un peu plus de temps que si elles ne devoient rouler que sur des tours ingenieux.

OBSERVATION CHIMIQUE.

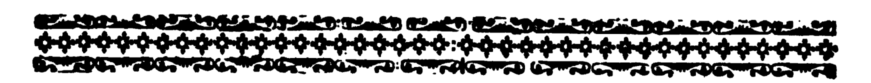
MOnsieur Lémery en parlant de l'Urine de Vache, qui commence à être un remede assés usité, en fit voir qu'il avoit distillée, & qui étoit bleuë ou verte, & d'une odeur peu agréable. Quelques jours aprés M. Geoffroy en fit voir, qu'il avoit distillée aussi, mais qui étoit blanche, claire, & d'une odeur fort douce en comparaison de l'autre. Il est vrai qu'il l'avoit prise en hiver, au lieu que M. Lémery avoit pris la sienne en esté, & peut-

être la difference des saisons avoit-elle fait celle de la couleur & de l'odeur. Peut-être aussi y avoit-il eu quelque fermentation de plus dans l'operation de M. Lémery; on s'en éclaircira, mais enfin il est bon que l'on sçache d'avance qu'on peut ôter à ce remede tout son désagrément, du moins en le prenant en certaines circonstances.

Nous renvoyons aux Memoires

V. les M. p. 33. Les Observations de M. Lémery sur l'Urine de Vache.

V. les M. p. 97. & 111. L'Examen des Eaux de Vichi & de Bourbon par M. Burlet.



BOTANIQUE.

SUR LES CHAMPIGNONS.

V. les M. p. 58. Les Modernes, soit par le Microscope, soit par une certaine exactitude dans leurs recherches, qui leur est presque aussi particuliere que le Microscope, ont découvert la semence de plusieurs Plantes, que l'on avoit toûjours crû n'en avoir point, celles des Fougeres, par exemple, du Polypode, &c. Ces semences sont ou si petites, ou placées si extraordinairement, qu'on ne les apperçoit point à la vûë simple, ou qu'en les appercevant on peut aisément ne les pas prendre pour ce qu'elles sont.

Nous sommes encore dans le même cas que les Anciens à l'égard des Champignons, & de quelques autres Plantes. Quelque industrie que l'on y ait apportée, quel-

que averti que l'on ſoit que la ſemence peut être dans des endroits où l'on ne s'aviſe pas naturellement de la chercher, on n'a pû leur en trouver aucune. La culture même des Champignons ſembleroit confirmer qu'ils n'en ont point. M. Tournefort en fait un détail fort exact, fort inſtructif, & d'autant plus curieux qu'il augmente la merveille de la naiſſance des Champignons. En general, ils naiſſent du fumier, ou pour parler plus préciſément, du *crotin* de Cheval, tout ſe réduit-là. Mais quel rapport de ce crotin avec les Champignons? Quelle vertu a-t-il de les produire? On pourroit donc croire auſſi avec les Anciens qu'un *Bœuf pourri produit des Abeilles*, que la Moële épiniere d'un Homme mort expoſé long-temps à un Soleil bien chaud ſe change en un Serpent, &c. Car ces metamorphoſes ſi éloignées & ſi peu vrai-ſemblables ne le ſont pas plus que celle du crotin de Cheval en Champignons.

Mais il en faut revenir à de certains principes philoſophiques & rigoureux, qui donnent des bornes à de pures poſſibilités trop incertaines & trop vagues. Quand on conſidere combien la ſtructure d'une Plante eſt compoſée, & délicatement compoſée, il eſt abſolument inconcevable qu'elle réſulte du concours fortuit de quelques ſucs diverſement agités. Il l'eſt auſſi que ce concours fortuit ſoit en même temps & ſi regulier qu'il produiſe toûjours dans la même eſpece une infinité de Plantes parfaitement ſemblables, & ſi limité, malgré l'étenduë infinie que le fortuit doit avoir, qu'il ne produiſe jamais aucune eſpece, qui eût été juſque-là inconnuë. De plus, dés que l'on peut appercevoir la plus petite partie d'une Plante naiſſante, on la voit déja toute formée, & il eſt ſenſible qu'elle ne fait plus enſuite que ſe déveloper, & croître, marque certaine qu'elle n'a rien fait de plus depuis le premier inſtant de ſa naiſſance; car ſeroit-ce le temps où nous commençons à la voir, qui changeroit ſubitement toute la maniere d'operer de la Nature? Enfin le nombre des Plantes qui ont certainement des ſe-

mences, & qui en viennent, eſt ſans comparaiſon le plus grand, & c'eſt-là un préjugé philoſophique tres-fort pour toutes les autres, ou, pour mieux dire, beaucoup plus qu'un préjugé. Si les Anciens avoient fait toutes ces attentions; ils n'auroient pas crû ſi facilement qu'il y ait des Plantes ſans ſemence.

Nous ſerions encore moins excuſables qu'eux, ſi nous penſions comme eux, nous pour qui le nombre des Plantes qui n'ont point de ſemence viſible, eſt beaucoup plus petit. Nous pouvons donc avancer ſans crainte qu'elles en ont toutes, & nous aſſûrer que ſi l'experience peut jamais aller juſqu'à démêler le fait, elle nous juſtifiera.

Mais il eſt tres-certain que les graines des Plantes ne peuvent pas éclorre par tout. Il faut qu'elles rencontrent de certains ſucs qui ſoient propres d'abord à penetrer leurs envelopes, enſuite à exciter une fermentation, premier principe du dévelopement de la petite Plante, & enfin à ſe joindre à ſes petites parties, & à les augmenter. Delà vient la diverſité infinie entre les lieux qui font naître & qui nourriſſent diverſes Plantes. Quelques-unes même ne naiſſent que ſur d'autres Plantes particulieres, dont le tronc ou l'écorce, ou les racines, ont ſeules le ſuc qui leur convient. Ce que M. Tournefort a appris de Mrs Mery & Lémery eſt encore plus ſurprenant. Il y a une eſpece de Champignons qui viennent ſur les bandes; & les attelles appliquées aux fractures des Malades de l'Hôtel-Dieu. On en verra dans ſon Memoire des circonſtances plus particulieres, qui ſont peut-être neceſſaires pour cet effet. Aprés cela, on ne ſera pas étonné que le crotin de Cheval préparé, comme le rapporte M. Tournefort, ſoit une eſpece de terre ou de Matrice, capable de faire germer les Champignons ordinaires.

Il ſuit delà que les graines de Champignons doivent être répanduës en auſſi grande quantité dans une infinité d'autres lieux où elles ne germent pas, & pour tout dire, par toute la Terre, & par conſequent auſſi les graines inviſibles d'un grand nombre d'autres Plantes. Il faut convenir

venir que l'imagination se révolte d'abord contre cette multitude prodigieuse de graines differentes semées indifferemment par tout, & inutilement en une infinité de lieux, cependant dés qu'on vient à raisonner, il la faut admettre. D'où viendroient sans cela des Plantes marécageuses, qui naissent dans des Terres devenuës Marais, & qui auparavant n'y avoient jamais paru ? D'où viendroient les Plantes nouvelles que d'autres accidens semblent quelquefois produire en certains lieux, par exemple, les Pavots noirs qui sortent des Landes brûlées en Languedoc, en Provence, & dans les Isles de l'Archipel, & que l'on ne voit plus les années suivantes, cette grande quantité d'*Erysimum latifolium maius glabrum*, qui parut aprés l'incendie de Londres sur plus de deux cens arpens de terre où il étoit arrivé, &c ? Ces sortes de faits, & beaucoup d'autres qu'on pourroit apporter, également incontestables, prouvent en même temps, & la grande multitude de semences répanduës par tout, & la necessité de certaines circonstances pour les faire éclorre.

Ce Systême est d'autant plus vrai-semblable, 1°. Qu'il est certain presentement que les Plantes qu'on croyoit n'avoir point de semence, & ausquelles on en a découvert, sont celles qui en ont le plus. 2°. Que ces petites semences peuvent être plus aisément transportées en une infinité de lieux par mille hazards differens. 3°. Qu'à cause de leur extrême petitesse elles sont plus à couvert des injures du dehors, & se conservent plus long-temps sans aucune alteration. On peut dire que par cette même raison elles sont plus délicates sur le choix des sucs, qui les doivent déveloper, & ont besoin de circonstances plus particulieres & plus rares.

Si à cette speculation sur les graines invisibles des Plantes, on joint celle des Oeufs invisibles des Insectes, qui doit être toute pareille, la Terre se trouvera pleine d'une infinité inconcevable de Vegetaux & d'Animaux déja parfaitement formés & dessinés en petit, & qui n'attendent pour paroître en grand que certains accidens favo-

rables, & l'on pourra imaginer, quoiqu'encore tres-imparfaitement, combien doit être riche la Main qui les a ſemés avec tant de profuſion.

SUR LE SUC NOURRICIER DES PLANTES.

V. les M. p. 176.

OUtre la reſſemblance qui eſt entre les Vegetaux & les Animaux par les Graines & par les Oeufs, ils en ont encore une aſſés parfaite par les liqueurs qui les nourriſſent, & un certain plan general de ſtructure eſt tellement le même de part & d'autre, que l'on pourroit preſque penſer que les Vegetaux ſont des Animaux auſquels il manque le ſentiment & le mouvement volontaire.

M. Reneaume a donné quelques obſervations ſur le ſuc nourricier des Plantes, & principalement ſur la tranſpiration qui s'en fait. Il y a déja plus de 160 ans que deux Auteurs Franciſcains ont commencé à déſabuſer le monde ſur la Manne de Calabre que l'on croyoit qui tomboit du Ciel, & ont découvert qu'elle ſortoit des branches & des feüilles d'une eſpece de Freſne. Quand on eſt une fois ſur les bonnes voïes, on va loin en peu de temps. On a trouvé depuis un ſi grand nombre de ſucs, qui tranſpirent des Plantes, comme la Manne de Calabre, que M. Tournefort en a fait 4 claſſes differentes, ceux qui contiennent beaucoup de Sel eſſentiel de la Plante, tels que le Sucre ordinaire, la Manne de Calabre, celle de Briançon, &c. les Reſines, comme celles du Sapin; les Gommes, par exemple, la Gomme Arabique; enfin les Gommes-Reſines. On ſçait que la difference des Reſines, & des Gommes conſiſte en ce que les Reſines ſont plus ſulfureuſes, & les Gommes plus aqueuſes, de ſorte que les premieres ſe fondent dans l'Eſprit de vin, & les autres dans l'Eau. Les Gommes-Reſines ſe fondent en

partie dans l'Esprit de vin, en partie dans l'Eau.

Il peut arriver que des Plantes s'affoiblissent & perissent enfin par une trop grande transpiration de leur suc nourricier, comme les Animaux par de trop frequentes & de trop abondantes sueurs. C'est ainsi, selon la remarque de M. Reneaume, que les Noyers de Dauphiné meurent ordinairement, aprés qu'ils ont été trop chargés d'une espece de Manne qu'ils jettent, & que par cette raison les gens du Païs craignent fort de voir sortir en trop grande quantité. Ce n'est pas que cet Arbre n'ait beaucoup de suc nourricier, M. Reneaume le prouve par un fait assés remarquable, mais & le tissu serré de son écorce & de ses feüilles, & la grande quantité de fruits fort charnus qu'il a à nourrir, semblent montrer qu'il n'est pas destiné à dissiper inutilement beaucoup de suc par la transpiration.

Il y a une autre maniere dont les Plantes perdent leur suc nourricier, du moins par rapport à nous, & à nos usages. C'est en l'employant en rejettons, en chevelu, en branchages inutiles, ou en une si grande quantité de fruits, que peu d'années aprés elles demeurent épuisées, & ne produisent plus. L'Art de l'Agriculture a trouvé les remedes, ou les précautions necessaires. C'est pour prévenir ces deux maux à la fois que l'on taille les Vignes.

On a déja remarqué, & M. Reneaume le confirme par ses observations, que la Racine est l'Estomac de la Plante, & qu'elle fait la premiere & la principale préparation du suc. Delà il passe, du moins pour la plus grande partie, dans les vaisseaux de l'Ecorce, & y reçoit une nouvelle digestion. Les Arbres creusés & cariés, à qui il ne reste de bois dans leur tronc que ce qu'il en faut précisément pour soûtenir l'écorce, & qui cependant vivent & produisent, prouvent assés combien l'écorce est plus importante que la partie ligneuse. Les feüilles contribuënt à la perfection du suc nourricier, comme on le voit par les Arbres dont les Chenilles ont rongé les feüilles, & qui quoiqu'ils eussent fleuri, n'ont point de fruits cette an-

née-là, ou n'ont que des avortons. L'action de l'air ou du nitre de l'air, ou de la rosée sur les feüilles est fort sensible par la difference de couleur & de goût, qui est entre les Plantes élevées à l'air, & celles qui ne l'ont pas été.

Tels sont les principes, dont M. Reneaume fait dans son Memoire une application plus particuliere. Les détails de l'Agriculture sont d'eux-mêmes assés agréables, & comme tous les Hommes étoient naturellement destinés à cette fonction, il semble qu'il reste toûjours à ceux qui ne s'en occupent pas, d'en étudier du moins la Theorie avec plaisir.

DIVERSES OBSERVATIONS

BOTANIQUES.

I.

DAns le même temps que l'on eut à l'Academie la Lettre du Medecin Espagnol de Caracas à M. de Pas sur la pierre de l'Iguana, ainsi qu'il a été dit cy-dessus *, on eut aussi un Ecrit du même M. de Pas sur une Plante de la nouvelle Espagne, appellée *Chancelagua*. Elle croît plus abondamment aux environs de Panama, que par tout ailleurs, elle est d'un goût amer, à peu prés comme celui de la Centaurée, & quand on l'infuse dans l'eau chaude, on s'apperçoit d'une odeur aromatique, qui approche un peu du Baume du Perou. C'est-là tout ce que nous pouvons dire sur sa Description, M. de Pas, par qui nous la connoissons, ne s'est attaché qu'à ses vertus.

* p. 10.

Il assure qu'elle convient parfaitement à toutes les maladies, où il faut procurer de grandes transpirations, & dépurer la masse du sang, & que par consequent elle est specifique dans la Pleuresie, dans les Catarres suffoquans, dans les Rhumatismes, dans les fiévres malignes, où il

n'y a pas une grande chaleur. Il a même éprouvé qu'elle étoit bonne dans les fiévres intermittentes, & il croit qu'elle soulageroit la goutte purement *humorale*, & non-pas *cretacée*. Il suffit d'avertir les Medecins qu'elle n'agit qu'en faisant beaucoup fermenter & élever le sang, & par-là ils verront bien quelles circonspections & quelles précautions elle demande, s'ils en font usage, qu'il faut saigner auparavant, la donner sur le déclin de la fiévre, &c. La dose de cette Plante doit être au moins d'un gros, & peut aller jusqu'à deux. On fait bien boüillir une bonne tasse d'eau, & l'on y met la Plante coupée par petits morceaux. On couvre bien exactement le vaisseau où elle infuse pendant un demi quart-d'heure, & on fait prendre cette potion au Malade la plus chaude qu'il se peut. Pour en ôter le dégoût, il est permis d'y mêler quelque remede de la même espece, c'est à dire un sudorifique & cordial qui soit agréable. Aprés que le Malade a pris cette infusion, on le couvre bien, & on le laisse suer. Les Indiens connoissent depuis long-temps les vertus de la Chancelagua, mais ils les cachoient soigneusement aux Espagnols, qui ne se sont pas attiré leur affection; ce n'est que depuis tres-peu de temps que les Espagnols ont découvert ce remede. M. de Pas dit que quelques personnes en ont apporté en France, & ne se servoient que des sommités de la Plante. Il prétend que l'usage en deviendra quelque jour aussi general, que celui du Quinquina, autre remede d'Amerique. On auroit peut-être quelque lieu de se plaindre de ce que la Medecine est un peu trop en garde contre les nouveautés.

II.

M. Homberg a dit qu'un assés grand Païs de la Marche de Brandebourg, qui étoit demeuré inculte pendant les Guerres de Suede, s'étant couvert de grands Sapins, on se trouva fort embarrassé ensuite à le défricher, & à exterminer ces grands Arbres, parceque soit quand on les coupoit, soit quand on les brûloit, ils repoussoient toûjours du pied, & produisoient des racines qui arrê-

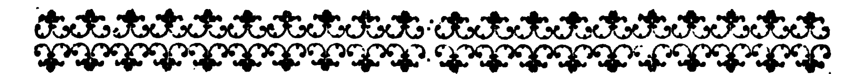
toient à tout moment le soc de la Charruë, qu'enfin le hazard apprit aux Païsans que ceux autour desquels on avoit fait des feux de paille, suffisans seulement pour en noircir l'écorce, pourrissoient sur pied jusqu'à l'extrémité des racines en 3 ou 4 ans, de sorte que ces racines devenoient friables comme du bois vermoulu, & ne résistoient plus au soc, & que cet expédient fut pratiqué par tout le Païs avec grand succés. La pensée de M. Homberg sur ce fait, est que la chaleur des feux de paille ayant extrêmement dilaté les vaisseaux de l'Ecorce de ces Sapins, elle en avoit fait crever la plûpart, & de plus avoit fondu la séve en même temps qu'elle s'extravasoit. Comme elle est fort resineuse dans cette espece d'Arbres, elle a beaucoup de facilité à se fondre. Elle s'étoit ensuite refroidie, & par-là avoit causé une obstruction generale dans les tuyaux de l'Ecorce, qui, selon M. Homberg, & la plûpart des Physiciens modernes, portent toute la nourriture de l'Arbre. Il avoit donc dû cesser de se nourrir, & en même temps la séve arrêtée, & qui ne pouvoit s'évaporer, devoit s'aigrir, faute de mouvement, parceque les Resines ont beaucoup d'Acide. Les Acides exaltés corrodoient la substance de l'Arbre, & le pourrissoient. S'il eût été coupé, l'ouverture des tuyaux de l'Ecorce auroit donné lieu à la séve de s'évaporer, & tout ce que causoit son séjour ne seroit pas arrivé, du moins si promptement.

V. les M. p. 488.

NOus renvoyons aux Memoires la Description d'une Rose monstrueuse par M. Marchand.

Il a continué ses Descriptions de Plantes réservées pour un Ouvrage particulier,

Et M. Chomel, la Description des Plantes d'Auvergne.



GEOMETRIE.

SUR L'HYPOTHESE DU TOURNOYEMENT DE LA TERRE,

Compliquée avec celle de Galilée touchant la Pesanteur des Corps.

JUsqu'ici c'étoit une question que de sçavoir si l'hypothêse du tournoyement de la Terre peut s'accorder avec celle de Galilée sur la Pesanteur. De grands Geometres ont pris les deux partis contraires, & l'on ne doit pas en être surpris; ces sortes de questions qui demandent une fine Theorie du mouvement sont par elles-mêmes fort délicates, & elles étoient encore plus difficiles avant la découverte des Infiniment petits. Maintenant M. Varignon ayant en main ses formules des forces centrales, dont nous avons tant parlé, il s'en sert pour décider infailliblement le procés, & il donne en même temps un exemple de l'usage dont elles peuvent être. V. les M. p. 12.

Supposé que la Terre tourne sur son axe, il faut que son Atmosphere la suive, & tourne avec elle d'un mouvement parfaitement égal, car sans cela une Pierre qui tombe verticalement d'une hauteur considerable, ne tomberoit pas sur le même endroit de la terre auquel elle répondoit au commencement de sa chute. D'ailleurs Galilée a supposé que la Pesanteur est une force constante, c'est à dire dont l'action est toûjours égale dans tous les instans de la chute d'un corps, & delà il a conclu que dans une même chute les hauteurs verticales parcouruës

en differens temps étoient comme les quarrés des temps employés à les parcourir.

A rassembler ces conditions, un corps tombant en l'air décrit donc une Courbe qui résulte du mouvement circulaire de l'Atmosphere par laquelle il est emporté, & du mouvement en ligne droite imprimé par la pesanteur, & tel que les differentes parties de cette ligne droite sont entre elles comme les quarrés des temps correspondans. La pesanteur est une force centrale que l'on conçoit comme inherente au centre de la Terre, & qui tire les corps vers ce point par des rayons qui y concourent tous. En déterminant l'expression des Infiniment petits de la Courbe que décrit le corps qui tombe, M. Varignon trouve aussi-tôt l'expression de la force centrale qui a part à la description de cette Courbe, & l'on voit que cette force est variable, & non-pas constante, comme la suppose Galilée.

Ce qui la rend variable, ou pour parler plus précisément, ce qui rend son action inégale, c'est que de la vitesse qu'elle imprime au Corps selon une ligne droite, le mouvement circulaire, parcequ'il est circulaire, en retranche necessairement une partie, ainsi que le démontre M. Varignon. Delà il suit que le mouvement circulaire en retranche une partie d'autant plus grande, qu'il est plus circulaire, ou décrit un plus petit cercle, ou, ce qui est la même chose, que le Corps approche plus du centre de la Terre. L'action de la pesanteur diminuë donc toûjours à mesure que le Corps qui tombe approche de ce centre, & s'il y arrivoit, elle deviendroit nulle. Aussi voit-on par la formule, qui selon la Theorie de M. Varignon exprime la pesanteur, qu'elle devient dans ce dernier cas infinie, c'est à dire que son action, modifiée comme elle doit l'être, étant nulle, il faudroit que la force fût infinie pour agir encore. On voit pareillement que quand le mouvement circulaire est infiniment peu circulaire, c'est à dire, quand le Corps tombe d'un point infiniment éloigné du centre de la Terre qui tourne, ou

quand

quand elle ne tourne point, & qu'il tombe d'un point qui n'eſt qu'à une diſtance finie de ſon centre, ou quand elle tourne, & qu'il tombe d'une diſtance finie, mais que l'on prend les rayons concourans au centre de la Terre pour paralleles, à cauſe de la grande diſtance où ils concourent, la peſanteur agit toute entiere, & devient une force conſtante.

Il eſt donc certain que ſi la Terre tourne, & ſi l'acceleration de la chute des Corps ſe fait ſelon les quarrés des temps, la peſanteur n'eſt pas une force conſtante, que ſi elle eſt conſtante, l'une ou l'autre de ces ſuppoſitions n'eſt pas vraie, & enfin que ces trois choſes ne ſont compatibles enſemble que priſes deux à deux de telle maniere qu'on voudra.

Il y a même encore plus. Le même raiſonnement par lequel M. Varignon prouve que ſi la Terre tourne, & ſi l'acceleration des chutes ſe fait ſelon le Syſtême de Galilée, la peſanteur n'eſt pas conſtante, prouve qu'elle ne l'eſt pas non-plus dans les chutes obliques à l'Horizon, quoique la Terre ſoit ſuppoſée immobile.

Mais tout cela ne doit s'entendre que dans la rigueur geometrique. La formule même de M. Varignon fait voir que dans les deux hypothêſes qui empêchent l'action de la peſanteur d'être égale, ſon inégalité ne pourroit être ſenſible, à moins qu'un Corps ne tombât d'une hauteur ſans comparaiſon plus grande que toutes celles d'où nous pouvons faire des experiences. Car que l'on tire au centre de la Terre deux lignes, l'une qui parte du point d'où le Corps tombe, l'autre du point où il tombe ſur la terre, toute l'inégalite de l'action de la peſanteur eſt renfermée dans la difference de ces deux lignes, & cette difference n'eſt qu'un point par rapport à la longueur de la plus courte, qui eſt de 1500 lieuës. On peut donc ſuppoſer hardiment en Phyſique les trois choſes que la préciſion geometrique rendroit incompatibles, & en effet on les a toûjours ſuppoſées ſans s'appercevoir d'aucune erreur.

Voilà à quoi sert l'exactitude de la Geometrie. Elle nous donne dans toute sa pureté le Vrai, que la Physique & les experiences alterent toûjours, & elle nous fait voir jusqu'à quel point, nous qui ne pouvons éviter de nous tromper, nous nous trompons impunément.

SUR QUELQUES PROPRIETE'S DES PENDULES,

Et de la Parabole par rapport aux Pendules.

V. les M. p. 49.

UN Corps étant suspendu à un fil, si on le tire de son point de repos, qu'on lui fasse décrire un arc quelconque, qui sera necessairement circulaire, & aura pour rayon la longueur du fil, ou du Pendule, & qu'ensuite on laisse retomber ce corps, il décrira en descendant le même arc qu'on lui avoit fait décrire en montant, passera de l'autre côté de son point de repos, & décrira de ce côté-là en remontant un arc égal à celui qu'il avoit décrit en descendant par son poids. Cette force qu'il a pour remonter lui vient de ce qu'en descendant pendant toute la premiere moitié de sa vibration, il a acquis de la vitesse par l'acceleration continuelle de sa chute, & comme cette vitesse est toûjours proportionnée à la hauteur d'où il est descendu, & qu'elle en est en quelque sorte l'effet, elle est toûjours capable de le faire remonter à cette même hauteur. On suppose ici, selon le Systême de Galilée reçû de tous les Philosophes, que les Vitesses sont comme les racines quarrés des Hauteurs.

La hauteur d'où descend un corps qui décrit un arc circulaire est le *sinus verse* de cet arc. Les sinus verses, aussi-bien que les *droits*, augmentent avec les arcs, & lorsqu'enfin l'arc est de 90 degrés, le sinus verse & le droit sont égaux au rayon du cercle. Si une ligne déterminée, qui est le sinus droit ou verse d'un certain arc ou

angle dans un cercle déterminé, eſt priſe auſſi pour ſinus droit ou verſe dans un autre cercle, elle ſera ſinus d'un plus grand arc ou d'un plus grand angle dans un plus petit cercle, & réciproquement.

J'appelle *Axe du mouvement* d'un Pendule, la ligne tirée de ſon point de ſuſpenſion à ſon point de repos. Un Pendule qui vient de décrire en deſcendant un arc quelconque, étant arrivé à ce point, on ſuppoſe que dans cet inſtant il vienne à être raccourci, de quelque maniere que cela ſe faſſe; il eſt certain qu'il avoit acquis la force de remonter de l'autre côté de l'axe de ſon mouvement à la même hauteur ou au même ſinus verſe d'où il étoit deſcendu, & il eſt évident que pour être raccourci, il ne doit rien perdre de cette force. Mais parcequ'il eſt raccourci, ſon mouvement ſe fera dans un plus petit cercle, puiſque la longueur du Pendule eſt toûjours le rayon du cercle où ſe fait le mouvement, donc le ſinus verſe qui demeure le même ſera ſinus d'un plus grand angle, ou, ce qui eſt la même choſe, le Pendule fera un plus grand angle avec l'axe de ſon mouvement, & s'en écartera davantage que s'il n'eût pas été raccourci. Quand il ſera revenu pour la ſeconde fois à ſon point de repos, qu'on le raccourciſſe encore, il a encore la force de remonter à la même hauteur que la premiere fois, il y remontera, mais en s'écartant encore davantage de l'axe de ſon mouvement. On voit que cet écart s'augmentera toûjours, tant que l'on continuëra d'accourcir le Pendule, & que la hauteur à laquelle il remontera dans toutes ſes vibrations ou révolutions ſera toûjours celle qui aura été déterminée par le premier arc qu'il aura décrit en deſcendant.

Lorſque la longueur du Pendule en diminuant toûjours viendra à être égale à cette hauteur ou à ce ſinus verſe conſtant, le Pendule décrira en remontant un quart de cercle entier, & fera un angle droit avec l'axe de ſon mouvement, ou, ce qui eſt la même choſe, remontera à la hauteur de ſon point de ſuſpenſion. Si ſa longueur

devient encore plus petite, il décrira plus d'un quart de cercle, fera un angle obtus avec l'axe, remontera plus haut que le point de suspension, & enfin quand sa longueur ne sera précisément que la moitié du sinus verse constant, il décrira une demi-circonference, & s'élevera jusqu'à l'axe au-dessus du point de suspension. Delà il tombera perpendiculairement le long de l'axe, & sans décrire aucun arc.

Si de ce point de l'axe jusqu'où le Pendule s'étoit alors élevé, on tire une ligne droite à l'extrémité du premier arc circulaire d'où il est tombé, il est clair qu'à l'exception des deux points extrêmes de cette ligne, il n'y en aura aucun où il se trouve à la fin des vibrations qu'il fera en se raccourcissant toûjours, car cette ligne, puisqu'elle est droite, fait dans toute son étenduë le même angle avec l'axe, & le Pendule au contraire en fait toûjours un plus grand. Tous les points où il se trouvera à la fin de ses vibrations, feront donc une Courbe, puisqu'elle aura deux points communs avec la ligne droite supposée, & ne se confondra pas avec elle. On demande quelle est cette Courbe, en supposant le raccourcissement successif du Pendule toûjours égal & uniforme.

M. Carré trouve par une voie fort simple, que c'est une Parabole, dont le parametre est double du sinus verse constant. Son sommet est le point où le Pendule s'éleve lorsqu'il s'éleve jusqu'à l'axe, car les Ordonnées de la Courbe sont des perpendiculaires à l'axe du mouvement, tirées de l'extrémité de l'arc où le Pendule s'est élevé, & alors puisqu'il s'est élevé jusqu'à l'axe en décrivant une demi-circonference, l'Ordonnée est nulle. De plus, quand le Pendule s'éleve jusqu'à l'axe, sa longueur, ou, ce qui est alors la même chose, la distance du sommet au point de suspension, est la moitié du sinus verse constant, & par consequent le quart du parametre de la Parabole; donc le point de suspension est le foyer, puisqu'en toute Parabole la distance du sommet au foyer est le quart du parametre. Ainsi en imaginant que du foyer

de la Parabole pris pour centre ſoient décrits ſur differens rayons une infinité d'arcs circulaires, terminés à la circonference de la Parabole, ces arcs ſeront ceux que parcourra le Pendule toûjours raccourci, il les parcourra tous, ſelon M. Carré, avec la même viteſſe, & il eſt vrai que le ſinus verſe, ou la hauteur dont la racine quarrée exprime la viteſſe acquiſe, eſt toûjours la même, & de plus M. Carré trouve qu'il les parcourra en temps égaux, parceque dans la chute accelerée des corps les temps ſont comme les viteſſes.

Si donc une infinité de cercles concentriques étant donnés, on demandoit la Courbe qui les coupât de maniere que les arcs qu'elle détermineroit fuſſent parcourus par un Pendule en temps égaux, ou avec la même viteſſe, cette Courbe ſeroit une Parabole qui auroit pour foyer le centre commun de tous ces cercles; & ſi de plus la viteſſe que devroit avoir le Pendule étoit déterminée, il faudroit que le parametre de la Parabole fût double de la hauteur d'où le Pendule devroit tomber pour acquerir cette viteſſe. Ce ſont-là de nouvelles proprietés de la Parabole par rapport aux Pendules, quoique d'un côté cette Courbe ſoit ſi connuë & ſi maniée, & que de l'autre les plus habiles Geometres depuis Galilée aïent eu pour la *Theorie des Pendules* une curioſité particuliere. Mais il n'eſt pas aiſé que la plus longue ſuite des plus profondes recherches épuiſe rien parfaitement.

En conſiderant le raccourciſſement ſucceſſif du Pendule, nous ne l'avons point pouſſé plus loin que la moitié du ſinus verſe conſtant, & c'eſt alors que le Pendule atteint juſqu'au ſommet de la Parabole; mais il eſt indubitable qu'il pourroit être encore plus court à l'infini, & quels effets en devroient arriver? Nous ne les avons pas examinés juſqu'ici, afin de démêler davantage les idées.

On voit alors en jettant les yeux ſur l'équation qui exprime la Parabole, que ſes Ordonnées deviennent imaginaires, & par conſequent le Pendule ne peut plus aller

jusqu'à cette Courbe, ce qui est naturel, puisqu'il a parcouru tous ses points jusqu'à son sommet, le dernier de tous, mais ce n'est pas à dire qu'il n'ait plus aucun mouvement. Il s'éleve toûjours jusqu'à un point de l'axe, mais plus bas que le sommet de la Parabole, car quoiqu'il ait une force suffisante pour s'élever jusque-là, son peu de longueur ne le lui permet plus, & moins il a de longueur, plus le point où il s'éleve est bas par rapport à celui où il tend à s'élever. Il a donc une tendance à s'élever qui n'est pas entierement remplie ni satisfaite, & comme, lorsqu'elle l'étoit entierement, il s'élevoit jusqu'au sommet de la Parabole en décrivant une demi-circonference, il doit lorsqu'il ne s'éleve pas tant décrire plus d'une demi-circonference, pour emploïer ce qui lui reste encore de force. On trouve qu'il décrit une circonference entiere autour de son point de suspension lorsque sa longueur est au sinus verse constant comme 2 à 5. Cette détermination dépend de la Theorie des forces centrifuges, car c'en est une veritable que la force avec laquelle le Corps tend à s'élever plus haut qu'il ne peut, & tire le fil qui le tient suspendu, mais nous n'entrerons pas presentement dans cette consideration. Si le sinus verse constant étant toûjours 5, la longueur du fil est entre 2 & $2\frac{1}{2}$, le corps ne décrira pas une circonference entiere, mais fera quelques vibrations au-dessus du point de suspension, plus ou moins grandes selon qu'il sera plus ou moins court dans les limites marquées. Si sa longueur est au-dessous de 2, il décrira une circonference & fera de plus quelques vibrations au-dessous du point de suspension, & pourra même recommencer plusieurs fois la même circonference.

Jusqu'ici nous n'avons supposé le Pendule que faisant ses vibrations *laterales*, & dans un même plan, ce qui est la consideration la plus ordinaire, mais si l'on supposoit qu'il les fît de maniere à décrire la surface d'un Cone droit, & qu'on le conçût toûjours raccourci comme l'on a fait, il faut voir quels changemens s'ensuivroient. Il est

facile de les déterminer. L'axe du mouvement du corps, est le même que celui du Cone droit, & la distance où il en est dans sa premiere révolution & avant que d'être accourci, donne la même hauteur à laquelle il est élevé, ou le même sinus verse que s'il faisoit ses vibrations laterales. Ce sinus est encore constant. Au lieu que le Pendule faisant ses vibrations laterales décrivoit par son raccourcissement des arcs de cercles de differens rayons, il décrit maintenant des circonferences entieres, dont les rayons sont les differentes distances de l'extrémité du Pendule à l'axe; au lieu qu'il se trouvoit successivement dans tous les points d'une Parabole, il se trouvera dans tous ceux d'un Solide ou Conoïde parabolique, & comme il parcouroit en temps égaux tous les arcs circulaires terminés à la Parabole, il parcourra de même en temps égaux toutes les circonferences qui composent la surface du Conoïde. Dans le cas où il s'élevoit à la hauteur de son point de suspension, & faisoit un angle droit avec l'axe, il s'élevera encore à cette hauteur, & fera ce même angle, mais il décrira autour de son point de suspension un cercle horizontal; & dans le cas où il s'élevoit au sommet de la Parabole, il s'élevera au sommet du Conoïde parabolique, & décrira autour de ce point un cercle infiniment petit, qui répondra à l'Ordonnée nulle de la Parabole. S'il manque encore quelque chose à cette comparaison, il est trop aisé de le suppléer.

SUR LES ROULETTES.

Lorsque M. Nicole apporta à l'Academie son Problême general sur les Roulettes, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1706 *, il étoit étranger, mais depuis étant devenu membre de la Compagnie, il lui a fait revoir ce même Problême, & elle le donne maintenant comme une chose qui lui appartient. V. les M. p. 81. * p. 94.

L'exemple de cette Theorie suffiroit seul pour prouver

que quand on veut ſaiſir ce qu'il y a de plus general dans une recherche geometrique, il faut emploïer non-ſeulement l'Hypothêſe, mais encore le Calcul des Infiniment petits. On emploïe cette Hypothêſe, quand on conſidere les Courbes, comme formées d'une infinité de lignes droites infiniment petites, auſquelles répondent dans les Abſciſſes & dans les Ordonnées des differences de même nature, & l'on emploïe le Calcul, lorſqu'on donne des noms & des expreſſions à ces droites infiniment petites, & qu'on les fait entrer dans les operations algebriques. Les Anciens ont connu l'hypothêſe des Infiniment petits, car ils ne ſont autre choſe que ces grandeurs *moindres qu'aucune grandeur donnée ou finie*, dont ils ſe ſont ſervis quelquefois, mais ni ils n'ont pouſſé cette hypothêſe juſqu'aux differens Ordres ou Genres d'Infiniment petits, ni ils n'en ont connu le Calcul, ce qui les a extrêmement bornés.

Lorſqu'on veut s'élever à une Theorie generale, par exemple, à celle des Roulettes, & trouver, comme M. Nicole, une Equation telle, que de ces trois Courbes, la Generatrice, la Baſe, la Roulette, deux quelconques étant données, on trouve auſſi-tôt la troiſiéme, & cela, ſoit que le point décrivant ſe prenne ſur la circonference de la Generatrice, ou ſeulement ſur ſon plan, qui eſt infini, il eſt viſible qu'il faut trouver quelque choſe de commun à toutes les Courbes poſſibles. Or elles n'ont rien de commun ou d'égal, du moins generalement parlant, que par leurs Infiniment petits. Si on fait rouler un arc fini de Cercle ſur une ligne droite, on peut découvrir par les proprietés de l'une & de l'autre ligne, & par le mouvement qu'on donne à la Generatrice, quelle Roulette doit en réſulter; mais ſi tout le reſte demeurant le même, on ſuppoſe que la Generatrice qui étoit un arc de Cercle, ſoit un arc de Parabole, ces deux arcs n'ayant rien de commun, il faudra faire une ſeconde recherche toute differente de la premiere, & l'une ne ſervira de rien pour l'autre. Si l'on avoit ſeulement conſideré une

portion

portion infiniment petite d'un arc de cercle, appliquée pendant un mouvement d'un inſtant ſur une portion infiniment petite de la Baſe, cette portion infiniment petite de Cercle pouvant être également portion de toute autre Courbe, tous les rapports qui auroient pû naître de cette conſideration auroient également appartenu à toutes les Courbes imaginables, & cela, comme on voit, en vertu de l'hypotheſe de l'Infiniment petit.

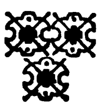
Mais pour arriver au general, ce ne ſeroit pas aſſés d'avoir pris cette hypothêſe, il faudroit encore en emploïer le calcul. Toutes les Courbes poſſibles ſe diviſent en deux eſpeces, en *Geometriques*, & en *Mechaniques*, &, comme nous l'avons dit dans l'Hiſt. de 1704 *, ces deux eſpeces ne peuvent être exprimées d'une maniere qui leur ſoit commune, ſi elles ne le ſont par leurs Infiniment petits. Il eſt donc neceſſaire de faire entrer les Infiniment petits dans toute Equation qui doit comprendre toutes les Courbes poſſibles. * p. 115.

La Theorie de M. Nicole pour les Roulettes, établie ſur de pareils fondemens, eſt ſi generale, qu'à meſure que l'on y fait des reſtrictions, elle produit encore des formules infiniment generales, quoiqu'elles le ſoient moins. Par exemple, elle contient une diſtance indéterminée du point décrivant au point de la Generatrice par où commence le roulement, & par conſequent ſi l'on égale cette diſtance à Zero, le point décrivant eſt ſur la circonference de la Generatrice, & la formule donne toutes les Roulettes infinies qui dans cette ſuppoſition naiſſent de Generatrices quelconques roulant ſur des Baſes quelconques. Dans cette formule ainſi reſtrainte, on peut encore faire pluſieurs reſtrictions, qui ne l'empêcheront pas d'être infinie. On peut ſuppoſer que la Baſe ſoit un Cercle, & l'on a une infinité d'eſpeces differentes de Roulettes qui peuvent naître ſur des Baſes circulaires. Si de plus, la Generatrice eſt un Cercle, on a toutes les Epicycloïdes. Si le Cercle, qui eſt la Baſe, eſt infini, il vient enfin la Cycloïde ordinaire, qui aprés avoir été long-

temps ſeule, & par elle-même l'objet de l'attention des plus grands Geometres, eſt maintenant abîmée dans la Theorie univerſelle.

Nous avons déja dit dans l'Hiſt. de 1706 que la plus curieuſe découverte de M. Nicole ſur cette matiere, eſt qu'une Courbe geometrique roulant ſur elle-même produit une Roulette qui eſt auſſi geometrique, en quelque endroit que ſoit pris le point décrivant, & que puiſque ce point peut être pris en une infinité d'endroits ſur le plan de la Generatrice, il n'y a point de Courbe geometrique, qui n'en puiſſe produire une infinité d'autres. Cette Propoſition d'une ſi vaſte étenduë vient s'offrir d'elle-même par la Methode de M. Nicole. Car la diſtance du point décrivant à la Generatrice demeurant indéterminée, & ſeulement la Generatrice & la Baſe étant ſuppoſées la même Courbe, dont l'Equation ne renferme point d'Infiniment petits, on voit auſſi-tôt que la Roulette generale qui en réſulte, n'en renferme point non-plus, & par conſequent eſt geometrique. Ainſi quand un Cercle roule ſur un Cercle égal, toutes les Epicycloïdes qui en naiſſent ſont geometriques, ſoit qu'elles ſoient *ſimples*, *allongées*, ou *accourcies* *, c'eſt à dire, ſoit que le point décrivant ſoit pris ſur la circonference du Cercle generateur, ou au dedans, ou au dehors. Ce n'eſt pas cependant que l'égalité de la Generatrice & de la Baſe ſoit une condition neceſſaire en fait de Cercles, il ſuffit que leurs rayons aïent un rapport de nombre à nombre. Delà vient que la Cycloïde, ou ſimple, ou allongée, ou accourcie, eſt mechanique; elle a pour Generatrice, & pour Baſe, deux Cercles, l'un fini, l'autre infini, dont par conſequent le rapport n'eſt pas exprimable en nombres.

* V. l'Hiſt. de 1706. p. 74. & 75.



SUR DES QUADRATURES
DE SUPERFICIES CILINDRIQUES, QUI ONT DES BASES CONIQUES.

QUand on connoît une proprieté dans une Courbe, s'il y a quelque autre Courbe analogue & de même espece, la même proprieté s'y doit trouver avec certaines modifications, & elle sert d'indice aux Geometres, qu'il y a là quelque découverte à faire, à peu prés comme les vapeurs du matin, & quelques autres marques font reconnoître aux Fonteniers les sources cachées. V. les M. p. 330.

La superficie d'un Cilindre peut être conçûë comme formée d'une infinité de lignes droites égales, paralleles, & infiniment proches, élevées perpendiculairement sur le plan d'un Cercle, & dont chacune part d'un point de sa circonference. Si l'on conçoit tous les Sinus d'un quart de Cercle élevés chacun perpendiculairement sur le point de la circonference qui lui répond, ils formeront une superficie cilindrique, mais décroissante, si on la prend depuis le plus grand Sinus qui est le Rayon, jusqu'au plus petit qui est Zero. *M. Pascal*, l'un des premiers Geometres de son Siecle, a démontré que cette superficie cilindrique étoit égale au quarré du Rayon.

Tous ces Sinus ne sont que les lignes qui remplissent & qui forment l'aire d'un quart de Cercle, & l'on pourroit d'abord être surpris que ces mêmes lignes qui ne forment que cet espace non quarrable, lorsqu'elles sont toutes arrangées & disposées sur le rayon, viennent à former un espace & plus grand & quarrable, sans augmenter ni en nombre ni en grandeur, lorsqu'elles sont disposées sur la circonference du quart de Cercle. Mais il est aisé de concevoir d'où vient ce changement, & principalement selon le Systême des Infiniment petits. Le rayon du Cercle étant conçû comme divisé en parties infiniment petites

& égales, les ſinus, lorſqu'ils ſont arrangés ſur ce rayon, forment chacun avec la partie du rayon infiniment petite qui lui répond, & à laquelle il eſt perpendiculaire, un rectangle ou eſpace infiniment petit, & la ſomme infinie de tous ces eſpaces eſt l'aire du quart de cercle. Si ces mêmes Sinus ſont diſpoſés ſur la circonference du quart de cercle, il faut la concevoir diviſée en un nombre de parties infiniment petites égal au nombre des parties du rayon, & chaque Sinus multiplié par chacune de ces parties fait un rectangle ou eſpace infiniment petit, qui eſt l'élement de la ſuperficie cilindrique. Mais les parties infiniment petites de la circonference du quart de cercle étant en même nombre que celles du rayon, doivent neceſſairement être plus grandes, & delà vient que la ſuperficie cilindrique eſt plus grande que l'aire du quart de cercle, & puiſque ces deux eſpaces ſont differens, l'un peut être quarrable ſans que l'autre le ſoit. La difference de longueur, inconnuë juſqu'à preſent, qui eſt entre le rayon & la circonference du quart de cercle, produit la difference, pareillement inconnuë, qui eſt entre l'aire du quart de cercle, & la ſuperficie cilindrique égale au quarré du rayon.

M. de la Hire a voulu voir ſi d'autres Lignes priſes dans quelque autre Section Conique, comme les Sinus le ſont dans le Cercle, & élevées de même ſelon leur ordre naturel ſur la circonference de cette Section, n'auroient pas auſſi la proprieté de compoſer une ſuperficie quarrable. Il nomme toûjours cette ſuperficie cilindrique, quoique la baſe n'en ſoit pas circulaire. Il a trouvé par des voïes fort faciles que cette proprieté du Cercle convient à toutes les Sections Coniques. Par exemple, dans la Parabole la *Directrice* étant tirée, c'eſt à dire une ligne perpendiculaire à l'Axe, & auſſi éloignée du ſommet que le ſommet l'eſt du foyer, toutes les lignes menées de cette Directrice au foyer, étant enſuite élevées perpendiculairement ſur la circonference de la Parabole aux points qui leur répondent, elles font une ſuperficie cilindrique éga-

le à un certain espace connu dans la Parabole.

Toutes les quatre Sections Coniques se transforment aisément les unes dans les autres, parceque ce n'est proprement qu'une même Courbe differemment modifiée. On peut, par exemple, les rappeller toutes à une même idée generale, en n'y considerant que les deux foyers. Ou ces foyers sont renfermés sous la même circonference, ou ils ne le sont pas. S'ils sont sous la même circonference, ou ils sont à une distance finie l'un de l'autre, & c'est une Ellipse, ou l'un est à une distance infinie de l'autre, & c'est une Parabole, ou ils sont infiniment proches & confondus en un, & c'est un Cercle. S'ils ne sont pas renfermés tous deux sous la même circonference, c'est une Hiperbole, ou pour parler plus précisément, les deux Hiperboles opposées. Il est donc souvent facile de trouver par le moïen d'une de ces Courbes ce qui doit lui répondre dans l'autre. Si l'on veut, par exemple, trouver une ligne qui soit à l'Ellipse ce qu'est la Directrice à la Parabole, on jugera que puisque la Parabole a un de ses foyers infiniment éloigné de l'autre, & que sa Directrice qui se rapporte aux foyers est une ligne droite ou une circonference d'un Cercle infini, la Directrice de l'Ellipse doit être un Cercle fini, concentrique à l'Ellipse, & aussi éloigné du point qu'on prend pour sommet, que ce sommet l'est du foyer le plus proche. En effet, c'est par ce Cercle que M. de la Hire détermine dans l'Ellipse les lignes qui forment la superficie cilindrique qu'il cherche, de même qu'il avoit déterminé par la Directrice de la Parabole les lignes qui y font le même office. De l'Ellipse à l'Hiperbole, le passage est aisé.

Tout l'art de cette recherche consiste en general à trouver dans chaque Courbe une suite infinie de lignes droites, telles que chacune d'elles multipliée par l'arc infiniment petit de la Courbe correspondant, fasse un rectangle égal à l'Element de quelque espace connu dans la Courbe. Par-là M. de la Hire a beaucoup étendu ce qui, selon la vûë de M. Pascal, n'appartenoit qu'au Cercle.

Les verités que l'on découvre les premières ne sont jamais que de petits ruisseaux qui ont des sources éloignées & fécondes, que l'on trouve en remontant toûjours.

SUR UN PROBLEME DE TRIGONOMETRIE SPHERIQUE.

LA Trigonometrie Spherique est fort differente de la Rectiligne. Par exemple, au lieu qu'un Triangle rectiligne ne peut avoir plus d'un angle droit, un Triangle spherique en peut avoir deux, & même trois. C'est ainsi que le Triangle spherique formé par l'Equateur, le Meridien, & l'Horison a deux angles droits dans la Sphere oblique, & trois dans la droite. La Trigonometrie spherique est plus compliquée que la rectiligne, & ses operations sont plus penibles, & c'est rendre un service aux Geometres que de ramener, autant qu'il est possible, la moins simple, à celle qui l'est davantage.

M. Ozanam l'a fait par la résolution de ce Problême, *Trouver par les Tables des Sinus la Declinaison d'un point donné de l'Ecliptique sans aucune connoissance de la Trigonometrie spherique, & par une seule Analogie.* Il est visible qu'un point de l'Ecliptique étant donné, sa distance au plus proche Equinoxe, qui est un arc de l'Ecliptique est donnée, on sçait d'ailleurs que l'angle de l'Ecliptique & de l'Equateur est de 23 degrés $\frac{1}{2}$, & la Declinaison que l'on cherche, qui est un arc d'un Cercle perpendiculaire à l'Equateur, est le côté opposé à cet angle. Voilà donc un triangle spherique qui a un angle droit dont l'hipotenuse est l'arc de l'Ecliptique déterminé & connu, & un angle aigu de 23 degrés $\frac{1}{2}$. Par-là M. Ozanam détermine en ne se servant que de lignes droites, que comme le sinus total, qui est la premiere mesure de toute Trigono-

metrie rectiligne, est au sinus de l'arc de l'Ecliptique, ainsi le sinus de l'angle de 23 $\frac{1}{2}$, est au sinus d'un arc qui sera la Declinaison cherchée. Une seule proportion fondée sur une Trigonometrie, qui n'est que rectiligne, résout donc ce Problême de Trigonometrie spherique.

De cette même résolution, M. Ozanam tire encore, & avec facilité, cette proposition fondamentale de la Trigonometrie spherique, que *dans tout triangle spherique les sinus des angles sont proportioncls aux sinus de leurs Bases*, au lieu que dans un triangle rectiligne ce sont les Bases mêmes qui sont proportionnelles aux sinus de leurs angles; mais c'est que dans un triangle spherique ces Bases, ou les Côtés sont des arcs de Cercles.

NOus renvoyons aux Memoires
Les Regles de M. Rolle pour trouver les Rayons des Dévelopées. V. les M. p. 370.

CEtte année parut un Ouvrage posthume de M. le Marquis de l'Hôpital, qui avoit déja èté promis dans l'Hist. de 1704 *, intitulé *Traité Analytique des Sections Coniques, & de leur usage pour la résolution des Equations dans les Problêmes tant déterminés qu'indéterminés.* Comme le dessein de cet Ouvrage est absolument le même que celui d'un Livre de M. Guisnée, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1705 *, nous supposerons ici toutes les idées, & tous les principes que nous expliquâmes alors.

* p. 133. & 134.
* p. 98. & suiv.

Le Livre de M. le Marquis de l'Hôpital commence par un Traité des Sections Coniques, d'abord prises separément, ensuite comparées entre elles, & quoique par rapport à l'objet qu'il se propose, ce fût assés de les considerer dans le plan, il les considere aussi dans le solide, c'est à dire dans le Cone où elles sont nées. Cette ma-

niere, si naturelle & si simple en apparence, de rechercher leurs proprietés dans leur premiere formation, est cependant la plus difficile & la plus compliquée, mais elle l'est devenuë infiniment moins, depuis que M. de l'Hôpital a trouvé, selon sa coûtume, une route nouvelle dans cette Theorie. La matiere des Sections Coniques, toute usée qu'elle est, n'a pas laissé de se trouver encore susceptible entre ses mains de certains tours originaux, qui n'appartiennent qu'à un grand Maître ; car sa mort nous donne une entiere liberté de parler de lui. Entre ces tours singuliers, & en quelque sorte hardis, on peut remarquer celui qu'il prend pour faire passer une Section Conique par 5 points donnés.

La nature des Sections Coniques, & sur tout la maniere de les décrire avec le moins de choses données qu'il soit possible, étant établie, on a en general tout ce qui est necessaire pour la construction des Equations indéterminées du 2[d] degré, & de toutes les Equations déterminées jusqu'au 4[me] degré inclusivement. Mais il reste de sçavoir en particulier appliquer telle Equation à telle Section. M. de l'Hôpital a executé tout ce que M. Guisnée avoit promis pour lui, ainsi que nous l'avons dit dans l'Hist. de 1705 *. Il a pris les Equations les plus composées qui pussent se rapporter aux trois Sections Coniques, ou plutôt aux quatre, car le Cercle peut passer pour une espece d'Ellipse, & il a donné les caracteres infaillibles ausquels on reconnoît qu'une telle Equation se rapporte à une telle Section. Quelques-uns de ces caracteres sont fort differens de ceux qui feroient reconnoître ou les Equations simples que M. Guisnée a considerées seules, & ausquelles il a réduit les autres, ou quelquefois seulement les Equations composées. Il est vrai que M. de l'Hôpital n'a démontré en rigueur & *à priori*, ni que les Equations composées qu'il donne soient les plus plus composées qu'il se puisse, ni que les caracteres qu'il assigne naissent necessairement de la nature des Sections ; il a voulu apparemment épargner à ses Lecteurs une discussion trop étenduë,

* p. 108.

étenduë, & trop épineuse ; mais outre qu'on apperçoit déja suffisamment quelques-uns de ses principes, ceux qui voudront s'en assurer pleinement retrouveront sans doute les mêmes sources où il a puisé.

Quand on a donc une Equation indéterminée du 2d degré, il faut d'abord reconnoître à quelle Section elle appartient, ensuite la comparer à l'Equation generale de M. de l'Hôpital, selon la maniere qu'il enseigne, & l'on décrit infailliblement & sans peine la Courbe ou la portion de Courbe necessaire pour la construction de l'Equation proposée. C'est-là une espece de faveur qu'il fait à tous les Geometres, à qui il sauve entierement sur ce point le travail de l'invention & de la recherche, & qui n'ont plus qu'à operer.

Mais il y a eu un autre point préliminaire, surquoi on ne leur peut rien sauver, c'est de trouver par les conditions du Problême proposé l'Equation que l'on construira ensuite. Arriver à cette Equation par la voïe la plus courte & la plus simple, exprimer de la maniere la plus naturelle les conditions du Problême, & les remplir, pour ainsi dire, à moins de frais, c'est un pur effet du genie & de l'industrie particuliere du Geometre. Les Regles ne vont point jusque-là, & tout ce qu'a pû faire M. de l'Hôpital, a été d'en donner dans son Livre un grand nombre d'exemples, que personne n'étoit plus capable de donner. Il les a choisis entre les Problêmes ou les plus difficiles, ou les plus utiles, ou les plus fameux, & par tout il a fait briller l'Art qui lui étoit particulier, & a communiqué ses secrets autant qu'il le pouvoit.

La methode de construire une Equation déterminée, est de la changer en deux indéterminées chacune d'un degré inferieur, & telles que les intersections de leurs Lieux ou des Courbes ausquelles elles se rapportent donnent les Racines de l'Equation déterminée. Il faut que les deux indéterminées puissent toûjours rendre la déterminée, quand on fera évanoüir une des inconnuës, & de plus que les deux indéterminées soient les plus simples,

ou se rapportent à des Courbes les plus simples qu'il soit possible.

Pour construire une Equation déterminée du 3me ou du 4me degré, les deux Equations indéterminées ou les deux Lieux les plus simples que l'on puisse emploïer sont tous deux du 2^d^ degré. Pour une Equation déterminée du 5me & 6me degré, ces Lieux sont l'un du 2^d^, l'autre du 3me. Pour le 7me, 8me, & 9me degré, ils sont tous deux du 3me. Pour le 10me, 11me, & 12me degré, ils sont l'un du 3me, l'autre du 4me degré. Pour le 13me, 14me, 15me, & 16me degré, ils sont tous deux du 4me. Pour le 17me, 18me, 19me, & 20me, ils sont l'un du 4me, l'autre du 5me. Pour le 21me, 22me, 23me, 24me, & 25me, ils sont tous deux du 5me, &c. Tout cela n'est prouvé que par induction; mais comme il seroit & curieux & utile d'avoir une Regle par laquelle on trouvât d'abord le degré des deux Lieux les plus simples qui puissent construire une Equation déterminée quelconque, M. de l'Hôpital a fait cette observation sur la progression des Nombres que nous venons de marquer. Toute Equation déterminée dont le degré est un nombre quarré se construit par deux Lieux d'un degré égal à la racine. Depuis ce quarré jusqu'au quarré prochain & superieur, les Equations dont le degré est quelqu'un des nombres moïens se partagent en deux especes par rapport à la construction. Les unes se construisent par deux Lieux, dont l'un est égal à la racine du moindre quarré, l'autre à celle du plus grand, & les autres Equations se construisent par deux Lieux égaux à la racine du plus grand. Les premieres sont celles dont le degré est depuis le moindre quarré jusqu'au nombre égal à ce quarré plus sa racine, les secondes sont celles dont le degré est depuis ce nombre jusqu'au plus grand quarré. On vient d'en voir des Exemples, & delà il est aisé de tirer une Regle de pratique. Comme les intervalles entre les quarrés consecutifs vont toûjours en augmentant, il suit que plus le degré des Equations déterminées est élevé, plus il y a un grand nombre d'Equations plus élevées les unes que les autres,

qui se construisent par des Lieux du même degré. Ces rapports de certaines suites de Nombres à certaines choses ne sont pas des hazards, & il seroit fort curieux, mais peut-être quelquefois fort difficile, d'en découvrir la premiere & la veritable cause.

En donnant des exemples de constructions de differens degrés, M. de l'Hôpital ne manque pas les occasions plus particulieres d'instruire qui peuvent se presenter; tantôt il enseigne à emploïer de certains tours d'adresse, qui facilitent les operations, tantôt il fait voir en quoi quelques Regles ordinaires ou qui viennent des plus grands Maîtres peuvent être défectueuses, & en general il rassemble tout ce qu'on a sçû jusqu'ici sur cette matiere, ou mêlé avec tout ce qu'il avoit pû y découvrir, ou rectifié par ses vûës, mais de tout cela nous ne pouvons entreprendre d'en donner aucune idée; ces sortes de choses sont, pour ainsi dire, trop attachées au lieu qui les contient.

Seulement nous dirons un mot du morceau qui finit tout le Livre, c'est une Methode generale pour la division d'un arc de cercle quelconque en un nombre impair de parties égales, ou, ce qui revient presque au même, pour l'inscription d'un Poligone regulier quelconque dans le cercle. Ces Problêmes produisent necessairement des Equations déterminées d'un degré d'autant plus élevé que l'arc circulaire doit être divisé en un plus grand nombre de parties, ou que le Poligone a plus de côtés.

Nous avons parlé dans l'Hist. de 1702 * de la Methode que trouva feu M. Bernoulli, aprés celles de M. son frere, pour la Section indéfinie des Arcs circulaires; elle consistoit en une Progression des Cordes correspondantes, fort subtilement trouvée, & c'est en effet à des Progressions ou Series que doivent toûjours aboutir les résolutions de ces sortes de Problêmes, quand on veut qu'elles soient generales. M. de l'Hôpital a trouvé une Progression toute nouvelle, démontrée en toute rigueur, qui marche toûjours d'un pas égal, & ne laisse aucun vuide

* p. 58. & suiv.

qu'il faille remplir sur la foi des termes connus, comme il arrive quelquefois. Elle lui produit même, & des Theorêmes entierement nouveaux sur le Cercle, quoique si manié & depuis si long-temps, & des reflexions fines sur certaines suites de Nombres, & principalement sur les Nombres *figurés*, ce qui peut être tres-utile dans la Theorie des Combinaisons.

Des Progressions ou Series qui sont un peu composées demandent naturellement des Tables qui les representent, & où l'on ira chercher le terme dont on aura besoin, par exemple, la premiere des 5 Cordes qui couperont en 5 parties égales un arc donné. Mais comme on peut n'avoir pas cette Table toute faite, M. de l'Hôpital donne une Equation generale par laquelle on trouvera tout d'un coup le Terme que l'on voudra. Il va même jusqu'à donner la construction d'un Instrument, qui executera telle division d'arc que l'on voudra en un nombre impair de parties, & c'est-là tout ce qu'on peut jamais desirer en cette matiere.

A la Methode de la Section indéfinie d'un arc circulaire, dont la Trisection de l'angle, cherchée par les Anciens, n'est que le cas le plus simple, M. de l'Hôpital joint la Methode de trouver tant de moïennes proportionnelles qu'on voudra entre deux grandeurs données, autre Problême, dont le cas le plus simple est la Duplication du Cube, cherchée aussi par les Anciens. Il en donne la résolution geometrique, & en même temps un Instrument qui executera geometriquement tout ce qu'on voudra.

C'est par-là que finit l'Ouvrage. Il y manque la Theorie des Courbes Mechaniques, que nous avions annoncée dans l'Hist. de 1704 *, elle entroit dans son dessein, mais il ne l'avoit pas encore faite quand il est mort. Ce qu'il n'a pû donner au Public est une perte presque entierement irréparable.

* p. 133. & 134.

En general le plan de ce Livre est celui de la Geometrie de M. Descartes, mais beaucoup plus étendu & plus

complet. M. Descartes s'étoit contenté d'énoncer simplement ses vûës, & d'une maniere si succincte, qu'il a eu besoin de Commentateurs. M. de l'Hôpital les rend tous inutiles, & il va beaucoup plus loin qu'eux. Il falloit à M. Descartes un tel Interprete, ou plutôt un tel successeur de son genie.

ASTRONOMIE.

SUR LA SECONDE INEGALITE' DES SATELLITES DE JUPITER.

LEs observations des Satellites de Jupiter faites par l'Academie depuis l'an 1670 jusqu'en 1675, découvrirent dans leurs mouvemens une inégalité que l'on n'y connoissoit pas encore. On voyoit quelquefois le premier Satellite, par exemple, sortir de l'ombre de Jupiter plus tard qu'il n'auroit dû faire selon le calcul des Tables, qui d'ailleurs répondoit assés juste aux observations, & quelquefois il en sortoit précisément dans le temps prescrit par le calcul. Cette inégalité n'étoit point assés legere pour être attribuée à de petites erreurs qui se glissent toûjours dans les operations les plus exactes, elle alloit dans son plus grand excés jusqu'à 14'. V. les M. p. 25.

M. Cassini, & M. Roëmer, alors membre de l'Academie, l'ayant examinée de prés, trouverent qu'elle se rapportoit aux differentes distances de Jupiter à la Terre, ou, ce qui revient au même, à ses diverses configurations avec le Soleil, qu'immediatement aprés une opposition de Jupiter au Soleil, qui est le temps où Jupiter est le plus proche de nous, le premier Satellite sortoit de l'ombre de Jupiter dans le temps marqué par les Tables, qu'en-

ſuite il en ſortoit toûjours plus tard, juſqu'à ce qu'enfin il en ſortît 14′ plus tard, proche la conjonction de Jupiter au Soleil, qui eſt le temps où Jupiter eſt le plus éloigné de nous, & où il l'eſt plus que dans l'oppoſition de toute l'étenduë du diametre de l'Orbe annuel décrit par la Terre autour du Soleil. Comme cette inégalité du mouvement du Satellite ſembloit dépendre de ce que Jupiter & lui ſont vûs de la Terre & non du Soleil, on l'appella *ſeconde* inégalité, ſelon les principes établis dans l'Hiſt. de 1704 *.

* p. 70.

Une conjecture fort ingenieuſe ſur la cauſe de cette inégalité ſe preſenta d'abord aux deux Aſtronomes. Ils conçûrent que le mouvement de la Lumiere n'étoit pas *inſtantanée*, comme l'avoient crû juſque-là tous les Philoſophes, mais qu'elle emploïoit quelque temps à ſe répandre, que cela ſuppoſé, ſi le Satellite ſortoit plus tard de l'ombre quand nous étions plus éloignés de lui, ce n'étoit pas qu'il en ſortît effectivement plus tard, mais que ſa lumiere avoit été plus de temps à venir juſqu'à nous, parceque, pour ainſi dire, nous avions fui devant elle.

M. Caſſini propoſa cette penſée dans un Ecrit qu'il publia au mois d'Aouſt 1675, pour annoncer aux Aſtronomes la ſeconde inégalité qu'il avoit découverte dans les Satellites de Jupiter. Il leur prédiſoit pour les en aſſurer qu'elle ſeroit cauſe qu'une Emerſion du premier Satellite qui devoit arriver le 16 Novembre ſuivant, arriveroit 10′ plus tard qu'elle n'étoit calculée.

Mais M. Caſſini ne demeura pas long-temps dans la penſée que la propagation ſucceſſive de la Lumiere produiſiſt cette ſeconde inégalité, & au contraire M. Roëmer s'attacha à cette hypothêſe, & la ſoûtint avec tant de force & de ſubtilité qu'il ſe la rendit propre, & qu'un grand nombre d'habiles Philoſophes l'ont priſe de lui.

Elle étoit digne en effet d'inſpirer à un Homme d'un grand eſprit une eſpece de paſſion. Pourquoi la Lumiere pourroit-elle traverſer un eſpace en un inſtant, plutôt qu'un Bloc de marbre ? Le mouvement du corps le plus

ſubtil ne peut être que plus prompt que celui du corps le plus peſant & le plus maſſif, mais il ne peut pas plus être inſtantanée. Un préjugé trop favorable aux Cieux & aux Corps celeſtes leur a fait donner bien des prérogatives qu'ils commencent à perdre. On les avoit crus incapables d'alteration, on en eſt preſentement deſabuſé par l'experience, mais ſi on avoit bien raiſonné, ç'auroit été de tout temps un grand préjugé contre eux, que les changemens des Corps ſublunaires. Les mêmes Loix de la Nature ont cours par tout, & les Cieux ne doivent nullement être privilegiés. Si l'on veut que le mouvement de la Lumiere ne ſoit pas un *changement réel de lieu*, un tranſport effectif, mais une ſimple preſſion de quelque matiere ſubtile, une ondulation, le Son n'en eſt qu'une non-plus, & il ne ſe répand pas en un inſtant. De plus les 14 Minutes que la Lumiere doit emploïer à traverſer l'Orbe annuel, c'eſt à dire à parcourir *66 millions de lieües*, donnent une facilité agréable à faire des calculs ſur ce mouvement, à lui comparer celui du Son, à fonder des ſpeculations élevées & ſubtiles, & tout cela perſuade en faveur de l'hypothêſe.

Cependant M. Maraldi la combat preſentement, & d'une maniere aſſés forte. Il prouve que tout ne s'y accorde pas, & c'eſt aſſés, car une hypothêſe eſt obligée de répondre à tout.

Il eſt vrai que d'une oppoſition de Jupiter à une conjonction, ou d'une conjonction à une oppoſition les Eclipſes du premier Satellite varient ſelon que le demanderoit le mouvement ſucceſſif de la Lumiere. Il eſt vrai de plus qu'entre ces deux termes, c'eſt à dire, vers les quadratures de Jupiter avec le Soleil, la variation des Eclipſes du Satellite eſt la moitié de la variation totale, de même que la variation de la diſtance de Jupiter à la Terre eſt alors la moitié de la variation totale de cette même diſtance depuis une oppoſition juſqu'à une conjonction.

Mais il faudroit encore que du Perihelie à l'Aphelie de Jupiter ou réciproquement, il y eût une variation dans

les Eclipses du Satellite; car du Perihelie à l'Aphelie de Jupiter la variation de sa distance à l'égard du Soleil, est le quart du diametre de l'Orbe annuel de la Terre, & si la lumiere traverse cet Orbe en 14', elle parcourt le quart de son diametre en 4' à peu prés, qui sont une quantité assés sensible pour l'Astronomie d'aujourd'hui. Il s'ensuit donc que si l'on a plusieurs observations des Eclipses du Satellite pendant l'opposition de Jupiter, mais que dans les unes Jupiter ait été à son Perihelie, & dans les autres à son Aphelie, elles doivent donner une variation sensible dans les Eclipses du Satellite; mais M. Maraldi, qui a un grand nombre d'observations entre les mains, prouve que cette variation ne s'y rencontre jamais, & que l'on gâteroit les Tables si l'on y vouloit introduire à cet égard la consideration du Perihelie & de l'Aphelie de Jupiter.

Il faudroit de plus dans l'hypothêse du mouvement successif de la lumiere, que la seconde inégalité du premier Satellite lui fût commune avec les trois autres, les differences de leurs distances à la Terre ne sont rien, ni par rapport à l'énorme distance où ils en sont tous, ni par rapport à la prodigieuse rapidité qu'on est obligé d'attribuer à la lumiere. Mais M. Maraldi fait encore voir que les trois Satellites les plus élevés ont, à la verité, des secondes inégalités, aussi-bien que le premier, mais fort differentes, & beaucoup plus grandes, au lieu qu'elles devroient être égales à la sienne.

Il paroît donc qu'il faut renoncer, quoique peut-être avec regret, à l'ingenieuse & séduisante hypothêse de la propagation successive de la lumiere, ou du moins à l'unique preuve certaine que l'on crût en avoir, car une preuve manquée ne rend pas une chose impossible. Il est vrai que si la lumiere traverse 66 millions de lieuës sans y emploïer le moindre temps dont nous pûissions nous appercevoir, il y a sujet de craindre qu'elle ne se répande en un instant, il faudroit qu'elle eût une vitesse au-delà de toute vrai-semblance. A quoi tient-il que nous ne tombions dans de grandes erreurs? Si Jupiter n'eût eu qu'un Satellite,

Satellite, & si son excentricité à l'égard du Soleil eût été moindre, & ces deux choses-là étoient fort possibles, nous nous serions tenus sûrs que la lumiere traversoit en 14' l'Orbe annuel de la Terre.

SUR L'ECLIPSE DE LUNE
DU DIX-SEPT AVRIL.

L'Eclipse de Lune du 17 Avril ne fut observée que fort imparfaitement par les Astronomes de l'Academie; des nuages qui passoient presque à chaque moment devant la Lune leur déroberent un grand nombre de Phases, & leur rendirent douteuses la plûpart de celles qu'ils leur laisserent appercevoir. V. les M. p. 168. 172. 555.

Mrs Cassini & Maraldi virent au travers des nuages le bord oriental de la Lune déja un peu éclipsé à 11h 57' du 16 Avril, & Mrs de la Hire observerent pour premiere phase 3 doits 36' éclipsés à 0h 11' du 17. Ces deux observations s'accordent à donner le commencement de l'Eclipse beaucoup plutôt que 0h 5' du 17, temps auquel il avoit été marqué par la *Connoissance des Temps*. Elle s'est trop écartée du Ciel sur ce point, & l'Academie ne fait point de difficulté de l'avoüer. Les calculs, quoique longs & penibles, ont été refaits tout de nouveau par ceux même qui ne les avoient pas faits en premier lieu, & qui n'y avoient nul interest personnel; on n'a pû y découvrir d'erreur. Il se peut que les irrégularités de la Lune, qui en a plus qu'aucune autre Planete, ne soient pas encore toutes connuës, ou ne le soient pas parfaitement.

C'est dans les observations difficiles que les Astronomes ont lieu de faire paroître plus d'industrie. M. de la Hire avoit deux observations sûres, éloignées l'une de l'autre de 23', & entre ces deux il en avoit 8 de douteuses. Il fit reflexion que cette Eclipse étoit centrale à tres-peu de chose prés, c'est à dire, que le centre de la Lune

passoit par celui de l'ombre, & qu'en vertu de ce passage direct & perpendiculaire, l'ombre devoit marcher d'un pas égal sur le corps de la Lune, & y couvrir ou y laisser découvertes des parties égales en des temps égaux. Comme il avoit 8 observations douteuses entre 2 sûres, il partagea en 10 intervalles de temps égaux les 23 Minutes qui étoient l'intervalle des deux bonnes observations, & par-là il trouva les 10 parties égales correspondantes du diametre de la Lune, où l'ombre devoit s'être trouvée successivement. En comparant à ces phases certaines celles qu'il avoit par ses observations douteuses, ou celles qu'elles lui donnoient, il vit à quoi pouvoit monter l'erreur, & jusqu'où il pouvoit se fier à des operations faites dans cette espece de desordre. D'un autre côté M[rs] Cassini & Maraldi suppléerent aux observations qui leur manquoient par celles qui leur vinrent de divers endroits. Par exemple, ils avoient observé avec sûreté le commencement de l'Emersion, M. le Marquis Salvago leur envoïa de Gennes le moment de l'Immersion totale, & par la difference connuë des Meridiens de Paris & de Gennes, ils eurent ce moment pour Paris. Ils eurent donc le temps de la demeure entiere de la Lune dans l'ombre, & ils le trouverent de $1^h 47' 50''$, & se rencontrerent dans la même Minute avec la *Connoissance des Temps*, qui le donne de $1^h 47' 8''$. Son erreur ne consiste donc qu'à avoir retardé l'Eclipse.

Si l'on se souvient de ce qui a été dit dans l'Hist. de 1704 * sur les differentes refractions de l'Atmosphere, & sur les changemens qu'elles peuvent causer dans l'ombre de la Terre, on ne sera étonné, ni que pendant l'obscurité totale la Lune ait toûjours été fort rouge, ni que vers le centre de l'ombre on y ait vû une espece de Tache plus noire, ni que cette Tache ait paru changer de figure & de place, ainsi que l'a observé M. de la Hire.

* p. 59. & suiv.

Le même P. Boutin Missionnaire Jesuite, qui, comme nous l'avons dit dans l'Hist de 1706 *, avoit observé au Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue l'Eclipse de Lune

* p. 113. & 114.

du 28 Avril 1706, observa celle-ci dans le même lieu. Par son observation de la premiere Eclipse l'Isle de S. Domingue, & par consequent toute l'Amerique étoit de 6 degrés, c'est à dire de 150 lieuës à peu prés plus occidentale qu'elle ne l'est par les meilleures Cartes que nous aïons euës jusqu'à present; mais par l'observation de la seconde Eclipse, cette grande difference diminuë, & l'Amerique n'est plus que de 2 degrés & demi plus occidentale qu'on ne croïoit. Les observations de l'une ni de l'autre Eclipse n'ont été faites avec tous les Instrumens necessaires, mais il paroît que ce sont celles de la premiere dont on peut le plus se défier.

SUR LA DERNIERE CONJONCTION ECLIPTIQUE DE MERCURE AVEC LE SOLEIL;

Et en general sur la Planete de Mercure.

NOus avons dit dans l'Hist. de 1706 * que Mercure est assés difficile à voir, tant parcequ'il est fort petit, que parcequ'il est toûjours fort proche du Soleil, & par-là son mouvement doit être difficile à déterminer, mais il l'est encore par deux autres raisons. Cette Planete va fort vîte, & son Orbe est fort excentrique au Soleil, ce qui rend son mouvement fort inégal dans de petits intervalles de temps.

V. les M. p. 175, 198, 200, & 359.
* p. 106, & suiv.

Les Conjonctions *écliptiques* de Mercure avec le Soleil, c'est à dire, celles où il passe devant le Soleil, & en éclipse une petite partie, doivent donc être fort importantes, puisque de tous les points de son cours ce sont les plus propres à des déterminations exactes & précises. Depuis qu'il y a des Astronomes, on n'a encore que 6 de ces Conjonctions, toutes 6 dans le Siécle passé.

La plûpart des Tables Astronomiques en promettoient

une septiéme le 5 May de cette année, & qui devoit être visible à Paris. Par les Tables Rudolphines, Mercure devoit entrer dans le Soleil à 5^h 15′ du matin, & n'en sortir qu'à midi & demi. Par les Tables de M. de la Hire, Mercure ne devoit entrer dans le Soleil que vers les 4^h du soir, & par consequent il n'y avoit qu'environ la moitié de son passage qui dût être visible sur nôtre Horizon.

D'un autre côté, M. Halley, habile Astronome Anglois, & qui a observé dans l'Isle de Sainte Helene en 1677 la quatriéme conjonction écliptique de Mercure, avoit trouvé par son calcul qu'il ne devoit entrer dans le Soleil qu'à 8^h 15′ du soir à Paris, & qu'il en devoit sortir à 4^h 15′ du matin, c'est à dire que la conjonction dans toute sa durée devoit nous être invisible. Il ne faut point être étonné de voir de grands Astronomes s'accorder si peu sur Mercure, c'est la moins connuë de toutes les Planetes.

L'évenement répondit au calcul de M. Halley, du moins en ce qu'il n'y eut pont de conjonction, tant que le Soleil fut sur l Horizon de Paris le 5 May, car le temps permit assés d'observer, & l'on ne vit rien. M. Wrzelbaur a écrit depuis à l'Academie qu'il avoit aussi observé le Soleil à Nuremberg tout ce jour-là, & le jour suivant, sans rien appercevoir.

M. de la Hire le fils, étonné de voir manquer les Tables de M. son Pere pour Mercure, quoiqu'elles eussent paru jusque-là si justes *, fit plusieurs observations de Mercure assés proche du Meridien aprés le 5 May, & y trouva les Tables conformes. Il en avoit fait d'autres pareilles avant ce jour-là, ausquelles les Tables se rapportoient aussi fort exactement. Si l'on suppose, comme il y a beaucoup d'apparence, que la conjonction soit arrivée selon le calcul de M. Halley, il y aura environ 4 heures de difference entre ce calcul & celui de M. de la Hire, & pour produire ces 4 heures, il ne faut dans l'endroit de son Orbe où Mercure étoit alors, que 6 ou 7′ de degré dans sa position de plus ou de moins, ce qui est une quantité

* V. l'Hist. de 1706. à l'endroit cité ci-dessus.

peu considerable pour cette Planete, & peut-être une erreur causée par quelque irrégularité de son mouvement. Si la Lune même peut avoir des inégalités que nous ne connoissons pas encore, ainsi que nous l'avons dit cy-dessus*, à plus forte raison sera-t-il permis à Mercure d'en avoir. * p. 81.

A cette occasion M. Cassini fit de nouvelles recherches sur Mercure. Il faut d'abord établir son moïen mouvement. Pour cela, on ne sçauroit avoir des observations de Mercure dans les mêmes points de son cours, faites dans des temps trop éloignés. Nous en avons dit les raisons dans l'Hist. de 1703* en parlant du Soleil, & elles s'appliquent à toutes les autres Planetes. Leurs révolutions vraïes ou apparentes sont inégales entre elles, & elles se réduisent à l'égalité avec d'autant moins d'erreur, que l'on en confond ensemble, pour ainsi dire, un plus grand nombre, car on en est plus sûr que toutes les irrégularités possibles, combinées de toutes les manieres, y sont comprises. Mais à l'égard de Mercure les observations les plus anciennes rapportées par Ptolomée sont fort grossieres, & fort incertaines. On connoissoit même si peu le mouvement de Mercure, aussi bien que celui de Venus, que quelques Astronomes ne croyoient pas que ces Planetes eussent une partie de leurs Orbites entre le Soleil & la Terre, & que Ptolemée, tout habile qu'il étoit, crut du moins qu'elles ne pouvoient passer directement sous le Soleil, parce qu'en effet on n'en avoit aucune observation. Dans les Siécles qui suivirent celui de Ptolomée, on cultiva peu l'Astronomie, & Mercure fut moins observé qu'aucune autre Planete. On crut l'avoir vû dans le Soleil du temps de Charlemagne, quoique selon les hypothêses de Ptolomée, qui dominoient alors, ce phenomene fût impossible. Averroës au 12[me] Siécle fit la même observation. Kepler lui-même la fit aussi en 1607, & il en fut si transporté de joye & si glorieux qu'il la chanta en vers Latins. Mais quand quelques années aprés on eut inventé les Lunettes, quand on eut découvert dans le Soleil des Taches qui sont quelquefois si * p. 86. & 87.

grandes qu'on les peut appercevoir à la vûë simple, enfin quand on se fut bien assûré que Mercure vû dans le Soleil, & par consequent dépoüillé d'un certain faux éclat, qui dans l'obscurité nous augmente tous les corps lumineux, seroit si petit qu'on ne pourroit absolument le voir sans Lunette, on reconnut que tout ce qu'on avoit pris jusque-là pour lui n'étoit que quelque grande Tache, & Kepler avoüa sa méprise en grand homme, & rectifia dans la suite le calcul qui l'avoit trompé. Il le rectifia si bien que ce fut lui qui annonça la conjonction qui devoit arriver le 7 Nov. 1631, la premiere des 6 du Siécle passé, observée par Gassendi, & si fameuse chés les Astronomes. La derniére des 6 arriva le 3 Nov. 1697, & fut observée par les Astronomes de l'Academie. Ce sont donc là les deux les plus éloignées sur lesquelles on puisse fonder la recherche du mouvement moïen de Mercure, & elles ne comprennent qu'un espace de 66 ans. Elles ne sont pas non plus entierement à souhait, en ce qu'elles n'ont pas eu leur milieu précisément au même point du Zodiaque, mais à 3 degrés l'une de l'autre; or il seroit à propos que les deux termes extrêmes, entre lesquels sont renfermées toutes les révolutions d'un Astre, fussent au même point du Zodiaque, afin qu'ils renfermassent un certain nombre de révolutions parfaites, mais une difference de 3 degrés est assés legere, & de plus M. Cassini répare ce défaut en comparant des conjonctions moins éloignées, où il se trouve heureusement de trop, ce qu'il y avoit dans celles-ci de trop peu. Ces deux conjonctions extrêmes sont avantageuses en ce qu'elles ont été toutes deux prés du même nœud, qui est l'ascendant, & en ce qu'elles comprennent 274 révolutions de Mercure. M. Cassini trouve enfin & par leur moïen & par celles qui sont arrivées entre deux, que le mouvement moïen journalier de cette Planete est de $4^{\circ} 5' 32''$, comme M. Boüilliaud l'avoit trouvé, & comme M. de la Hire le donne dans ses Tables. Nous negligeons ici les *Tierces* & les *Quartes*, sur lesquelles les Astronomes peuvent disconve-

nir, ſans ceſſer de s'accorder fort exactement.

Les conjonctions de Mercure avec le Soleil ne pouvant arriver que fort prés d'un des nœuds de l'Orbite de Mercure avec l'Ecliptique, puiſque le centre du Soleil ne ſort point de l'Ecliptique, chaque conjonction eſt fort propre à la détermination du point du Zodiaque où étoit alors le nœud *, & differentes conjonctions donnent le changement qui eſt arrivé au lieu du nœud, ou le mouvement qu'il a fait pendant un certain temps, car on ſçait que les nœuds de toutes les Planetes ſont mobiles. M. Caſſini trouve que le mouvement de ceux de Mercure eſt de 1′ 26″ en un an. M. de la Hire dans ſes Tables lui donne une ſeconde de moins.

* V. l'Hiſt. de 1706. p. 95. & 96.

Quoique les conjonctions de Mercure ne ſoient pas fort favorables pour déterminer l'inclinaiſon de ſon Orbe ſur l'Ecliptique, car, ſelon ce qui a été dit à l'endroit cy-deſſus cité de l'Hiſt. de 1706, elles arrivent dans des points trop éloignés de la plus grande latitude qui donne cette inclinaiſon, M. Caſſini n'a pas laiſſé de s'en ſervir à cet uſage. Par ſon calcul l'inclinaiſon de l'Orbite de Mercure eſt de 6° 40′, par les Tables Rudolphines de 6° 54′, par celles de M. de la Hire de 6° 52′.

Mercure ainſi que toutes les autres Planetes a ſon Orbe excentrique au Soleil. On obſerve que dans une révolution ſa plus grande digreſſion à l'égard du Soleil eſt plus ou moins grande que celle d'une autre révolution; & il eſt évident que deux plus grandes digreſſions les plus inégales que l'on ait obſervées donnent la plus grande variation de la diſtance de Mercure au Soleil, ou ſon excentricité. Elle eſt plus grande à proportion de l'Orbe, que celle d'aucune autre Planete. Il n'eſt pas ſi difficile de la déterminer pour Mercure, que de diſtribuer dans toutes les parties de ſon Orbe l'Equation qu'elle produit. Nous ſuppoſons toutes ces idées connuës par l'Hiſt. de 1704 *. La raiſon de cette difficulté, ſelon M. Caſſini, eſt que pour ſçavoir quel eſt le mouvement vrai qui répond à un certain arc de l'Orbe d'une Planete, il faut ſçavoir

* p. 65. & ſuiv.

précisément & sûrement la grandeur de cet arc; or quand Mercure est vers ses plus grandes digressions, les arcs qu'on lui voit parcourir sont vûs de la Terre si obliquement, qu'il est aisé de se tromper sur leur grandeur, & quand il est dans ses conjonctions, les arcs qu'il parcourt sont, à la verité, vûs directement, mais le mouvement qui leur répond ne tire pas à consequence pour le reste de l'Orbe, à cause de la grande excentricité.

M. Cassini ayant établi les principes du calcul de Mercure, conclut que la conjonction a dû arriver la nuit entre le 5 & le 6 May, & que comme Mercure a passé fort prés du centre du Soleil, ce qui augmente la durée de la conjonction, elle a pû égaler à peu prés celle de la nuit qui étoit de 8 heures pour nôtre climat.

Si Mercure étoit vû du Soleil, & qu'on supposât son mouvement vrai égal au moïen, tel qu'on l'a établi, il ne seroit pas 8 heures, mais seulement 3 à parcourir un demi degré, c'est à dire, un espace égal au diametre apparent du Soleil. Mercure emploïe 8 heures à parcourir ce même espace, parcequ'il est vû de la Terre, dont le mouvement se compliquant avec le sien en change beaucoup l'apparence. C'est la même chose pour toutes les Planetes, tant superieures qu'inferieures. L'apparence de leur mouvement est changée à tel point par celui de la Terre, que quelquefois elles paroissent n'avoir aucun mouvement, & c'est alors qu'on les appelle *Stationnaires*. Par-là on peut aisément comprendre que leur mouvement apparent soit extrêmement rallenti. Mercure dans ses conjonctions inferieures avec le Soleil, telle qu'étoit celle dont il a été question ici, est toûjours entre deux *Stations*, c'est à dire entre deux points de son cours où il paroît n'avoir aucun mouvement.



SUR

SUR LES REFRACTIONS.

MOnſieur Caſſini a continué de traiter avec le P. Laval la matiere des Refractions, qu'ils avoient commencée l'année précedente, ainſi que l'a dit l'Hiſt. de 1706 *. V. les M. p. 195.

* p. 101. & ſuiv.

Nous y avons remarqué que de ce que l'arc de la circonference de la Terre, compris depuis l'Obſervatoire du P. Laval, juſqu'au point de la Mer le plus éloigné qu'il pût appercevoir, varioit en apparence ſelon ſes obſervations entre 13′ $\frac{1}{2}$, & 15, M. Caſſini avoit conclu que cet Obſervatoire étoit élevé ſur la ſurface de la Mer de 175 pieds. Maintenant le P. Laval a meſuré actuellement cette hauteur, & il ne l'a trouvée que de 144 pieds. Il y a plus. Par les dernieres obſervations du P. Laval, ſon horizon varie entre 11′ 46″, & 14′ 30″.

La connoiſſance aſſés exacte que l'on a du rayon de la Terre, & la hauteur de l'Obſervatoire du P. Laval actuellement meſurée, donnent ſûrement l'arc de la circonference qui doit être apperçû de cette hauteur. M. Caſſini le trouve de 13′ 14″. Les refractions élevent & par conſequent rapprochent de la ligne horizontale qui paſſe par nôtre œil l'extrémité de cet arc, & en font paroître l'inclinaiſon moindre, ainſi toutes les variations qu'il a au-deſſous de 13′ 14″ doivent être attribuées aux refractions, mais celles qu'il a au-deſſus ne leur appartiennent point, car il ſeroit contre leur nature d'abaiſſer l'extrémité de l'horizon. Voici quelle eſt, ſelon M. Caſſini, la cauſe de cette ſeconde eſpece de variations. Quand on pointe la Lunette à l'extrémité de l'horizon de la Mer, on veut attraper l'endroit où la Mer paroît ſe joindre au Ciel. Or il y a des temps où une liſiere de la Mer d'une certaine étenduë fait la fonction de Miroir, & renvoïe à nôtre œil l'image du Ciel, de ſorte qu'on croit voir le bord infe-

rieur du Ciel où il n'eſt pas, & que l'on pointe plus bas qu'il ne faudroit.

M. Caſſini dit que d'une hauteur 10 fois plus grande que l'Obſervatoire du P. Laval, il a obſervé pluſieurs fois que l'arc terminé à l'horizon de la Mer étoit de 42′ ſans aucune variation ſenſible, d'où il conclut que les variations ſont plus grandes dans les petites hauteurs, & peut-être ne ſubſiſtent plus dans les grandes. Cela ſemble contraire à ce qui a été dit dans l'Hiſt. de 1706 à l'endroit cité cy-deſſus, que la hauteur apparente des objets vûs ſur terre varie d'autant plus, qu'ils ſont plus éloignés, ou plus élevés, parceque les differentes couches de vapeurs que traverſent les rayons viſuels, en ſont plus differentes, & cauſent par conſequent de plus grandes refractions; mais cette contradiction peut être levée.

Un quart de la circonference de la Terre, compris depuis un Obſervateur juſqu'à l'Horizon *rationel*, étant diviſé en 90 degrés égaux, à compter du point où eſt l'Obſervateur, il eſt clair que pour voir le 89me degré cet Obſervateur devroit être tres-élevé, ou, ce qui eſt la même choſe, que la Tangente du 89me degré prolongée juſqu'à ce qu'elle rencontrât une ligne tirée par le centre de la Terre, & par le point d'où l'on compte les degrés, ne la rencontreroit qu'à un point fort élevé. Mais enfin cette Tangente, quoique fort longue, ſeroit une ligne finie. Pour voir le 90me degré, il faudroit que cette Tangente fût infinie, ou, ce qui eſt le même, que l'Obſervateur fût infiniment élevé, d'où il ſuit que dans l'étenduë du 89 au 90me degré les arcs apperçûs augmenteront peu, & que les hauteurs où il faudra s'élever pour les appercevoir augmenteront prodigieuſement, & qu'en general dans tout le quart de cercle les arcs augmenteront d'autant moins, & que par conſequent differens arcs ſeront d'autant plus aiſés à confondre, que les hauteurs ſeront plus grandes. Il ſe peut donc faire qu'à une hauteur de 1440 pieds, les differens arcs apparens cauſés par des refractions, même plus grandes qu'à de moindres hauteurs, ſe

confondent les uns avec les autres, & avec l'arc *veritable*, qui seroit apperçû dans un milieu uniforme. Il est évident que ce raisonnement ne peut avoir lieu pour les objets élevés ou éloignés vûs sur terre, comme des Clochers.

Les refractions qui diminuënt l'arc terminé à l'horizon font le même effet, que si la Terre avoit une plus grande circonference, car en ce cas-là on n'en appercevroit d'une même hauteur qu'un arc d'un moindre nombre de degrés ou de minutes. Ceux qui voudroient trouver par cette voïe la grandeur de la circonference ou du rayon de la Terre, & qui n'observeroient pas de plus grands arcs que celui de l'horizon du P. Laval, s'exposeroient donc à faire toûjours le rayon de la Terre plus grand qu'il n'est, & leur erreur, selon la remarque de M. Cassini, pourroit presque aller à $\frac{1}{7}$, ce qui est tres-considerable, parcequ'entre 11′ 46″, & 13′ 14″, qui est l'arc veritable, la difference est à peu prés $\frac{1}{7}$ de la moindre grandeur. Si l'on observoit d'une plus grande hauteur, & que l'on eût un arc, par exemple de 42′, on ne seroit pas sujet au même inconvenient, mais il seroit tres-difficile de s'assurer que l'on eût un arc de 42′ précisément, & la moindre erreur necessairement repetée un grand nombre de fois sur la circonference entiere iroit fort loin. Il est tres-important d'avoir une espece de Balance, où l'on puisse peser les erreurs de differentes Methodes qui vont à une même fin. On sçait par-là quelle Methode est à préferer, quand on est le maître du choix, & quand on ne l'est pas, on sçait jusqu'où doit aller la confiance pour celle qu'on emploïe.



SUR LES TACHES
DES SATELLITES DE JUPITER.

V. les M. p. 289.

Les Satellites de Jupiter, invisibles à la vûë simple, sont si petits même avec les plus excellentes Lunettes, que s'ils ont des Taches, c'est à dire, des parties moins propres à reflechir vivement la lumiere du Soleil, & plus obscures que le reste de leur globe, il est absolument impossible de les distinguer sur leur disque. Mais ce qui ne se voit pas immediatement peut être vû par des consequences necessaires que la raison fournit, & c'est ainsi que M[rs] Cassini & Maraldi ont vû des Taches dans les Satellites de Jupiter. Comme cette maniere de voir demande des yeux préparés, il faut auparavant avoir de certaines connoissances sur la Theorie de ces Satellites.

Un Satellite ne jette son ombre sur Jupiter que lorsqu'il est dans la partie inferieure de son Orbite, & en conjonction avec Jupiter à l'égard du Soleil, c'est à dire placé sur une ligne droite tirée du Soleil à Jupiter. Si dans le même temps la Terre est sur cette ligne entre le Soleil & Jupiter, ce qui fait l'opposition de Jupiter au Soleil, il est manifeste que nous ne pouvons voir l'ombre du Satellite, puisqu'il nous la cache lui-même, & qu'elle est directement derriere lui. Si la Terre n'est plus sur cette ligne, nous pouvons voir en même temps & le Satellite & l'ombre qu'il jette sur Jupiter, & cela d'autant plus facilement, où, ce qui revient au même, nous voyons le Satellite & son ombre d'autant plus separés, que la Terre est plus loin de la ligne supposée. Et comme elle ne peut s'en éloigner plus que d'un quart de cercle, & qu'alors Jupiter est en quadrature avec le Soleil, c'est dans les quadratures de Jupiter qu'on voit le mieux & un Satellite & son ombre en même temps, & qu'on voit une plus grande distance entre le Satellite & son ombre sur Jupiter. On voit un Sa-

tellite hors de dessus le disque de Jupiter, & quelquefois assés éloigné, tandis que son ombre est sur ce disque. Alors le Satellite est veritablement en conjonction avec Jupiter, puisqu'il ne peut lui jetter son ombre, sans être entre lui & le Soleil, mais il n'est pas en conjonction avec Jupiter à nôtre égard, car puisque nous ne le voyons pas sur le disque de Jupiter, il n'est pas entre Jupiter & la Terre. Il y a un autre temps où il passe entre la Terre & Jupiter, mais alors il n'est pas veritablement & à l'égard du Soleil en conjonction avec Jupiter, aussi ne lui jette-t-il pas son ombre. On ne doit donc point voir l'ombre d'un Satellite sur Jupiter, tandis qu'il est en conjonction à nôtre égard, ou tandis que nous le voyons passer sur le disque de Jupiter, mais seulement avant ou aprés cette fausse conjonction, & dans le temps de la vraïe.

Toutes les Planetes Principales tournent autour du Soleil, & les Subalternes autour des Principales, & le Soleil autour de lui-même d'Occident en Orient. C'est le mouvement universel & unique de nôtre Tourbillon. Mais à moins que nous ne soyons au centre d'un mouvement circulaire, ou à moins que nous n'ayons nous-mêmes un mouvement circulaire que nous attribuons au Corps qui en est le centre, il ne nous paroît pas toujours que ces mouvemens se fassent dans le sens qu'ils se font réellement. Nous voyons toûjours le Soleil & la Lune aller d'Occident en Orient, parceque l'un est le centre de nôtre mouvement, & que nous sommes au centre du mouvement de l'autre. Mais un Satellite de Jupiter, qui réellement & à l'égard de Jupiter va toûjours d'Occident en Orient, ne nous paroît avoir cette direction que dans la moitié superieure de son Orbe, & nous lui en voyons une contraire dans l'inferieure. De même les Taches du Soleil nous paroissent toûjours aller sur son disque d'Orient en Occident, parceque nous ne voyons que la moitié inferieure de la révolution du Soleil sur son axe. Cette même raison s'étend aux Retrogradations & aux Stations des Planetes. Cela supposé

Quand la Terre a passé entre Jupiter & le Soleil, comme elle fait sa révolution en moins de temps que Jupiter, elle avance vers l'Orient plus que lui, & le laisse derriere elle à l'Occident. D'un autre côté les Satellites vûs de la Terre dans la moitié inferieure de leur Orbe, tournent autour de Jupiter d'Orient en Occident. Delà il arrive qu'aprés que la Terre a passé entre Jupiter & le Soleil, la fausse conjonction d'un Satellite précéde la vraïe, c'est à dire, que la Terre, plus orientale que Jupiter, voit un Satellite qui va d'Orient en Occident, passer entre elle & Jupiter, avant qu'il passe entre le Soleil & Jupiter; & par consequent elle ne verra l'ombre du Satellite sur Jupiter qu'aprés qu'elle aura vû passer sur Jupiter le Satellite même, &, ce qui revient au même, l'ombre sera orientale à l'égard du Satellite. Ce seroit le contraire, si au lieu de considerer la Terre qui a passé entre Jupiter & le Soleil, on la consideroit qui s'achemine pour y passer.

Lorsque les Satellites sont en conjonction avec Jupiter à nôtre égard, nous ne les voyons point sur le disque de cet Astre, si ce n'est quelquefois vers les bords, lorsqu'ils entrent dans Jupiter, ou qu'ils en sortent. Les parties de Jupiter, qui sont vers ses bords, vûës plus obliquement, & par consequent avec moins d'éclat, & dans une espece de penombre, peuvent laisser appercevoir les Satellites; hors delà l'éclat est trop grand.

Par la même raison de l'obliquité des bords, quand les Taches du disque de Jupiter y sont arrivées par la révolution de cette Planete autour de son axe, elles paroissent diminuer de grandeur & de vitesse.

Ces connoissances supposées, il sera facile d'entendre comment on a découvert des Taches dans les Satellites de Jupiter. Le 26 Mars à 6^h 50′ du soir, M. Maraldi apperçut dans Jupiter une Tache qu'il n'y connoissoit point. Elle avoit déja passé le milieu du disque, & quand elle approcha du bord occidental, ni sa grandeur, ni sa vitesse apparentes ne diminuerent, ce qui fit d'abord juger qu'elle n'étoit pas inherente au corps de Jupiter. De plus,

ſon mouvement étoit beaucoup plus lent qu'il n'auroit dû être par la révolution de Jupiter ſur ſon axe en 10 heures. Elle étoit ronde & noire, comme ſont les ombres que les Satellites jettent ſur Jupiter, mais des 4 Satellites les 3 les plus proches de Jupiter étoient trop éloignés de la conjonction, & pour le 4me, il eſt vrai qu'il étoit alors en conjonction à nôtre égard, & qu'il paſſoit ſur le diſque de Jupiter; mais par cette raiſon même ſon ombre n'y étoit pas, & ſelon le calcul aſtronomique, elle ne devoit être à l'endroit où étoit la Tache que 7 heures plus tard. Il falloit donc que cette Tache fût une partie plus obſcure du 4me Satellite lui-même qui parcouroit le diſque de Jupiter. En effet, la ſituation, le mouvement, tout convenoit, & peu de temps aprés que la Tache fut ſortie du diſque de Jupiter, on vit le Satellite qui en étoit ſorti auſſi par le même endroit, & dont juſque-là la partie lumineuſe avoit été inviſible. Delà M. Maraldi conjectura que la Tache & la partie claire plus orientale que la Tache, faiſoient le diametre entier du Satellite, & le temps que le tout emploïa à ſortir de Jupiter eſt aſſés exactement celui que doit emploïer ce diametre, dont la grandeur eſt connuë d'ailleurs.

Par une obſervation & des raiſonnemens ſemblables, M. Maraldi reconnut auſſi une Tache dans le 3me Satellite le 4 Avril au ſoir. M. Caſſini en avoit découvert ou ſoupçonné dans tous les 4 en divers autres temps.

La conformité de nature que les Satellites doivent avoir avec toutes les autres Planetes, ſemble prouver ſuffiſamment que les parties de la ſuperficie de leurs globes ſont moins propres les unes que les autres à reflechir vivement la lumiere, cependant il eſt bon de s'en aſſurer encore plus préciſément, & il eſt du moins tres-agréable de pouvoir porter ſi loin la ſubtilité de l'obſervation. Encore une preuve des Taches des Satellites, c'eſt que leurs grandeurs apparentes varient beaucoup, indépendamment de leurs differens éloignemens, ſoit à l'égard du Soleil, ou de Jupiter, ou de la Terre. Elles varient à tel

point, que le 4[me] Satellite qui eſt ordinairement le plus petit de tous, paroît quelquefois le plus gros, & que le 3[me] qui eſt ordinairement le plus gros, eſt quelquefois le plus petit. Il en va de même des 2 autres. Tout cela ne peut s'expliquer plus naturellement, qu'en leur donnant de grandes Taches, qui ſelon qu'elles ſont ou entierement ou en partie tournées vers la Terre, diminuënt plus ou moins l'apparence de leur grandeur, & laiſſent paroître cette grandeur telle qu'elle eſt, lorſqu'elles ſont tout à fait dans l'hemiſphere caché à nos yeux. Il y a plus. Quelquefois quand on voit en même temps un Satellite à quelque diſtance de Jupiter, & ſon ombre ſur Jupiter, on voit l'ombre plus grande que le Satellite, quoiqu'elle ſoit certainement beaucoup plus petite, & d'une figure conique. Mais c'eſt qu'alors le Satellite fait ombre par ſon globe entier, & n'eſt vû que par la partie claire de ce globe.

Il ſeroit bien hardi de vouloir déterminer preſentement ſi ces Taches ſont fixes comme celles de la Lune, ou paſſageres comme celles de Jupiter & de Mars, & M. Caſſini ne l'entreprend pas. Si elles ſont fixes, il eſt clair que puiſqu'on ne les voit pas toûjours lorſqu'un même Satellite paſſe devant Jupiter, les Satellites tourneront ſur leurs axes, & qu'il faudra un grand nombre de leurs conjonctions avec Jupiter pour s'aſſurer qu'une Tache ſoit la même, & pour prédire ſes retours, qui dépendront de la compoſition de leur mouvement autour de Jupiter, & de leurs révolutions ſur leurs propres axes. Si elles ſont paſſageres, il faudra encore une plus longue ſuite d'obſervations pour s'aſſurer qu'aucune periode ne les ramene.

M. Caſſini donne un exemple du peril qu'il y a à ces ſortes de déterminations trop précipitées. Le 5[me] Satellite de Saturne, dont nous avons dit dans l'Hiſt. de 1705 * qu'il devenoit toûjours inviſible dans la moitié Orientale du Cercle qu'il decrit autour de Saturne, a commencé au mois de Sept. 1705 à y être viſible, auſſi bien que dans

* p. 121.

la

la moitié Occidentale où il l'avoit toûjours été. Par-là les conjectures que nous avons rapportées cessent d'avoir lieu. Des Philosophes n'ont point de regret à ces petits commencemens de Systêmes, que la Nature dément ensuite ; ils ne les aiment qu'autant qu'ils la representeroient, & non parcequ'ils leur appartiennent.

SUR LES FORCES CENTRALES DES PLANETES.

APrés avoir tant parlé des forces Centrales dans cinq des Volumes précédens, aprés avoir même regardé ce sujet comme épuisé, il semble qu'il ne soit plus permis de le traiter encore, sans se justifier envers le Public. Cette espece de justification, & le fond de la matiere vont se trouver mêlés ensemble. V. les M. p. 477.

Nous avons parlé assés au long dans l'Hist. de 1705 *, de la proportion que Kepler a si ingenieusement & si heureusement découverte entre les distances des Planetes au Soleil, & leurs révolutions autour de ce centre commun. Les distances sont comme les racines cubiques des quarrés des révolutions. Nous avons dit comment cette Regle a été verifiée au-delà de ce que Kepler même eût osé esperer, & combien on a lieu maintenant de la tenir pour absolument sûre, mais nous avons ajoûté qu'elle n'étoit fondée que sur une *induction* de plusieurs faits, & non-pas démontrée *à priori* par les Loix du Mouvement. * p. 118. & suiv.

Si l'on suppose qu'elle soit vraïe, & en même temps que les Orbes des Planetes soient des Cercles dont le Soleil soit le centre commun, ce qui est assés vrai sensiblement, & peu different du vrai exact, on voit aussi-tôt par un calcul d'une ligne que les vitesses réelles des Planetes sont en raison renversée des racines quarrées de leurs distances au Soleil, c'est à dire, par exemple, qu'une

Planete 4 fois plus éloignée du Soleil qu'une autre auroit 2 fois moins de viteſſe. Mercure tourne autour du Soleil en 3 mois à peu prés, & il en eſt environ 3 fois plus proche que la Terre, d'où il ſuit évidemment que la Terre pour avoir une viteſſe égale à celle de Mercure devroit tourner en 9 mois autour du Soleil, cependant elle ne tourne qu'en 12, elle a donc moins de viteſſe réelle, & ce qu'elle en a eſt à peu prés à celle de Mercure comme 3 eſt à 4, ou, ſelon la conſequence de la regle de Kepler, comme 1 eſt à la racine de 3, car comme 3 eſt plus que la moitié de 4, ainſi 1 eſt plus que la moitié de la racine de 3, puiſqu'il eſt préciſément la moitié de la racine de 4 qui eſt 2. Il en va de même de Venus, qui a moins de viteſſe que Mercure, & plus que la Terre, & pour les autres Planetes principales, dont on ne voit pas immediatement les diſtances au Soleil, comme celles de Mercure & de Venus, quand on ne ſuppoſeroit pas leurs diſtances connuës par la regle de Kepler, on ne laiſſeroit pas de les tirer d'ailleurs, & par-là on verroit toûjours que leurs viteſſes réelles diminuënt à meſure qu'elles s'éloignent du Soleil. Les Planetes *ſubalternes*, c'eſt à dire les 4 Satellites de Jupiter, & les 5 de Saturne, dont on voit immediatement les diſtances à un centre commun, ſuivent exactement la regle de Kepler.

Elle eſt ſi inviolablement obſervée par les Corps celeſtes, qu'une même Planete la ſuit dans tous ſes changemens de diſtance à l'égard du Soleil, & qu'elle augmente de viteſſe à meſure qu'elle approche de ſon Perihelie, ou au contraire; & en effet une Planete qui s'approche ou s'éloigne du Soleil, ce qu'elles font continuellement à cauſe de l'excentricité de leurs Orbes, eſt dans le même cas que ſi c'étoient deux ou pluſieurs Planetes differentes, qui euſſent des Orbes differens, peu éloignés les uns des autres. Quand le Soleil approche de ſon Perigée, on voit ſa viteſſe augmenter plus que ſon diametre, ce qui marque que l'augmentation de viteſſe n'eſt pas une ſimple apparence, cauſée par une plus grande proximité, mais qu'il y entre auſſi quelque choſe de réel, ou, ce qui

est la même chose, que la Terre se meut réellement plus vîte, quand elle est plus proche du Soleil. Il en arrive autant aux autres Planetes. Mais dans leurs changemens de distance, on ne s'apperçoit pas que leurs vitesses changent selon la raison renversée des racines des distances, elles ne paroissent changer que selon les distances mêmes. La raison en est que la difference des deux distances d'une même Planete au Soleil, lorsqu'elle est dans son Aphelie & dans son Perihelie, est fort petite en comparaison de la difference des distances de deux Planetes. Ainsi si les distances d'une même Planete sont 36 & 37, & celles de deux Planetes 1 & 5, les racines de 36 & de 37 qui sont 6 & un nombre irrationel un peu plus grand que 6 & beaucoup plus petit que 7, auront un rapport tres-peu different de celui de 36 & de 37, mais les racines de 1 & 5, qui sont 1 & un nombre irrationel un peu plus grand que 2, ont un rapport tres-different de celui de 1 & de 5. Aussi suffit-il dans la pratique de l'Astronomie de s'en tenir à la regle de Ptolomée, que les vitesses réelles d'une même Planete changent selon ses distances au Soleil, mais dans la rigueur geometrique, elles changent selon les racines des distances, si la regle de Kepler est admise.

Ptolomée ne reglant les vitesses d'une même Planete que sur ses distances, a dû par une suite necessaire établir, comme il a fait, que les temps qu'une Planete emploïe à parcourir des arcs de cercle semblables dans son Aphelie, & dans son Perihelie sont entre eux comme les quarrés des distances, mais selon Kepler ils doivent être comme les distances multipliées par leurs racines, ce qui à l'égard d'une même Planete est peu different de la regle de Ptolomée, & ne l'est beaucoup qu'à l'égard de deux differentes Planetes, où Ptolomée n'a pas prétendu étendre sa regle. Mais il paroît que si elle étoit geometriquement vraïe à l'égard d'une même Planete, elle le seroit aussi à l'égard de deux, que quoiqu'elle suffise pour la pratique de l'Astronomie, elle ne suffit pas pour la Physique, qui doit avoir des regles plus generales, & qu'enfin il en faut

revenir à celle de Kepler, sauf à la dispenser d'une précision inutile en certaines occasions.

Il seroit donc tres-avantageux pour le Systême Physique de la pouvoir démontrer, & de découvrir tout d'un coup des causes necessaires de ce qui n'a été jusqu'à present connu que par une longue suite de lentes observations. Ce seroit exposer aux yeux des Hommes l'interieur, pour ainsi dire, de la Machine des Cieux, ou du moins un de ses principaux ressorts. M. Villemot Docteur en Theologie, Curé d'un Fauxbourg de Lyon, en a formé le dessein dans un Livre tres ingenieux, qui a paru cette année, intitulé *Nouveau Systême, ou nouvelle Explication du Mouvement des Planetes.* Cet Ouvrage brille d'invention & de genie, & il merite que les Sçavans y fassent beaucoup d'attention, soit pour en embrasser les découvertes, qui seront fort importantes, lorsqu'elles seront vraïes, soit pour ne se pas laisser ébloüir à des idées qui ne seroient que specieuses. Nous n'en toucherons ici que ce qui regarde la regle de Kepler.

M. Villemot applique aux Corps celestes la Theorie des Forces centrales. Nous avons dit dans l'Hist. de 1700 * que M. le Marquis de l'Hôpital avoit donné pour principe fondamental de ces forces considerées seulement dans le Cercle, que comme le Rayon d'un Cercle que décrit un Corps, est au double de la Hauteur d'où il faudroit qu'il fût tombé pour acquerir selon le Systême de Galilée la vitesse qu'il a, ainsi sa Pesanteur est à sa force Centrifuge. Delà il suit évidemment que puisque les Hauteurs d'où les Corps tombent sont toûjours comme les quarrés des vitesses qu'ils ont acquises en tombant, si l'on prend d'ailleurs la Pesanteur pour constante, ou pour 1, l'expression de la force centrale sera le quarré de la vitesse divisé par le rayon du Cercle. C'est cette expression que prend M. Villemot. La force centrale d'une Planete sera donc d'autant plus grande que sa vitesse réelle sera plus grande, & le rayon de son cercle, ou sa distance au Soleil plus petite. Or par les observations Astronomiques,

* p. 81.

& plus précisément encore par la regle de Kepler, qui donne la proportion des viteſſes réelles des Planetes à leurs diſtances, il eſt conſtant que les moins éloignées du Soleil ont plus de viteſſe, donc elles ont une force centrale plus grande, donc elles devroient ſortir de leurs Spheres, s'échaper vers les extrémités du Tourbillon, & faire deſcendre en leur place les Planetes ſuperieures.

M. Villemot répond que quoique les forces centrales de deux Planetes, de Venus & de Mars, par exemple, ſoient inégales, celles des deux ſurfaces ſpheriques qui contiennent Venus & Mars, ſont égales, & il le démontre d'une maniere tres-ſimple & tres-aiſée, en multipliant la force centrale de Venus & de Mars, pris chacun pour un point de ſa ſphere, par le quarré du rayon de chaque ſphere, car ces quarrés expriment le rapport des deux ſurfaces ſpheriques, & ces deux produits qui expriment les forces centrales des deux ſurfaces, ſe trouvent égaux. On conçoit aiſément que la plus grande ſurface, qui eſt celle dont tous les points ont moins de force centrifuge, en eſt récompenſée par être plus grande.

Ce ne ſeroit pas là ſeulement une réponſe à une difficulté formée contre la regle de Kepler, ce ſeroit une démonſtration *à priori* de cette regle, & M. Villemot auroit inconteſtablement la gloire de l'avoir trouvée le premier, car puiſque les Spheres, ni les Corps celeſtes ne ſe confondent pas, il y a un équilibre; il eſt fort naturel de le mettre entre les differentes ſurfaces ſpheriques, puiſqu'enfin ce n'eſt que de ces ſurfaces qu'eſt compoſé tout le Tourbillon; de cet équilibre naît la regle de Kepler par une ſuite neceſſaire.

Mais l'équilibre de M. Villemot, quoiqu'imaginé fort ſpirituellement, n'eſt pas ſans difficulté. On lui peut oppoſer que malgré l'inégalité des forces centrifuges de deux ſurfaces ſpheriques, priſes chacune dans leur totalité, il ſuffit, pour confondre tout, que chaque point de la Sphere inferieure ait plus de force centrifuge que chaque point correſpondant de la ſuperieure; car puiſque

ces points composent un fluide, & n'ont nulle liaison ensemble, chacun des plus forts doit s'échaper pour aller prendre la place du plus foible qui lui répond, & la force de la surface superieure totale n'ajoûte rien à celle de chacun de ses points, qui est détaché de tout autre.

Pour prévenir cette difficulté, on pourroit mettre l'équilibre entre les parties mêmes des differentes surfaces spheriques, en supposant leurs densités ou pesanteurs specifiques inégales. Alors on diroit que Mars surpasse Venus en pesanteur specifique ; autant qu'il est necessaire pour récompenser précisément le moins de force centrifuge qu'il a par sa vitesse, & par sa distance au Soleil. Il en iroit de même de chaque partie du fluide qui compose la surface spherique où Mars se meut. En effet, l'expression que M. Villemot donne à la force centrale, suppose, comme nous l'avons dit, que la pesanteur soit constante, ou égale entre differens corps, or il n'est nullement vrai-semblable qu'elle le soit, & dés qu'elle ne l'est pas, elle entre necessairement dans la force centrale, & la fait croître ou diminuer avec elle. Il est d'ailleurs fort apparent que la matiere qui est vers le centre du Tourbillon soit la plus subtile, & qu'elle aille toûjours en devenant plus grossiere & plus dense vers les extrémités. Il est visible que l'équilibre étant en ce cas-là entre chaque partie d'un fluide inferieur quelconque, & chaque partie correspondante d'un autre fluide superieur, il ne pourroit plus être entre les surfaces spheriques, & que les plus grandes auroient une plus grande force centrifuge, sans qu'il arrivât cependant aucun dérangement.

Mais si l'on prenoit cette idée, ce ne seroit pas démontrer que la regle de Kepler est necessaire selon la Theorie des forces centrales, ce seroit seulement faire voir qu'elle est possible & s'accorde avec cette Theorie, lorsqu'on supposera que les densités de la matiere fluide du Tourbillon augmentent depuis le centre jusqu'aux extrémités.

Voilà quelques-unes des reflexions qu'on peut faire sur

l'une des plus belles vûës du Livre de M. Villemot. M. Bomie a proposé une autre difficulté que nous renvoyons entierement à son Memoire. Il a principalement fait voir que plusieurs Theorêmes de cet Auteur se tirent fort naturellement de la Theorie connuë des forces Centrales, mais enfin si M. Villemot a démontré la regle de Kepler, la gloire qui lui en appartient n'en est pas moindre, parceque les sources de sa démonstration étoient, pour ainsi dire, publiques; elles ne laissoient pas d'être en même temps cachées pour tous les autres.

SUR L'APPARITION

D'UNE COMETE.

UNe Comete qui a paru cette année, & qui, selon ce que nous avons dit dans l'Hist. de 1706 * est la cinquiéme qu'on ait vûë depuis 9 ans, rend encore plus vrai ce que nous dîmes alors, que les Cometes n'avoient été rares jusqu'à present, que faute d'Observateurs, & comme leur rareté étoit une des principales causes qui les rendoient si terribles, on auroit cette raison de moins pour les craindre, s'il étoit encore question de se rassurer sur un sujet si frivole.

V. les M. p. 558.
* p. 104.

La Comete de cette année fut apperçûë à l'Observatoire pour la premiere fois le 28 Novembre par Mrs Cassini & Maraldi, proche de plusieurs petites Etoiles qui sont entre la Constellation d'Antinoüs, & celle du Capricorne. Elle paroissoit à la vûë simple comme une Etoile de la seconde grandeur, & avec une Lunette de 12 pieds elle étoit assés claire & assés grande, mais mal terminée, ce qui est assés ordinaire, environnée d'une nebulosité, & sans aucune apparence de queuë, ni de chevelure. Le 29 Novembre on reconnut qu'elle avoit fait environ 4 degrés $\frac{1}{2}$ en 24 heures, & le 30, 3 degrés $\frac{1}{2}$, d'où l'on conclut qu'elle avoit déja passé son Perigée, puisque son mou-

vement apparent diminuoit, & même comme il diminuoit assés considerablement, il y avoit lieu de soupçonner qu'au premier jour qu'on l'avoit apperçûë elle avoit déja passé le Perigée de quelques jours. Par les observations suivantes, on détermina que ç'avoit été le 22, 6 jours avant qu'on l'eût vûë.

Dans l'Article que nous venons de citer de l'Hist. de 1706, nous avons donné une idée de la Methode par laquelle M. Cassini en supposant que pendant le peu de temps qu'une Comete paroît, elle a un mouvement sensiblement égal, & qui se fait sur une ligne sensiblement droite, il donne pour chaque jour la diminution de sa vitesse apparente depuis le Perigée, & prédit par consequent les lieux du Ciel où elle se doit trouver. Il faut pour cela des observations du mouvement de la Comete en 24 heures, immediatement avant ou aprés le Perigée. Mais si on ne les a pas, & que, comme il est arrivé cette fois-cy, on n'ait vû la Comete qu'aprés son Perigée, on peut par le moïen de quelques observations exactes qui l'auront suivi, retrograder jusque-là, & déterminer ce point.

Le mouvement de la Comete étoit du Midi au Septentrion, & M[rs] Cassini & Maraldi déterminerent qu'il se faisoit à peu prés sur un grand Cercle, qui coupoit l'Ecliptique au 5[me] degré d'Aquarius, & passoit obliquement entre les Poles de l'Ecliptique, & ceux de l'Equateur, de sorte qu'à l'égard des Poles de l'Ecliptique sa plus petite distance étoit de 4 degrés, & de 9 à l'égard de ceux de l'Equateur. Puisqu'il s'en falloit si peu que son Cercle ne passât par les Poles de l'Ecliptique, il lui étoit presque perpendiculaire, ce qui est extrêmement rare. Le cours de cet Astre étoit donc presque entierement perpendiculaire au mouvement general du Tourbillon, & cela favoriseroit le Systême de M. Villemot, qui place les Cometes au-dessus de Saturne, dans une Region où il n'y a plus de mouvement commun ni reglé, tel que celui du fluide qui emporte toutes les Planetes, mais seulement

des

des *Courans* irréguliers, dont les directions peuvent être en tous sens.

La Comete de cette année, qui venoit du Midi, n'aura pû être visible dans son Perigée ou le 21 Novembre qu'à la partie Meridionale de la Terre, selon la Theorie de M. Cassini. Deux jours aprés nous aurions pû la voir peu élevée sur l'Horizon, mais il est assés naturel que soit à cause des broüillards dont l'Horizon est ordinairement couvert dans cette saison, soit faute de chercher ce qu'on ne doit effectivement pas chercher à chaque moment & dans toute l'étenduë du Ciel, on n'ait rien apperçû jusqu'au 28.

Le mouvement journalier de cette Comete supposé égal, étoit, selon M. Cassini, de $\frac{18}{1000}$ de sa plus petite distance à la Terre, au lieu que celui de la Comete de 1706 étoit de $\frac{7}{100}$ ou de $\frac{70}{1000}$. Si l'on suppose les distances des deux Cometes égales, celle de 1706 avoit donc prés de 4 fois plus de vitesse réelle que l'autre, & si les distances ne sont pas égales, les vitesses réelles ne leur sont pas proportionnées.

La Comete de cette année étoit la plus grande, car à 48 degrés de son Perigée elle le paroissoit encore plus que la précédente dans son Perigée même. Le 5 Decembre, environ à 60 degrés de son Perigée, celle de cette année paroissoit à la Lunette aussi grande que Jupiter. Dans le Systême de ceux qui placent toutes les Cometes au-dessus de Saturne, qui est à une distance de la Terre double de celle de Jupiter, une Comete qui paroît égale à Jupiter a un diametre au moins double de celui de Jupiter, & est 8 fois plus grosse, & puisqu'on croit Jupiter 8000 fois plus gros que la Terre, elle est 64000 fois plus grosse, dans le cas où elle aura été vûë à son Perigée égale à Jupiter. Mais comme celle de cette année a été vûë de cette grandeur, lorsqu'elle étoit deux fois plus éloignée de la Terre que dans son Perigée, il s'ensuivroit que son diametre seroit au moins 4 fois plus grand que celui de Jupiter, & qu'elle seroit 64 fois plus grosse, c'est à dire

512000 fois plus grosse que la Terre.

Elle diminua toûjours de grandeur & de vitesse apparente. Le 22 Decembre on avoit beaucoup de peine à la voir sans Lunette.

SUR DES TACHES
DU SOLEIL.

CEt amas de Taches que l'on avoit commencé de voir le 7 Decembre 1706 *, & qui, s'il eût été spherique, eût été 1728 fois plus gros que la Terre, paroissoit assés considerable, pour pouvoir durer pendant plus d'une révolution du Soleil autour de son axe, & pour revenir sur l'Hemisphere apparent, aprés s'être caché dans l'autre, durant la derniere moitié à peu prés du mois de Decembre. Cependant on n'apperçut le 2 Janvier qu'une *Facule* fort claire, au milieu de laquelle il paroissoit une Tache grisâtre, tres-foible. La Facule passa par le Meridien 1′ 7″ aprés le centre du Soleil, qui étoit plus élevé qu'elle de 1′ 23″. Le lendemain il n'y avoit plus ni Facule ni Tache.

* V. l'Hist. de 1706. p. 113.

Avant que d'aller plus loin, & de commencer une nouvelle histoire des Taches, il est bon d'expliquer pourquoi nous en marquons toûjours si soigneusement les hauteurs par rapport au centre du Soleil, & de quelle importance est cette détermination.

Pour s'assurer si une Tache qui reparoît est la même qui a été vûë en premier lieu, il ne suffit pas qu'elle reparoisse dans le temps que demande l'hypothese des 27 jours & demi, il faut encore qu'elle ait la même position sur le globe du Soleil; or on observe exactement sa position *apparente* afin d'en pouvoir conclure la *vraie*, fort differente de la premiere, & la seule dont on ait besoin.

Un Cercle diurne du Soleil, c'est à dire, ou l'Equateur, ou un Parallele à l'Equateur, étant conçû comme s'il en

traverſoit le diſque apparent, la portion de ce Cercle compriſe dans le diſque en eſt un diametre parallele à l'Horizon, lorſque le Soleil eſt au Meridien, temps où l'on obſerve ordinairement les Taches. Leur hauteur apparente, ou, ce qui revient au même, leur poſition au-deſſus ou au-deſſous du centre du diſque ſe prend par rapport à ce diametre, & des deux moitiés dans leſquelles il diviſe le diſque, on peut appeller la ſuperieure *Septentrionale*, & l'inferieure *Meridionale*. Mais le Soleil ayant un Equateur réel de ſon mouvement de 27 jours ½, il a par conſequent deux Hemiſpheres réels, dont le ſuperieur par rapport à nous peut être appellé Septentrional, & l'inferieur Meridional, & cette diviſion réelle & vraïe du globe du Soleil ne répond pas à la diviſion apparente du diſque, de ſorte que les Taches qui paroiſſent dans la moitié meridionale, par exemple, ſoient toûjours dans l'hemiſphere meridional.

Si le Soleil eſt dans l'Equateur, le diametre horizontal de ſon diſque à midi étant donc une petite portion de l'Equateur, il faut concevoir que l'Ecliptique coupe dans le Soleil ce diametre horizontal au centre du diſque apparent ſous un angle de 23 degrés ½. Si le Soleil eſt dans un Parallele à l'Equateur, l'Ecliptique coupe dans le Soleil ce Parallele, ou le diametre horizontal au centre du diſque apparent ſous un angle moindre que 23 degrés ½, parceque l'angle ſous lequel l'Ecliptique coupe les Paralleles, va toûjours en diminuant depuis l'Equateur juſqu'à un Tropique où il devient un angle de *contingence* ou d'attouchement, & infiniment petit. On ſçait quelle eſt pour chaque Parallele ou pour chaque jour cette diminution. Ainſi l'on a pour chaque jour d'obſervation l'angle ſous lequel le diametre horizontal du Soleil à midi eſt coupé dans le Soleil par l'Ecliptique. On la peut donc tracer ſur le diſque apparent. L'Ecliptique étant tracée, ſes Poles ſont neceſſairement éloignés de 90 degrés, & tous deux toûjours ſur la circonference du diſque apparent, parceque le centre du Soleil & celui de la Terre ne

ſortant jamais du plan de l'Ecliptique, ſes Poles doivent toûjours être vûs par la Terre ſur le Soleil. Les Poles de l'Ecliptique ſur la circonference du diſque apparent étant déterminés, on ſçait d'ailleurs que ceux de l'Equateur réel du Soleil en ſont toûjours éloignés de 7 degrés $\frac{1}{2}$, parceque telle eſt l'inclinaiſon de l'axe du Soleil ſur le plan de l'Ecliptique, mais il reſte à ſçavoir où ils ſont, ou, ce qui revient au même, à décrire l'Equateur du Soleil ſur ſon diſque.

Si l'on rapporte un cercle ſur une ſuperficie plate, ou, ce qui eſt la même choſe, qu'on en faſſe la *projection*, & ſi l'œil eſt dans le plan de ce cercle, il ne paroîtra ſur cette ſuperficie que comme une ligne droite, mais ſi l'œil n'eſt pas dans le plan du cercle, il paroîtra comme une demi-Ellipſe, d'autant plus ouverte, que l'œil ſera plus éloigné de ce plan. On ſçait que quand le Soleil eſt dans le 8[me] des Gemeaux ou du Sagittaire, les deux Poles de ſon Equateur réel ſont vûs en même temps par la Terre ſur la circonference du diſque apparent, ou, ce qui revient au même, que la Terre eſt alors dans le plan de l'Equateur du Soleil, auſſi-bien que dans le plan de l'Ecliptique où elle eſt toûjours. Elle voit donc & l'Ecliptique & l'Equateur du Soleil comme deux lignes droites qui ſe coupent dans leur milieu ſous un angle de 7 degrés $\frac{1}{2}$; mais hors de ces deux temps-là, la Terre n'étant plus dans le plan de l'Equateur du Soleil, & au contraire s'en éloignant toûjours pendant 3 mois, elle le voit comme une demi-Ellipſe, qui s'ouvre toûjours de plus en plus, & devient plus differente d'une ligne droite. Cette demi-Ellipſe à meſure qu'elle s'ouvre coupe toûjours auſſi l'Ecliptique du Soleil dans un point plus éloigné de ſon milieu, juſqu'à ce qu'enfin au bout de 3 mois la demi-Ellipſe étant la plus ouverte qu'elle puiſſe être, elle coupe l'Ecliptique du Soleil à ſes deux extrémités ou à deux points de la circonference du diſque, ce qui fait que le grand axe de l'Ellipſe eſt cette Ecliptique même, & que le petit axe eſt la diſtance du milieu de l'Ecliptique ou du centre

du disque apparent à l'Ellipse. Cette distance sera de 7 degrés ½ pris sur un grand Cercle du Soleil. Supposons qu'en cet état la demi-Ellipse soit au-dessous du centre apparent du disque, il faut comme elle represente l'Equateur du Soleil qui a toûjours ses Poles éloignés de 90 degrés, qu'un de ces Poles, qui étoient tous deux visibles 3 mois auparavant sur la circonference du Soleil, se soit abaissé de 7 degrés ½ vers le centre, & soit même au milieu d'une corde du disque. Par-là il est aisé de comprendre & comment il retourne pendant les 3 mois suivans vers un autre point de la circonference du disque jusqu'à ce qu'enfin il y arrive, & quelles sont toutes ses situations moïennes pendant ces 6 mois, & comment le Pole opposé qui avoit été invisible devient visible à son tour, & fait un chemin tout semblable. En un mot, le mouvement annuel de la Terre autour du Soleil, fait que les Poles de l'Equateur du Soleil paroissent décrire en un an autour de ceux de son Ecliptique un cercle dont le rayon est de 7 degrés ½. On sçait donc pour chaque jour de l'année quelle ligne ou droite ou Elliptique, ou plus ou moins Elliptique doit representer l'Equateur du Soleil sur son disque, & comment elle est posée par rapport à son Ecliptique, dont on a la position pour ce même jour par rapport à un diametre horizontal, & par consequent on sçait quelle est sur le globe du Soleil & par rapport à son Equateur la position réelle des Taches, dont on avoit observé la position apparente. Reprenons maintenant l'Histoire des Taches.

Le 25 Fevrier, on en apperçut vers le bord oriental du Soleil plusieurs, qui formoient trois petits amas, dont les deux superieurs avoient chacun une Tache assés grande, & assés noire. Elles étoient toutes environnées d'une nebulosité. Quelques-unes étoient plus hautes, & quelques-autres plus basses que le centre du disque. On les vit s'avancer vers le bord occidental selon l'hypothêse des 27 jours ½, jusqu'au 1 Mars, aprés quoi le temps ne permit plus de les observer. M. Cassini le fils trouva selon la

Theorie que nous venons d'expliquer, qu'elles étoient dans l'Hemiſphere meridional du Soleil avec une declinaiſon de 6 ou 7 degrés pris ſur la circonference du Soleil. Celles du mois de Decembre 1706 devoient avoir à peu prés la même poſition, & il voulut voir ſi elles pouvoient être les mêmes ſelon l'hypothêſe des 27 jours. Mais parceque la plus Occidentale de celles de Decembre avoit paſſé par le milieu du Diſque le 12 à 6 heures du ſoir, & que la plus Occidentale de celles de Fevrier y avoit dû paſſer le 1 Mars à 8 heures du ſoir, l'intervalle de ces deux paſſages ne contenant point 27 ½ un nombre de fois à peu prés juſte, il s'enſuit ou que ces deux Taches étoient differentes, ou que ſi c'étoit la même, elle avoit quelque mouvement particulier, ce qu'on ne doit pas ſuppoſer tout à fait gratuitement.

Le 20 Mars, on apperçut dans le Soleil un amas de Taches, dont la plus occidentale étoit la plus groſſe. Elle dût paſſer par le milieu du diſque le 28 à 9 heures du ſoir. Le 24 on apperçut vers le bord oriental un nouvel amas de Taches, de ſorte que l'on en vit deux en même temps, phenomene qui, ſelon ce que nous avons déja dit dans l'Hiſt. de 1705 *, commence à n'être plus ſi rare qu'il l'étoit. M. Caſſini le fils détermina que la plus groſſe Tache du premier amas étoit dans l'Hemiſphere meridional du Soleil avec une declinaiſon de 9 degrés, & la plus groſſe du ſecond dans le même Hemiſphere avec une declinaiſon de 6 à 7 degrés.

* p. 128.

On n'apperçut point de Taches depuis le 3 Avril juſqu'au 15 May, que l'on en vit un amas dont la plus groſſe étoit la plus occidentale. Elle devoit avoir paſſé par le milieu du diſque le 11 à midi avec une declinaiſon meridionale de 6 à 7 degrés.

Le 28 Septembre il parut une Tache vers le bord oriental. On continua de l'obſerver juſqu'au 3 Octobre, & on trouva qu'elle avoit paſſé par le milieu du diſque le 2 Octobre vers le minuit, avec une declinaiſon de 7 à 8 degrés.

Le 14 Novembre, on vit une Tache si proche du centre du Soleil, qu'elle devoit passer par le milieu du disque le même jour sur les 5 heures du soir, avec une declinaison meridionale de 12 à 13 degrés. Le 16 elle disparut, fort éloignée encore du bord occidental, & l'on en vit une autre beaucoup plus grosse vers le bord oriental. On continua de l'observer, & le 27 qu'elle approchoit fort du bord occidental, on en vit une autre vers le bord oriental, & le phenomene qu'on croyoit si rare parut deux fois en cette seule année. Mais ce qui est encore plus extraordinaire, c'est que la nouvelle Tache étoit dans l'Hemisphere *septentrional*, où elle avoit une declinaison de 13 degrés à peu prés.

M[rs] Cassini & Maraldi ne se souviennent point d'avoir vû dans cet Hemisphere du Soleil aucune autre Tache que celle qui parut au mois d'Avril 1705 depuis le 7 jusqu'au 17 *. Nous ne marquâmes point alors la circonstance de sa position sur le globe du Soleil, elle y avoit une declinaison septentrionale de 12 à 13 degrés. En general les Taches qui paroissent en si grande quantité, sont toutes dans l'Hemisphere meridional, & il y en a un grand nombre qui ont les mêmes declinaisons.

* V. l'Hist. de 1705. p. 117.

Cette remarque favorise une pensée de M. de la Hire, rapportée dans l'Hist. de 1700 *, que la plûpart des Taches pourroient être les pointes ou les éminences de quelque grande masse solide & irréguliere, fixe dans un certain endroit du Soleil, à cela prés qu'elle peut ou s'élever sur la surface de ce grand liquide, ou s'y enfoncer plus ou moins. Ce sera la même chose, si l'on veut que ce liquide ait un mouvement par lequel tantôt il couvre entierement la grande masse solide, tantôt il la laisse plus ou moins découverte.

* p. 118.

La conformité & l'égalité de declinaison des deux Taches Septentrionales de 1705 & de 1707 donna lieu de chercher si elles ne pourroient point être la même Tache, selon l'hypothêse des 27 jours $\frac{1}{2}$. Celle de 1705 dût passer par le milieu du Soleil le 12 Avril sur les 8 heures.

du matin, & celle de 1707 le 30 Novembre à 7 heures du soir, & il se trouva que l'intervalle des deux passages divisé par 27 $\frac{1}{2}$ donnoit 35 révolutions juste & sans reste. Il y a donc lieu de croire que ce n'étoit que la même Tache, & que l'Hemisphere Septentrional du Soleil a quelque grande masse solide pareille à celle du Meridional, mais qui se tient plus long-temps enfoncée, ou que le liquide découvre plus rarement. Il n'est pas étonnant que la Philosophie begaye sur des choses si éloignées de la portée de nos yeux, & si foiblement apperçûës, il l'est seulement qu'on ait été si loin, & qu'on ait pû, par exemple, distinguer geometriquement les deux Hemisphers réels du globe du Soleil.

Le 15 Decembre on vit une Tache vers le bord oriental. Par sa declinaison meridionale de 13 degrés, & par l'hypothêse des 27 jours $\frac{1}{2}$, elle pouvoit être la même que celle qui commença à paroître le 16 Novembre. On l'observa jusqu'au 21 Decembre, elle étoit fort diminuée, & le mauvais temps acheva de la dérober aux yeux.

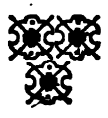
NOus renvoyons aux Memoires

V. les M. p. 110. Les Observations de Saturne, de Mars, & d'Aldebaram vers le temps de la conjonction de Saturne avec Mars, par M. de la Hire.

V. les M. p. 193. Les Reflexions de M. Cassini le fils sur l'Eclipse de Mars par la Lune observée à Montpellier & à Marseille.

V. les M. p. 297. L'Observation qu'a faite M. de la Hire de la conjonction de Jupiter avec Regulus.

V. les M. p. 351. L'Observation qu'a faite M. Maraldi du passage de Mars par l'Etoile nebuleuse de l'Ecrevisse.



GEOGRAPHIE.



GEOGRAPHIE.

SUR UNE MANIERE DE LEVER LA CARTE D'UN PAYS.

LEs grands frais qu'il faut faire pour lever geometriquement la Carte d'un Païs, la longueur du temps qu'il y faut emploïer, le petit nombre de gens qui puissent executer cet Ouvrage, & qui en veuillent bien prendre la peine, sont cause que l'on n'a que tres-peu de Cartes levées par les voïes geometriques, qui seules cependant sont absolument sûres. En cas qu'on ne puisse les mettre en usage, M. Chevalier propose une autre Methode peu éloignée de l'exactitude geometrique, & dont le grand avantage est de pouvoir être pratiquée sans aucuns frais, & sans aucune geometrie. Il ne faut qu'un peu de soin & d'attention.

On appelle *Amplitude* l'arc de l'Horizon compris entre le point où le Soleil se leve ou se couche à un jour quelconque, & le point où il se leve ou se couche, lorsqu'il est dans l'Equateur. Il est visible d'abord que l'amplitude est d'autant plus grande que le Soleil est plus éloigné de l'Equateur, ou a une plus grande declinaison, & l'on voit aussi par les differentes positions de la Sphere, que plus elle est oblique, ou plus un Pole est élevé pour un lieu, plus l'amplitude y est grande, tout le reste étant égal. La declinaison du Soleil, & l'élevation du Pole, sont donc les deux Elemens d'où dépend la grandeur de l'Amplitude, & l'on construit des Tables de la variation des Amplitudes selon celle de leurs Elemens,

Je suppose que le lieu où je suis, Paris, par exemple, est au centre d'un assés grand cercle tracé sur un Carton, & divisé en 360. Comme je sçai par les Tables que l'Amplitude solstitiale, la plus grande de toutes, est à Paris de 37 degrés, en négligeant les Minutes, je prends sur mon Cercle pour l'Amplitude Equinoxiale ou nulle le point d'où commencent ses divisions, & le 37me degré suivant répond à l'Amplitude Solstitiale. Cet espace de 37 degrés répond à 3 mois, & je le divise selon la Table des Amplitudes pour chaque jour de ces 3 mois, ou plutôt de 5 jours en 5 jours, parceque les amplitudes ne changent pas sensiblement d'un jour à l'autre. J'en fais autant pour les amplitudes des autres 9 mois de l'année.

Je suppose aussi que le rayon de mon Cercle represente une étenduë de 2 lieuës, & je le divise en 8 parties égales, qui par consequent valent chacune un quart de lieuë, & par chacune de ces divisions je décris des Cercles concentriques au premier. M. Chevalier appelle *Chassis* ce Carton, où sont ces figures.

Cela fait, à tel jour que ce soit où l'on pourra observer le lever ou le coucher du Soleil, je mets sur le Chassis deux fils de fer bien à plomb, l'un au centre, l'autre sur le point du cercle exterieur, qui répond au jour choisi, je place le Chassis bien horizontalement, je le tourne de maniere qu'au moment du lever ou du coucher du Soleil l'ombre des deux fils de fer soit sur la même ligne droite, & je l'arrête ferme dans cette situation. Il est certain qu'elle est telle que toutes les divisions du cercle exterieur répondent exactement à celles de l'Horizon, que le 90me degré, par exemple, depuis une amplitude Equinoxiale est un Pole &c, en un mot, que le Chassis est bien *orienté*. Alors, si je suis dans un lieu assés élevé pour découvrir une étenduë de 2 lieuës à la ronde, je dirige exactement à tel lieu que je veux, à un Clocher, une Regle qui est mobile autour du centre du Chassis, & je suis sûr que ce Clocher est à l'égard de Paris dans la position déterminée par la regle, au Sud-Est, par exemple, & par consequent il faut que ce

Clocher ſoit écrit dans mon Chaſſis ſur cette ligne. Reſte à ſçavoir à quel point ; or on ſuppoſe que je ſçai à peu prés la diſtance de tous les lieux qui ne ſont pas éloignés de plus de 2 lieuës du lieu où j'habite, & ſur tout cette connoiſſance eſt fort familiere à la Campagne, où ſe feroit le plus grand uſage du Chaſſis. Comme il eſt diviſé en quarts de lieuë, je place le Clocher ſelon ſa diſtance connuë ou ſur un des cercles concentriques, ou entre deux cercles, & ne puis tomber ſur cela dans des erreurs conſiderables.

Ce que j'ai fait pour Paris, M. Chevalier veut que 30 ou 40 perſonnes, qui ſeront aux environs de Paris & éloignées les unes des autres de 2 lieuës au plus, le faſſent chacune pour le lieu de ſa demeure ; non-pas que chacun ſoit obligé à faire ſon Chaſſis, c'eſt une operation qui demande la main d'un Geometre, mais un Geometre l'ayant fait, il en envoye une copie à ces 30 ou 40 perſonnes, qui n'ont plus que la peine de prendre les *alignemens* des lieux voiſins, ainſi que nous l'avons dit, & c'eſt dequoi tres-peu de gens ſeroient incapables. Les 30 ou 40 petites Cartes étant faites, on les remet entre les mains du Geometre, qui ſçait les aſſembler, & en compoſe la Carte des Environs de Paris.

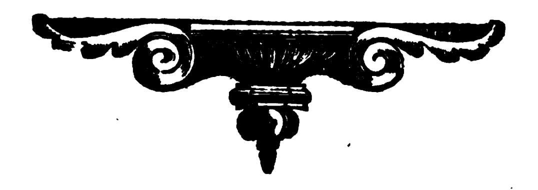
Comme on envoye le même Chaſſis à tous ceux qu'on veut emploïer, on ſuppoſe que les amplitudes ſont les mêmes pour des lieux peu éloignés, ce qui n'eſt vrai que ſenſiblement. Auſſi cette Methode de lever une Carte ne peut-elle avoir lieu que pour un petit Païs, & il eſt bon que la Ville ou le lieu principal ſur lequel ſeul on regle les amplitudes ſoit au milieu du Païs qu'on veut lever, afin que les petites erreurs des lieux particuliers ſe compenſent les unes les autres.

Il ſemble que ſans emploïer les amplitudes on pourroit orienter le Chaſſis par le moïen de la Meridienne du lieu, qui eſt ordinairement connuë à la Campagne, mais elle ne l'eſt qu'aſſés groſſierement, & s'il falloit la trouver avec plus de préciſion, peu de gens y réüſſiroient. La

methode de s'orienter par les amplitudes avec un Chassis tout fait, est plus sûre, & n'a aucune difficulté. Ce n'est pas que l'autre ne puisse aussi servir avec succés.

On peut remarquer sur la Methode des amplitudes, que l'erreur qui est insensible pour un petit Païs, sera encore d'autant moindre que les operations se feront dans un Païs qui aura moins de latitude, ou dans un temps plus proche des Equinoxes, parceque dans ces deux circonstances les amplitudes de differens lieux sont moins differentes. Celle des deux circonstances qui les rend moins differentes est celle de la latitude, & comme elle est assés grande en France, il en faudroit d'autant plus observer d'y faire les operations vers les Equinoxes.

C'est assés d'avoir donné ici l'esprit general de la Methode de M. Chevalier. Comme il seroit necessaire qu'un Geometre fût à la tête de l'Ouvrage, il imagineroit aisément les changemens que demanderoient certaines circonstances particulieres, & les facilités qu'on pourroit encore ménager à ceux qui opereroient. Un Evêque, qui auroit quelque inclination pour les Sciences, feroit lever de cette maniere la Carte de son Païs par ses Curés, qui à peine s'appercevroient eux-mêmes qu'ils feroient des operations geometriques. Il y a quantité de choses tres-utiles, & quelquefois difficiles en apparence, qui s'executeroient presque d'elles-mêmes, si ceux qui sont en place vouloient bien y donner un premier mouvement.





ACOUSTIQUE.

SUR LES SISTEMES TEMPERE'S DE MUSIQUE.

EN exposant dans l'Hist. de 1701 * le Sistême general de Musique inventé par M. Sauveur, nous avons expliqué ce que c'est que des Sistêmes *temperés*, & ce qui en fait la necessité. Nous supposons ici ces connoissances.

V. les M. p. 203. * p. 113. & suiv.

Nous avons dit que M. Sauveur *divise le ton moyen en 7 parties, dont il en donne 4 au semiton majeur, & 3 au mineur, moyennant quoi l'Octave, qui contient 5 tons moyens, & 2 semitons majeurs a 43 parties, qu'il appelle* Merides, c'est à dire que si une voix ou une corde d'Instrument allant de *ut* à *UT*, au lieu de passer par les 7 degrés ou intervalles du Sistême Diatonique, la plûpart inégaux entre eux, passoit par 43 degrés ou intervalles égaux, elle ne formeroit plus les accords justes du Sistême Diatonique, Secondes, Tierces &c, mais d'autres accords fort approchans, de sorte que ceux qui étoient agréables ne le seroient pas sensiblement moins, & que ceux qui étoient desagréables cesseroient de l'être.

Cette division de l'Octave en 43 parties n'est pas necessaire, ni unique, par rapport à l'effet qu'on en veut tirer, qui est l'adoucissement des Dissonances, avec une alteration peu sensible des Consonances. Si l'on divise le ton moyen en 5 parties, & qu'on en donne 3 au semiton majeur, & 2 au mineur, l'Octave ayant toûjours 5 tons moyens, & deux semitons majeurs, aura 31 parties égales. De même, elle en aura 55, si l'on divise le ton moyen en 9 parties, & qu'on en donne 5 au semiton majeur, & 4 au

mineur. L'Octave divisée en 31 parties ou en 55 donnera aussi-bien un Sistême temperé, que quand elle l'est en 43.

Cependant la division de l'Octave n'est pas tout à fait arbitraire. Il doit même sembler d'abord étrange qu'étant conçûë comme composée de 5 tons moyens, & de deux semitons majeurs, on la puisse également diviser en 31, en 43, ou en 55, car cela ne se peut, à moins que le rapport du semiton majeur au mineur ne varie, & en effet on vient de voir que dans la 1re de ces trois divisions le semiton majeur est au mineur comme 3 à 2, dans la 2de comme 4 à 3, dans la 3me comme 5 à 4; or ce rapport ne devroit-il pas être fixe & déterminé par le Sistême Diatonique? Mais il est certain qu'il ne l'est point, parcequ'il y a dans ce Sistême deux Tons, l'un majeur, & l'autre mineur, & que par consequent le semiton majeur peut être pris pour la plus grande moitié de l'un ou de l'autre de ces deux Tons inégaux, & le semiton mineur pour la plus petite. Delà vient que le rapport des deux semitons varie, mais comme le Ton majeur & le mineur ont une difference déterminée, la variation du rapport des deux semitons est renfermée dans des bornes assés étroites, que M. Sauveur détermine tres-facilement. On voit par cette détermination que si l'on veut que la difference du semiton majeur & du mineur soit toûjours 1, le mineur ne peut être que 2, 3, ou 4, & par consequent le majeur que 3, 4, ou 5, ce qui dans cette supposition réduit l'Octave à ne pouvoir être divisée qu'en 31, 43, ou 55 parties égales. Si l'on supposoit que la difference du semiton majeur au mineur fût 2, car cela est entierement arbitraire, l'Octave se diviseroit en un plus grand nombre de parties, & de plus recevroit un plus grand nombre de divisions differentes, & ces deux effets croîtroient encore si la difference des deux semitons étoit 3, & ainsi de suite à l'infini. Mais ces grands nombres seroient fort incommodes dans les calculs, & ne donneroient pas une plus grande justesse aux *Temperamens*. Ainsi l'on aura raison de s'en tenir aux trois divisions rapportées. La 1re a été adoptée

par M. Huguens, la 2[de] est de M. Sauveur, la 3[me] est suivie par les Musiciens.

Il faut remarquer que ces trois divisions, & toutes les autres à l'infini, dont nous avons fait voir la possibilité, supposent l'Octave partagée en 5 Tons moyens, ou 10 Semitons moyens, & 2 Semitons majeurs, & toutes ensemble ne font qu'une maniere de diviser l'Octave, parcequ'elles ne lui donnent que les mêmes *Elemens*, & en même nombre. Mais si on la divisoit en 12 Semitons moyens, ce seroit une autre maniere de la diviser, une autre espece de division. L'Octave n'ayant alors que 12 parties égales, elle en auroit trop peu pour donner aux accords un Temperament assés juste, & il se trouve que les Tierces seroient tellement alterées que l'Oreille ne les pourroit plus souffrir. Aussi ce Sistême est absolument rejetté par les Musiciens. Ce seroit encore pis si l'Octave étoit divisée en moins de 12 parties égales, ce qui arriveroit si on la composoit de Tons majeurs, ou mineurs, avec quelque reste. Il ne faut donc chercher un bon Sistême temperé que dans la premiere espece de division que nous avons suivie, & le combat se trouve réduit entre trois dans cette espece. Il ne reste plus qu'à les comparer.

M. Sauveur fait cette comparaison, ou plutôt, pour n'être pas soupçonné de rien donner à son interest, il la met sous les yeux toute faite par le moyen d'une Table, qui ne peut imposer, puisqu'elle represente chaque Sistême tel qu'il est, & avec ses differences au Sistême Diatonique juste. On peut remarquer d'abord dans celui de M. Sauveur quelques commodités de pratique & de calcul que n'ont pas les deux autres, mais ce qui fait son avantage le plus décisif, c'est que ses Tierces sont moins justes que celles de M. Huguens, & que ses Quartes le sont moins que celles des Musiciens. Cela semble paradoxe, mais il est vrai qu'un Temperament où tous les accords sont plus également alterés est préferable. Des accords justes ou presque justes mêlés avec d'autres qui sont fort alterés, font un mauvais effet, parcequ'ils font trop sentir

à l'Oreille le défaut de tout le reste, & lui rappellent trop vivement le souvenir d'une justesse, qu'il faut au contraire lui faire oublier. C'est par cette raison que les Facteurs d'Orgues, & de Clavecins suivent le Sistême de M. Sauveur, & non celui des Musiciens ordinaires.

Comme les nombres 31, 43, & 55 sont en progression arithmetique, & que 43 qui appartient à M. Sauveur, est le terme moyen, on peut voir en general pourquoi son Sistême tient le milieu entre les deux autres, & altere tous les accords avec plus d'uniformité.

La difference du Sistême de M. Sauveur soit à celui de M. Huguens, soit à celui des Musiciens, quoique peut-être legere en elle-même, ne l'est nullement par rapport au but que l'on se propose. Il s'agit de la perfection, & plus on en approche, plus le peu de chemin qui reste à faire est important. Souvent même on ne croit pas qu'il en reste à faire, & il n'appartient pas à tout le monde de s'en appercevoir.

MECHANIQUE.

SUR LE JET DES BOMBES, OU EN GENERAL SUR LA PROJECTION DES CORPS.

V. les M. p. 140.

IL y a deux cens ans que les Philosophes croyoient que la ligne décrite en l'air par un boulet de canon étoit droite, tant que l'impulsion de la poudre l'emportoit considerablement sur la pesanteur du boulet, qu'aussi-tôt que cette impulsion venoit à être balancée par la pesanteur, cette ligne devenoit courbe, & qu'enfin elle redevenoit droite

droite dés que la pesanteur l'emportoit sur l'impulsion. Il paroît bien que la science des Mouvemens composés n'étoit alors guere connuë. Nicolo Tartaglia de Bresce, qui vivoit au commencement du 16me Siécle, & l'un des premiers qui ait travaillé à l'Algebre, fut le premier qui s'apperçut de la fausseté de cette idée, & qui soûtint que la ligne du boulet étoit courbe dans toute son étenduë. Il découvrit aussi que les coups tirés d'un canon élevé de 45 degrés ont une plus grande portée, que dans toute autre élevation de la piece, mais selon la destinée de tous les grands Genies, qui défrichent une matiere nouvelle, il se trompa sur beaucoup d'autres choses, & quand il n'eût pas été arrêté, comme il le dit, par le scrupule d'enseigner une science funeste, il n'eût pas fait beaucoup de mal au genre humain; si cependant, à juger bien sainement, c'est une invention funeste que l'Artillerie, & si tout ce qui rend la Guerre plus courte & plus décisive, ne la rend pas moins meurtriere & plus innocente. Il a dû perir plus d'hommes dans Troye par un Siége de 10 ans, que dans aucune Place qui ait été bombardée. Tartaglia n'avoit pas déterminé la Courbe du boulet de canon, & il ne l'auroit pas pû sans le Sistême de l'acceleration des Chutes, reservé au Grand Galilée. C'est lui qui a démontré le premier qu'un boulet tiré horizontalement d'un lieu élevé décrit une demi-Parabole, dont le sommet est au point où il sort de la bouche du canon, & que s'il est tiré obliquement à l'horizon, il décrit une Parabole, dont le sommet est précisément au milieu de sa course, supposé qu'il doive tomber sur le même plan horizontal où est la batterie. Ensuite il a comparé ensemble les projections faites toûjours avec la même force, mais sous differens angles par rapport à une ligne verticale, & il a fait voir que les étenduës des projections, ou les *amplitudes* des Paraboles sont entre elles comme les sinus droits, & les hauteurs des sommets des Paraboles sur le plan horizontal de la batterie comme les sinus verses du double de ces angles; d'où il suit que la plus grande éten-

duë possible appartient au jet fait sous l'angle de 45, puisque le sinus droit du double de cet angle est le rayon du Cercle, le plus grand de tous les sinus, que toutes les étenduës qui appartiennent à des jets également éloignés du jet de 45 en dessus, & en dessous, sont égales, que les hauteurs des Paraboles sont d'autant plus grandes que l'angle du jet avec la verticale est plus petit, que quand cet angle est de 45 la hauteur de la Parabole correspondante tient précisément le milieu entre toutes les autres hauteurs possibles, & que quand l'angle est de 90 la hauteur de la Parabole sur le plan de la batterie est nulle, de même que le sinus verse de 180 est nul.

Galilée n'a consideré que les projections terminées au plan horizontal de la batterie, mais Torricelli son Disciple est allé plus loin, parcequ'il est venu aprés lui. Il a recherché où les coups devoient porter sur des endroits situés au-dessus ou au-dessous de l'horizon, par exemple, sur une Montagne, les angles de projection étant connus, & il s'en est tenu là. Mais ce qu'il ajoûtoit à Galilée étoit moins important pour l'usage de l'Artillerie, que ce qu'il laissoit encore à découvrir. On ne se soucie pas tant de sçavoir où ira le coup, que de le faire aller où l'on veut, sur une Tour, par exemple, sur un Bastion, & il faut connoître sous quel angle on doit pointer les pieces, pour y tirer juste. La Parabole que le boulet décriroit entiere en l'air, s'il devoit tomber sur un plan qui fût au niveau de la batterie, doit être coupée & arrêtée dans sa course par le haut de la Tour, & il s'agit de trouver sous quel angle il faut pointer la piece, afin que le boulet décrive la Parabole que le haut de cette Tour rencontrera.

Feu M. Blondel de l'Academie des Sciences y proposa ce Problême en 1677, & tous les Geometres de la Compagnie s'exercerent sur ce sujet. M. Buot, M. Roëmer, M. de la Hire donnerent differentes résolutions, & M. Cassini renferma toute la Theorie de la projection des Corps dans une seule Proposition trés-simple, & tres-ingenieuse. M. Blondel qui avoit étudié encore plus parti-

culierement toute cette matiere, en composa un Livre qui parut en 1683 sous ce titre, *De l'Art de jetter les Bombes*.

Il ne paroît pas que l'on ait presentement rien à desirer sur la pratique de cet Art. Peut-être seulement pourroit-on encore perfectionner l'Instrument qui sert à pointer la piece ou le Mortier, & l'on a parlé sur cela d'une idée de M. de la Hire dans l'Hist. de 1700*. * p. 144.

Mais la Geometrie étant quitte, pour ainsi dire, envers la Pratique, est en droit de pousser plus loin la speculation, & de donner quelque chose à la simple curiosité, quand l'utilité est satisfaite.

Nous avons dit que la force de la projection, ou la vitesse du boulet étant toûjours la même, les hauteurs des differentes Paraboles décrites par des jets de differens angles diminuënt toûjours depuis le plus petit angle que puisse faire le jet avec la verticale tirée par le point d'où le jet sort, jusqu'à l'angle de 90; par consequent les foyers de ces Paraboles, qui sont toûjours dans la même ligne verticale que les sommets, & au-dessous, baissent aussi dans tout ce mouvement. D'un autre côté, depuis l'angle infiniment petit fait avec la *verticale du jet* jusqu'à l'angle de 45 les étenduës des jets ou les amplitudes des Paraboles augmentent toûjours, & comme la ligne où sont le sommet & le foyer, c'est à dire l'axe de la Parabole coupe toûjours l'amplitude par le milieu, les sommets & les foyers baissent jusqu'à l'angle de 45 en s'éloignant toûjours de la verticale du jet, aprés quoi les amplitudes au-delà de l'angle de 45 redevenant égales à ce qu'elles étoient en deçà, chacune à sa correspondante, les sommets & les foyers se rapprochent de la verticale du jet, en continuant toûjours de baisser. Il faut sçavoir quelles lignes les uns & les autres décrivent dans ce mouvement.

La hauteur verticale d'où le boulet auroit dû tomber pour acquerir la vitesse qu'il a au sortir du canon, & qu'on peut appeller *hauteur déterminatrice*, étant repre-

sentée par une ligne, si du point d'où le jet sort pris pour centre, & de cette ligne prise pour rayon, on décrit un demi-cercle, on voit tres-facilement que tous les foyers des differentes Paraboles depuis l'angle infiniment petit jusqu'à celui de 90, sont autant de points de cette demi-circonference. Et en effet, l'angle du jet étant infiniment petit, ou, ce qui est la même chose, le boulet étant tiré verticalement de bas en haut, la Parabole, dont l'amplitude est alors nulle, n'est que la verticale du jet, ou la ligne qui represente la hauteur déterminatrice, & son sommet & son foyer se confondent en un seul point, qui est l'extrémité superieure de cette ligne, & en même temps de la demi-circonference dont elle est le rayon. Quand l'angle du jet est de 45, le sommet de la Parabole qui en est formée est au milieu de tous les autres sommets, ou, ce qui revient au même, il répond au milieu de la hauteur déterminatrice, & il est tres-aisé de voir que le foyer de cette Parabole est sur la ligne horizontale de la batterie, & que par consequent depuis le jet vertical jusqu'à celui de 45, les foyers ont décrit un quart de cercle, d'où il suit qu'ils décriront l'autre quart depuis l'angle de 45 jusqu'à celui de 90, qui appartient au jet horizontal.

Quant aux sommets des Paraboles qui sont toûjours plus élevés que les foyers, il est visible que dans tout le mouvement qu'ils font depuis le jet vertical jusqu'à l'horizontal, ils ne peuvent descendre que jusqu'à la ligne horizontale de la batterie, c'est à dire qu'ils descendent la moitié moins que les foyers, car quand le jet est horizontal, le sommet de la demi-Parabole qui se décrit alors est au point d'où le jet sort. On voit par une Proposition de M. le Marquis de l'Hôpital dans son *Analise des Infiniment petits*, que la Courbe décrite par les sommets des Paraboles depuis le jet vertical jusqu'à l'horizontal est une demi-Ellipse, qui a pour son petit axe la hauteur déterminatrice, & son grand axe double du petit.

Comme les sommets & les foyers vont ensemble en s'é-

loignant de la ligne du jet vertical depuis ce jet jusqu'à celui de 45, & qu'ensuite ils se rapprochent toûjours de cette même ligne jusqu'à ce qu'ils y arrivent, il s'ensuit qu'ils repassent par les mêmes lignes verticales par où ils avoient déja passé, mais en d'autres points, & que par consequent chacune de ces lignes coupe en deux points tant le demi-cercle décrit par les foyers, que la demi-Ellipse décrite par les sommets. Il en faut excepter la verticale qui appartient au jet de 45, le plus étendu de tous, ou, ce qui est le même, la verticale où se trouvent le sommet & le foyer de la Parabole correspondante. Cette ligne touche en même temps & le demi-cercle, & la demi-Ellipse, parceque le jet de 45 est unique & n'en a aucun autre qui lui réponde. C'est aussi un principe établi en Geometrie qu'un point d'attouchement en vaut deux d'intersection.

Cette speculation a été encore poussée plus loin. Toutes ces differentes Paraboles qui depuis le jet vertical s'en éloignent toûjours jusqu'au jet de 45, & s'ouvrent toûjours de plus en plus, se coupent necessairement les unes les autres, & la suite de tous leurs points d'intersection forme une ligne Courbe, ou, ce qui est la même chose, il y a une Courbe qui dans toute son étenduë touche toutes ces differentes Paraboles. On demande quelle elle est. M. le Marquis de l'Hôpital a démontré dans son Livre des Infiniment petits, que c'est une Parabole dont le parametre est quadruple de la hauteur déterminatrice. On la peut appeller Parabole *generale* ou *exterieure*, parcequ'elle envelope toutes les autres par dehors. Elle est le terme au-delà duquel le boulet ne peut jamais aller, n'étant poussé que de la force representée par la hauteur déterminatrice, & si l'on veut qu'il aille à l'extrémité d'une ligne inclinée au-dessus de l'horizon, par exemple, sur le haut d'une Montagne, il faut qu'il aille au point qui est commun à la Parabole generale, & à celle du jet qu'il faudra faire.

Voilà quelle est l'histoire des découvertes qui ont été

faites jusqu'à present sur les Projections. M. Guisnée a démontré le tout d'une maniere fort naturelle & fort claire, & quand on donne des preuves plus faciles de verités déja connuës, c'est un progrés pour les Sciences, aussi-bien que celui qui consiste à trouver des verités nouvelles. La maniere de sçavoir n'est pas indifferente, & devient elle-même une science à part. Nous avons dit dans l'Hist. de 1704 * que d'habiles Geometres ont eu bien de la peine à prouver que les projections obliques à l'horizon formoient des Paraboles aussi-bien que les horizontales, & maintenant les deux cas se trouvent sans peine envelopés dans la même Proposition, & même avec les nouvelles lumieres que l'on a, il seroit difficile de les séparer, quand on le voudroit.

* p. 112.

M. Guisnée a cependant trouvé moyen d'ajoûter quelque chose à la Theorie des Projections. Si l'on ne veut pas que le boulet aille jusqu'où il pourroit aller par la force qu'on lui suppose, c'est à dire jusqu'à la Parabole generale, & qu'il demeure en deçà, il détermine quel est l'angle qu'il faut donner au jet, ou la Parabole *particuliere* qu'il décrira, differente de celle qu'il auroit décrite, si le coup eût dû avoir toute son étenduë. Il est visible qu'en deçà de 45, & à 45, l'angle du jet doit être plus petit, qu'il n'eût été, & au delà, plus grand. M. Guisnée a donné en general cette détermination précise par plusieurs voïes differentes.

SUR LA RESISTANCE

DES TUYAUX CILINDRIQUES PLEINS D'EAU.

V. les M. p. 105.

QUand il faut mesurer exactement des mouvemens, ou, ce qui est encore plus difficile, de simples efforts, dont les directions, les leviers, les appuis, ne sont

pas bien ſenſibles, ce ſont toûjours des recherches fort délicates, & les plus grands Hommes ſont excuſables de s'y méprendre, ſur tout quand ils y ont travaillé les premiers. Ces circonſtances accompagnent l'erreur, où M. Parent prétend que ſoient tombés deux des plus grands Sujets qu'ait eus l'Academie des Sciences.

Un Tuyau cilindrique, que l'on ſuppoſe vertical, étant plein d'eau, ſa hauteur peut être telle, ou, ce qui eſt la même choſe, la charge de l'eau ſi grande, qu'il crevera par le bas, & qu'il ſe fera à ſa ſuperficie cilindrique une fente par où l'eau s'échapera. Il s'agit de ſçavoir quel eſt cet effort de l'eau, quelle en eſt la meſure, & quelle épaiſſeur doit avoir le tuyau pour y réſiſter.

D'abord il faut bien concevoir que dans cet effet la baſe circulaire du tuyau n'eſt nullement enfoncée, on la ſuppoſe même inébranlable, & tout l'effort ſe fait contre la partie inferieure de la ſurface cilindrique du tuyau, de ſorte que quand il creve, la crevaſſe eſt laterale, & verticale. Si la baſe s'enfonçoit, ce ſeroit ſimplement le poids du cilindre d'eau qui agiroit, & par conſequent toute ſon action ſeroit exprimée par le produit de ſa hauteur & de ſa baſe, mais comme il ne s'agit pas de la baſe du tuyau, c'eſt une autre conſideration.

Que l'on imagine pour un moment un cilindre d'eau qui ſe tienne ſuſpendu en l'air, ſans être enfermé dans un tuyau. Si le cercle le plus haut de ce cilindre tombe par ſon poids ſur celui qui eſt immediatement au-deſſous de lui, il rendra ſa circonference plus grande, car je ſuppoſe que ce ſecond cercle conſerve encore la figure circulaire. Si de même le ſecond cercle tombe enſuite ſur le troiſiéme, ſa circonference ſera encore plus augmentée que n'avoit été celle du ſecond, & enfin ſi l'on applique cette idée à tous les cercles d'eau ſucceſſivement, la circonference du dernier ſera d'autant plus augmentée que le nombre des cercles ſuperieurs ſera plus grand, ou, ce qui eſt la même choſe, que le cilindre entier ſera plus haut. Maintenant ſi ce même cilindre eſt enfermé dans

un tuyau, tous les cercles d'eau auront la même tendance à descendre les uns sur les autres, quoiqu'ils ne descendent pas réellement, ils feront donc un effort pour s'élargir, & rendre leurs circonferences plus grandes, & cet effort ne peut s'exercer que contre les parois du tuyau; il ira toûjours en augmentant de force depuis le haut jusqu'au bas, & enfin au bas du tuyau il sera d'autant plus grand, que le tuyau sera plus haut, parceque la circonference où tous les cercles d'eau tendent à se mettre en sera d'autant plus grande.

Si la hauteur du tuyau demeurant la même, on suppose que sa circonference augmente, on pourroit croire d'abord que l'effort de l'eau contre les parois du tuyau augmente aussi, car quoique la circonference du tuyau étant augmentée, le nombre de ses parties qui résistent à l'effort de l'eau le soit aussi en même raison, le nombre des parties d'eau qui agissent est augmenté selon une plus grande raison, qui est celle de l'aire ou du quarré de la seconde circonference à l'aire ou au quarré de la premiere. Mais il faut faire reflexion que si une partie d'eau quelconque tend à descendre, & par consequent à élargir le cercle correspondant du tuyau, une autre partie d'eau égale, qui est placée entre elle & le tuyau, a la même tendance, & la repousse en sens contraire avec un effort égal, que par-là il ne reste de parties d'eau dont les efforts ne soient point détruits par d'autres, que celles qui s'appuïent immediatement sur les parois du tuyau, que ce sont les seules dont l'action s'exerce sur ces parois, & que par consequent leur effort n'est point augmenté par l'augmentation de la circonference, puisque chaque nouvelle partie d'eau a aussi une nouvelle partie du tuyau qui la soûtient.

On pourroit donc augmenter à l'infini la circonference du tuyau, sans être obligé d'augmenter l'épaisseur de la matiere dont il est fait; cependant il est certain que l'experience y est entierement contraire, & même le raisonnement, quand cette mechanique est bien approfondie, selon les vûës de M. Parent. L'effort

L'effort que nous avons jusqu'ici consideré dans l'eau est un effort perpendiculaire aux parois du tuyau, & le même que s'il agissoit par des rayons tirés d'un point quelconque de l'axe à ces parois, or ce n'est pas cet effort perpendiculaire qui creve ou déchire le tuyau. Il est bien vrai qu'il n'y en a pas d'autre qui agisse, mais il ne déchire pas le tuyau entant qu'il lui est perpendiculaire.

Il faut concevoir dans la circonference circulaire du tuyau deux côtés contigus infiniment petits, & faisant entre eux un angle obtus infiniment peu different de celui de 180, & de plus un rayon tiré du centre à cet angle, & qui est la direction de l'effort perpendiculaire. Afin que le tuyau se déchire, il est necessaire que ces deux côtés infiniment petits se séparent, & s'ils se séparent, c'est la même chose que si deux puissances opposées les tiroient directement chacune à elle, ou, ce qui est le même, selon les directions de ces côtés mêmes. L'effort perpendiculaire qui agit par le rayon ne déchire donc le tuyau, qu'entant qu'il produit ces deux nouvelles directions, qui sont infiniment prés de lui être perpendiculaires, & il ne faut plus que comparer l'effort de l'eau, entant qu'il est perpendiculaire au tuyau, à lui-même entant qu'il le déchire. Or selon les regles de la Mechanique on sçait comparer differentes forces, quand on connoît leurs directions, & par cette voïe M. Parent trouve en formant un triangle des directions supposées que l'effort perpendiculaire est à l'effort qui déchire comme un des côtés circulaires infiniment petits est au rayon. Mais parceque l'effort perpendiculaire pris en son entier agit sur toute une circonference de cercle, il faut multiplier le côté circulaire infiniment petit par le nombre infini des autres côtés, ce qui fait la circonference même, & parceque l'effort qui déchire n'agit que sur un point, on le laisse tel qu'il étoit dans l'infiniment petit, & par consequent l'effort perpendiculaire est à celui qui déchire comme la circonference au rayon, c'est à dire plus de 6 fois plus grand.

Delà il suit évidemment que la hauteur du tuyau demeu-

rant la même, si sa circonference augmente l'effort que l'eau fait pour le crever augmente aussi, puisqu'il est toûjours la même partie d'une plus grande quantité. Il augmentera aussi, si la circonference du tuyau demeurant la même, la hauteur augmente, puisque l'effort perpendiculaire en est visiblement plus grand. Il ne paroît pas necessaire de remarquer que plus la pesanteur specifique de la liqueur est grande, plus son effort l'est aussi, & que celui du Mercure, par exemple, le seroit plus que celui de l'eau.

Selon cette Theorie il est aisé d'exprimer geometriquement l'effort par lequel une liqueur creve son tuyau. Il est clair que la force par laquelle le tuyau résiste, c'est à dire, son épaisseur, doit être égale à cet effort, & cela produit une Equation, mais ce n'est encore qu'une Equation generale, & qui n'apprend point quelle doit être cette épaisseur selon la matiere dont on fera le tuyau, selon la hauteur & le diametre déterminé qu'on lui voudra donner, & selon la liqueur qu'il contiendra. Pour cela, il faut une Experience exacte sur la matiere dont il sera fait. S'il doit être de plomb, par exemple, il faut sçavoir quel poids suspendu à une bande de plomb d'une certaine épaisseur, & d'une certaine largeur, sera necessaire pour la rompre & pour la déchirer; aprés quoi, il est clair que l'épaisseur du Tuyau qu'on fera de plomb devra être d'autant plus grande, que le produit de l'épaisseur & de la largeur de la bande de plomb de l'Experience aura été plus grand par rapport au poids qui aura fait la rupture. Une fraction dont ce produit sera le Numerateur, & ce poids, le Dénominateur, exprimera donc en general la résistance du Plomb, & si l'on multiplie par cette fraction l'effort de l'eau exprimé dans l'Equation generale, on la déterminera à representer l'épaisseur necessaire à tous les Tuyaux qu'on fera de plomb. Ensuite pour un tuyau d'une certaine hauteur, ou d'un certain rayon, il ne faudra que mettre dans l'Equation generale cette hauteur ou ce rayon déterminé.

Dés que l'on a une Equation qui donne l'épaisseur des Tuyaux necessaire pour résister à l'eau, tout le reste étant déterminé ou connu, on a par la même Equation la hauteur qu'ils pourront avoir, si l'épaisseur est déterminée avec tout le reste. De même on aura, si l'on veut, le diametre qu'on leur pourra donner. C'est sur ces principes que M. Parent a construit une Table pour les Tuyaux de Cuivre & de Plomb, & seulement pour les dimensions qu'ils peuvent avoir dans l'usage. Elle épargnera le calcul de son Equation à ceux qui voudront aller jusqu'à la pratique.

SUR UNE THEORIE GENERALE DES MOUVEMENS SOIT UNIFORMES, SOIT VARIE'S A DISCRETION.

S'Il n'étoit question précisément de considerer les Mouvemens accelerés, ou, ce qui revient au même, les retardés, & même les uniformes, que par rapport à l'usage, & aux applications Physiques, le Sistême de Galilée *seroit suffisant.* Ce grand Homme a eu cette gloire, tres-peu commune, que quoique premier Inventeur en cette matiere, il a frapé droit au but, & que son hypothêse qui a passé par le severe examen de tant d'habiles Philosophes, subsiste toûjours en son entier. Elle s'est trouvée aussi exactement conforme à l'experience qu'on le puisse desirer, & même on a transporté avec succés à d'autres forces constantes & continuellement appliquées, telles que les Forces centrales, ce que Galilée avoit pensé sur la Pesanteur, ainsi que nous l'avons dit dans l'Hist. de 1700 *.

V. les M. p. 111.

* p. 89.

Mais c'est une curiosité tres-digne de l'Esprit philosophique que de s'élever au-dessus de la Theorie de Galilée, & de penetrer jusqu'à la premiere source d'où ce

ruiſſeau a pris ſon cours. De plus on ſaiſit avec plus de force les verités particulieres, quand on tient les verités generales, qui les produiſent, & on en eſt plus éclairé, quand on peut être admis à les contempler dés leur naiſſance. C'eſt-là ce que prétend principalement M. Varignon dans la Theorie que nous allons expliquer.

D'abord pour mettre enſemble, & ſous un même coup d'œil les Mouvemens accelerés ou retardés, ou en un mot les Mouvemens variés avec les uniformes, il ne faut ſonger qu'aux variés, de même que pour former une idée generale d'une Ligne qui pourra être ou droite ou courbe, il faut la concevoir courbe. Une legere difference de ſuppoſition changera, quand on voudra, la ligne courbe en droite, & le mouvement varié en uniforme. Le plus composé renferme toûjours le plus ſimple, & l'inégal ſe réduit aiſément à ce qui eſt égal.

Un Mouvement varié eſt celui dont la Viteſſe augmente ou diminuë à chaque inſtant. La variation de la viteſſe, pour pouvoir être l'objet de nos recherches, doit avoir quelque Regle, & il faut que cette regle ſoit priſe ſur quelque autre grandeur qui entre dans le Mouvement même. Or il n'y en a que deux, l'Eſpace, & le Temps.

M. Varignon ne regle les mouvemens variés que ſur les Temps, & il inſinuë que l'autre maniere de les regler eſt impoſſible, & qu'il pourra le faire voir quelque jour, mais en attendant nous donnerons quelque idée de cette impoſſibilité, afin que la matiere que nous traitons en ſoit plus complete.

Si l'on regle la variation de la viteſſe ſur l'Eſpace, ſoit un mouvement acceleré dont l'augmentation de viteſſe ſuive les eſpaces parcourus, de ſorte que la viteſſe d'un Corps qui eſt tombé de 2 Toiſes ayant été exprimée par 1 à la fin de la 1re Toiſe, le ſoit par 2 à la fin de la 2de; il eſt clair que cette hypothêſe produit une abſurdité, car le Corps qui en acquerant ſucceſſivement 1 degré de viteſſe a parcouru une Toiſe, doit, tandis qu'il acquiert ſucceſſivement un 2d degré de viteſſe égal, parcourir plus d'une

2[de] Toiſe, puiſque quand il n'auroit eu que ſon 1[er] degré de viteſſe entierement acquis, il auroit dû avec ce ſeul degré parcourir plus d'une 2[de] Toiſe dans un temps égal au premier, & à plus forte raiſon doit-il parcourir plus d'une 2[de] Toiſe dans le 2[d] temps, puiſqu'au 1[er] degré de viteſſe entierement acquis, il ſe joint inceſſamment quelque portion du 2[d] degré qu'il acquiert ſucceſſivement. L'abſurdité ſeroit plus grande, ſi l'augmentation de viteſſe ſuivoit les quarrés des Eſpaces, & que le Corps à la fin de la 2[de] Toiſe eût 4 degrés de viteſſe, & ce ſeroit encore pis ſi la puiſſance des Eſpaces étoit plus élevée.

En general, il ſuit de ce raiſonnement qu'afin qu'une hypothêſe ſur l'augmentation de la viteſſe ſoit poſſible, il faut que la viteſſe acquiſe à la fin de la 2[de] Toiſe ſoit moins que double de celle qui étoit acquiſe à la fin de la 1[re], & par conſequent l'augmentation de la viteſſe ne peut ſuivre aucune puiſſance parfaite des Eſpaces parcourus.

Je dis *parfaite*, car nôtre raiſonnement ne comprend pas les *imparfaites* ou Racines quelconques, & ſi l'on veut que la viteſſe ſuive les Racines quarrées ou cubiques &c. des Eſpaces, on trouvera que ces hypothêſes ſont poſſibles, puiſque la viteſſe acquiſe à la fin de la 2[de] Toiſe étant la racine quarrée ou cubique &c. de 2 ne ſera pas double de la viteſſe 1 acquiſe à la fin de la 1[re] Toiſe. Mais il faut remarquer que ces hypothêſes retombent dans celles où l'augmentation de la viteſſe ſuit quelque puiſſance parfaite des Temps, & ſi, par exemple, on veut qu'elle ſuive les racines quarrées des Eſpaces, c'eſt là une conſequence neceſſaire du Siſtême de Galilée, qui la regle ſur la 1[re] puiſſance des Temps, c'eſt à dire ſur les Temps même. On la peut donc regler ſur quelque puiſſance parfaite des Temps, ce qui produira la puiſſance imparfaite correſpondante des Eſpaces.

On peut auſſi ſelon le principe que nous avons établi regler la viteſſe ſur les Racines quelconques des puiſſances quelconques des Eſpaces, pourvû que l'Expoſant de ces Racines ſoit un nombre plus grand que celui des Puiſ-

ſances; par exemple, la viteſſe acquiſe à la fin de la 2de Toiſe peut être la racine 3me de 4, 2de puiſſance de l'eſpace, car cette grandeur eſt beaucoup au deſſous de 2. Mais ces hypothêſes ſont les mêmes que ſi on avoit reglé la viteſſe ſur les puiſſances imparfaites des Temps, & dans l'exemple propoſé elle ſuivroit leurs racines quarrées. Il n'y a donc d'hypothêſes poſſibles que celles qui reglent la viteſſe ſur quelque puiſſance des Temps parfaite ou imparfaite.

Les Puiſſances n'étant, comme il a été dit dans l'Hiſt. de 1706 *, qu'une eſpece particuliere d'un genre qu'on appelle *Fonctions*, ou *Affections*, M. Varignon, pour s'élever à la plus grande univerſalité poſſible, ſuppoſe la variation de la viteſſe reglée ſur telle fonction des Temps que l'on voudra.

* p. 70.

Il s'agit de trouver une formule infiniment generale, par laquelle on puiſſe pour un inſtant quelconque d'un mouvement varié déterminer l'eſpace parcouru en vertu de la viteſſe de ce mouvement depuis qu'il a commencé.

Les effets ſont toûjours proportionnels aux cauſes, & tout eſpace parcouru eſt un effet dont la cauſe eſt la viteſſe qui l'a fait parcourir. Si cette viteſſe eſt uniforme, la cauſe eſt toûjours la même, & l'effet ou l'eſpace plus grand en même raiſon qu'elle eſt plus grande, & qu'elle a agi plus long-temps. Si la viteſſe eſt variée, il faut la concevoir comme l'aſſemblage ou la ſomme d'une infinité de cauſes differentes, dont chacune a agi dans chaque inſtant infiniment petit, & par conſequent l'eſpace parcouru eſt proportionnel à cette ſomme infinie de cauſes.

Puiſque la viteſſe variée doit toûjours ſe regler ſur quelque fonction des Temps, il doit y avoir une Courbe *generale*, qui par ſes Ordonnées croiſſantes ou décroiſſantes repreſente les viteſſes de tous les inſtans, & par ſes Abſciſſes correſpondantes les fonctions des Temps. Ainſi l'art de trouver la valeur d'une ſomme infinie quelconque des Ordonnées de cette Courbe, ou, ce qui eſt le même,

l'eſpace curviligne quelconque formé par la Courbe, ſera l'art de trouver la valeur de la viteſſe variée d'un temps fini quelconque, toûjours proportionnelle à l'eſpace parcouru; & ſi l'on veut comparer enſemble deux differens eſpaces parcourus, ſoit en vertu de la même viteſſe variée qui aura agi pendant deux temps inégaux, ſoit en vertu de deux viteſſes differemment variées, il faudra comparer les deux eſpaces curvilignes, ſoit de la même Courbe, ſoit des deux differentes Courbes produites par les deux differentes ſuppoſitions de viteſſe. Voilà quelle eſt la formule generale de M. Varignon, avec laquelle il entreprend de ſatisfaire à tout.

Si l'on veut que la viteſſe ſoit uniforme, il eſt évident que l'eſpace curviligne devient rectiligne, & ne le devient qu'en ce cas-là. Comme hors delà, ce ſont des eſpaces curvilignes qui donnent le rapport des eſpaces parcourus, on ne peut ſe diſpenſer d'emploïer le Calcul Integral, & les *integrations* ſont d'autant plus difficiles, que les Courbes qui repreſentent la variation de la viteſſe ont une équation plus compoſée, ou, ce qui revient au même, que les fonctions des Temps ſont plus compliquées. M. Varignon donne d'abord quelques exemples de ces ſortes d'integrations, où il paroît avoir eu en vûë de faire briller l'art de ce Calcul, que l'on ne ſçait pas encore, & que l'on ne ſçaura peut-être jamais manier comme le Differentiel. Mais enſuite il ſe réduit à des exemples plus ſimples, où la variation de la viteſſe ne ſuit que les puiſſances des Temps.

La viteſſe qui eſt reglée ſur les Temps peut l'être de deux manieres, ou ſur les temps écoulés, ou ſur les temps qui ſont à écouler dans le reſte de la durée totale du mouvement. La viteſſe d'un mouvement acceleré ſe regle plus naturellement de la premiere maniere, & celle d'un mouvement retardé de la ſeconde, car elles ſont d'autant plus grandes, l'une que le temps écoulé, l'autre que le temps à écouler eſt plus grand. Mais cela n'empêche pas que la viteſſe d'un mouvement acceleré ne ſe

puiſſe regler ſur les temps à écouler, ſeulement elle ſera d'autant plus grande que ce temps ſera plus petit, ou, ce qui eſt le même, elle ſera en raiſon *renverſée* de ce temps, au lieu qu'elle étoit en raiſon *directe* du temps écoulé. De même la viteſſe d'un mouvement retardé peut ſe regler ſur le temps écoulé, mais elle ſera en raiſon renverſée de ce temps, au lieu qu'elle étoit en raiſon directe du temps à écouler. Or ce changement de raiſon directe en renverſée arrive neceſſairement par la ſeule expreſſion algebrique, quand l'expoſant de la puiſſance des temps devient de poſitif negatif, & par conſequent cet expoſant pris indéterminément pour poſitif ou pour negatif, convient à toutes les viteſſes ſoit accelerées, ſoit retardées, que l'on regle ſur quelque puiſſance des temps. Puiſqu'il eſt ſi facile de changer un mouvement acceleré en retardé, dans quelque hypothêſe que ce ſoit, ou réciproquement, nous ne parlerons ordinairement que des mouvemens accelerés, que l'on rendra, ſi l'on veut, retardés en les renverſant.

Naturellement, & en ne concevant aucune limitation arbitraire, un mouvement acceleré commence par être infiniment petit, & finit par être infiniment grand dans un temps infini. Mais il peut auſſi commencer par être fini; ainſi qu'il arrive, lorſqu'on ne laiſſe pas tomber librement une pierre dans l'air, mais qu'on la jette de haut en bas avec une certaine force. Alors la viteſſe accelerée que produit la ſeule peſanteur s'ajoûte continuellement à la viteſſe *initiale* qui a été imprimée par la cauſe étrangere, & qui demeure toûjours la même. C'eſt-là la maniere la plus naturelle dont ce cas-là puiſſe être conſideré, mais M. Varignon pour ne laiſſer échaper aucune hypothêſe poſſible, ſuppoſe encore que la viteſſe initiale fût conſiderée comme ayant commencé à Zero, & comme étant produite par l'acceleration que la peſanteur auroit cauſée pendant un certain temps, il y joint la viteſſe réellement cauſée par l'acceleration dans un inſtant quelconque du mouvement à compter depuis qu'il a commencé,
&

& il regarde la somme de ces deux vitesses ensemble comme devant suivre une puissance quelconque de la somme des deux temps qui leur répondent. Cette hypothêse entre aussi facilement qu'une plus simple dans sa formule generale. Il remarque qu'on ne peut pas supposer que la vitesse initiale & l'accelerée prises ensemble suivent une puissance des temps necessaires pour acquerir la seule accelerée, car quand le temps où l'accelerée commence est nul, & l'accelerée aussi, l'initiale seroit donc pareillement nulle, ce qui est contre la supposition que l'initiale est finie.

Si l'on veut regler la vitesse sur les temps à écouler, il sera plus naturel, ainsi que nous l'avons dit, qu'il s'agisse de mouvemens retardés. La difficulté n'est que de trouver l'expression de la vitesse ainsi reglée. Pour cela, il faut considerer, qu'elle doit à chaque instant être d'autant plus grande. 1°. Que le temps à écouler est plus grand, ou, ce qui est la même chose, que le temps total pendant lequel le mouvement doit durer, moins le temps écoulé, est plus grand. 2°. Que la vitesse initiale est plus grande par rapport à ce temps total, car il est visible & qu'il se perdra d'autant moins de vitesse que ce temps total durera moins, & que plus elle aura été grande au commencement, plus il en restera à chaque instant. Ces deux grandeurs, c'est à dire le temps à écouler, & le rapport de la vitesse initiale au temps total, multipliées l'une par l'autre expriment donc la vitesse d'un mouvement retardé reglée sur les temps à écouler.

La formule qui en résulte est telle, que quand on suppose le temps écoulé nul, la vitesse se réduit à la seule vitesse initiale, & que quand on suppose ce même temps écoulé égal au temps total pendant lequel le mouvement doit durer, la vitesse est nulle ou éteinte. Delà il suit, en renversant ces idées, que dans un mouvement acceleré, qui auroit eu la même vitesse initiale, la vitesse deviendroit infinie, aprés le temps total fini entierement écoulé, si ce mouvement avoit sa vitesse reglée sur les temps à

écouler. Mais comme il est impossible qu'une vitesse finie devienne réellement infinie dans un temps fini, l'hypothêse qui produiroit cette consequence est impossible, & il en faut dire autant de quelques autres hypothêses, d'où suivroit la même consequence. Par exemple, une Hiperbole équilatere, ou plutôt une portion infinie de cette Hiperbole étant supposée, telle qu'elle eût pour axe une portion finie de l'une des Asimptotes, & pour Ordonnées des lignes paralleles à l'autre Asimptote, si l'on vouloit que les Abscisses representassent les Temps d'un mouvement acceleré commençant par une vitesse finie, & les Ordonnées les vitesses croissantes de ce mouvement, il s'ensuivroit que dans un temps fini la vitesse deviendroit infinie, puisque la derniere Ordonnée tirée sur l'axe fini supposé seroit infiniment grande, ou l'Asimptote même, mais l'impossibilité qu'une vitesse finie devienne infinie dans un temps fini, fait voir que dans la nature la vitesse d'un mouvement acceleré ne peut jamais croître comme ces Ordonnées d'Hiperbole. La Geometrie dans ses speculations generales embrasse également & ce qui est possible, & ce qui est impossible à la Physique, & la Physique se réduit encore du possible à l'actuel, infiniment moins étendu.

M. Varignon ayant en main les formules generales des mouvemens variés quelconques reglés sur les puissances quelconques des Temps soit écoulés, soit à écouler, n'a plus qu'à faire des comparaisons des uns avec les autres, selon toutes les combinaisons qu'on veut imaginer, & il n'est plus question que de calcul, & quelquefois de certaines adresses de calcul, dont il est bon de donner des exemples. Il compare aussi les mouvemens variés avec les uniformes, & en supposant dans un de ses cas particuliers un mouvement varié selon l'hypothêse de Galilée, il trouve aussi-tôt la fameuse Regle de ce grand Auteur, que la vitesse d'un mouvement uniforme étant égale à la derniere vitesse d'un mouvement acceleré, qui a commencé par être infiniment petit, l'espace parcouru en

vertu du mouvement uniforme est double de l'autre. M. Varignon pousse même la curiosité jusqu'à chercher le rapport de ces deux espaces dans plusieurs autres hypothêses des temps, & l'on voit que l'espace parcouru d'un mouvement uniforme étant double de l'autre, lorsque la puissance des temps est 1 selon Galilée, il est triple lorsque cette puissance est 2, quadruple lorsqu'elle est 3, & toûjours ainsi de suite, ce qui a lieu même dans les puissances imparfaites, & dans les negatives, les modifications necessaires y étant apportées.

Comme M. Varignon dans les Memoires imprimés en 1693 avoit déja donné des Regles des Mouvemens accelerés, mais moins generales, il fait voir comment elles rentrent dans cette derniere Theorie, & enfin pour n'y laisser rien à desirer, il donne le moïen d'exprimer les rapports des forces qui seroient necessaires pour produire tous les differens mouvemens variés qu'on peut supposer. Cela retombe encore dans la Theorie des forces centrales, qu'il a si amplement expliquée, & aprés tout ce que nous en avons dit en differens Volumes de cette Histoire, il ne nous reste rien de nouveau à ajoûter pour faire sentir l'esprit de ces Methodes, ni pour en déveloper la Metaphisique.

SUR LA RESISTANCE
DES MILIEUX
AU MOUVEMENT.

Toute la Theorie du précedent Article sur le Mouvement fait abstraction de la Résistance que les Milieux y peuvent apporter. Cependant cette Résistance est telle qu'elle peut ou changer les Mouvemens variés en uniformes, ou du moins les rendre variés d'une autre maniere, & si on la negligeoit dans les Calculs, on cour- V. les M. p. 382.

roit quelquefois risque de se trouver fort éloigné du vrai. Aussi les plus grands Geometres de ces derniers temps ont-ils étudié cette matiere, mais comme elle est plus difficile qu'il ne paroît d'abord, ou ils n'ont pas tout vû, ou même ce qu'ils ont vû, ils ne l'ont pas suivi jusqu'au bout. M. Varignon, selon sa coûtume de remonter toûjours le plus haut qu'il est possible, & d'embrasser delà une étenduë infinie, traite maintenant ce sujet d'une maniere si generale, qu'il renferme dans cette vaste enceinte, non-seulement toutes les idées qui lui sont particulieres, mais encore toutes celles que d'autres ont euës, & peut-être même toutes celles qu'ils pourroient avoir.

Tout mouvement se fait dans un Milieu, dans l'air, dans l'eau, &c. Ce Milieu *résiste* à se laisser diviser & penetrer par le Corps mû, ou, ce qui est la même chose, ce Corps trouve une certaine difficulté à en déplacer les parties. Il s'agit de sçavoir combien sa vitesse est diminuée à chaque instant par cette difficulté ou résistance. Pour le sçavoir, il est clair qu'il faut connoître, 1°. Quelle est à chaque instant la vitesse *primitive* du Corps mû, c'est à dire, celle qu'il auroit par lui-même, si le Milieu ne lui faisoit aucune résistance. 2°. Selon quelle proportion le Milieu résiste. M. Varignon suppose ces deux connoissances données en general, l'une par une *Courbe* quelconque *des Vitesses primitives*, c'est à dire qui represente par ses Ordonnées les Vitesses de tous les instans d'un Mouvement varié quel qu'il soit, l'autre par une *Courbe* quelconque *des Résistances instantanées*, c'est à dire dont les Ordonnées croissent ou décroissent comme font à chaque instant les Résistances du Milieu. Par le moïen de ces deux Courbes, il en faut trouver deux autres, qui representent par leurs Ordonnées, l'une *les Vitesses perduës* à chaque instant, l'autre *les Vitesses qui restent*. Il est bon de remarquer que la résistance de chaque instant étant toûjours égale à la perte de vitesse qu'elle cause, & par consequent la somme des vitesses perduës depuis le commencement du mouvement jusqu'à un instant quelconque,

toûjours égale à la somme des résistances qui ont agi jusqu'à cet instant, la Courbe des Vitesses perduës peut aussi être appellée la *Courbe des Résistances totales*, ou qui ont agi jusque-là.

M. Varignon dispose les deux Courbes données sur un même Axe, & veut, ce qui est tres-naturel, & presque necessaire, que les parties infiniment petites de cet axe representent les instans du mouvement, & soient égales entre elles. Il veut aussi que les deux Courbes qu'il cherche soient disposées sur ce même axe, ce qui est toûjours possible, & par consequent les Abscisses des 4 Courbes, & les Infiniment petits de ces Abscisses seront les mêmes. Reste à trouver les Infiniment petits des Ordonnées des deux Courbes que l'on cherche.

Quoique la Vitesse perduë d'un instant quelconque, & la Vitesse restante qui lui répond, puissent être & soient presque toûjours deux grandeurs tres-differentes, leur infiniment petit est le même, car il est clair que dans un instant quelconque la vitesse perduë, qui necessairement croît toûjours, ne peut croître d'une certaine quantité infiniment petite, que la vitesse restante de ce même instant ne décroisse de la même quantité. Deux Ordonnées correspondantes des deux Courbes cherchées auront donc toûjours le même Infiniment petit, l'une en croissant, l'autre en décroissant; il ne faut plus que sçavoir quel il est. On a les Infiniment petits des Ordonnées d'une Courbe, quand on sçait selon quelle proportion ils croissent ou décroissent, ceux des Abscisses correspondantes étant supposés constans, or ici les Ordonnées connuës de la Courbe des Résistances instantanées croissent ou décroissent en même proportion que les Résistances de chaque instant, c'est à dire que les Infiniment petits des Ordonnées de la Courbe des Vitesses perduës, ou de celle des Vitesses restantes, donc on a ces Infiniment petits avec ceux des Abscisses correspondantes que l'on avoit déja, donc en *intégrant* on a les Ordonnées elles-mêmes, c'est à dire les deux Courbes que l'on cherchoit.

Delà naît à M. Varignon une formule generale, dans laquelle il n'y a qu'à mettre telle Courbe que l'on voudra pour les Vitesses primitives, telle autre que l'on voudra aussi pour les Résistances instantanées, & l'on n'aura plus besoin que de calcul pour avoir celles des Vitesses perduës & des Vitesses restantes.

Comme il faut necessairement descendre de cette immense universalité à quelque chose de moins universel, M. Varignon n'entreprend presentement de considerer que les Mouvemens primitivement uniformes, ce qui change aussi-tôt la Courbe des Vitesses primitives en une simple ligne droite, & réduit tout ce qui doit être donné ou connu à la seule Courbe des Résistances instantanées. C'est sur celle-là qu'il fait beaucoup de suppositions differentes, pour enseigner l'art d'en tirer les deux autres Courbes, ou, ce qui est la même chose, les differens changemens que les Résistances du Milieu differemment reglées apporteroient à un Mouvement qui par lui-même auroit été uniforme. Il est évident qu'un Mouvement de cette nature, qui n'éprouveroit aucune résistance de la part du Milieu, parcourroit un espace infini dans un temps infini.

Si la résistance du Milieu étoit toûjours la même, quelle que fût la vitesse du Corps mû, il seroit impossible que cette vitesse diminuant toûjours, & la résistance ne diminuant point, la résistance ne se trouvât au bout d'un certain temps égale à la vitesse, ou, pour parler plus précisément, à la quantité de mouvement du Corps, & ne l'arrêtât entierement. C'est aussi ce que le Calcul donne toûjours par la formule de M. Varignon, lorsqu'on suppose que la Résistance est constante, ou que la Courbe des Résistances instantanées est une ligne droite. Mais cette hypothêse n'est nullement vrai-semblable. La Résistance se proportionne toûjours à la Vitesse, elle est d'autant plus grande que la vitesse l'est aussi, & en effet nous voïons que quand la vitesse est à un certain degré, un Milieu fluide fait une si grande résistance qu'il tient lieu d'un

appui solide. C'est par ce principe que les Oiseaux volent dans l'air, & que les Poissons nagent dans l'eau. Mais la résistance peut se regler sur la vitesse en differentes manieres; & il y en a trois plus apparentes que toutes les autres.

La résistance peut se regler simplement sur la vitesse, de sorte que si dans le premier instant du mouvement, la résistance est, par exemple, la 10me partie de la vitesse initiale, elle sera encore dans le second instant la 10me partie de la vitesse restante, c'est à dire de la vitesse initiale diminuée d'une 10me partie, elle sera dans le troisiéme instant la 10me partie de la vitesse de cet instant, c'est à dire de la vitesse du second diminuée d'une 10me partie &c.

Mais puisque la résistance du Milieu consiste dans la difficulté que le Corps mû trouve à en déplacer les parties, il paroît qu'elle doit suivre, non la vitesse simplement, mais les quarrés de la vitesse, car le Corps doit avoir d'autant plus de difficulté à déplacer les parties du Milieu qu'il les déplace plus vîte, & plus il les déplace vîte, plus il en déplace une grande quantité à la fois, & dans le même temps, ce qui fait une raison doublée, ou les quarrés de la vitesse.

On peut encore penser qu'outre la résistance qui suit les quarrés de la vitesse, le Milieu en apporte une autre qui vient de la viscosité de ses parties, d'une certaine glu qui les tient comme colées ensemble, & que la plûpart des Physiciens admettent même dans l'eau. La résistance de cette viscosité ne se proportionnera qu'au nombre des parties qu'il faudra détacher, & par consequent à la simple vitesse, car plus le Corps mû ira vîte, plus il trouvera de ces parties à séparer les unes d'avec les autres. Selon cette troisiéme idée qui s'ajoûte à la seconde, la résistance seroit donc exprimée par une somme faite de la vitesse, & de son quarré, & diminuëroit toûjours comme cette somme.

Voilà les trois hypothêses les plus vrai-semblables. La

premiere eſt celle qui l'eſt le moins, & la troiſiéme celle qui l'eſt le plus. M. Varignon les éprouve toutes trois par ſa Coupelle algebrique, ſi l'on peut parler ainſi, c'eſt à dire, qu'il les preſente à ſa formule generale, & voit les conſequences qui en naiſſent. Si la réſiſtance ſuit la viteſſe ſimplement, le Corps qui par ſon mouvement uniforme auroit dû parcourir dans un temps infini un eſpace infini, n'en parcourra qu'un fini, ou, ce qui revient au même, il y aura à une diſtance finie du point où il eſt parti un Terme où il ne pourra jamais arriver dans aucun temps fini, quelque grand qu'il puiſſe être. Si la réſiſtance ſuit les quarrés de la viteſſe, le Corps parcourra dans un temps infini un eſpace infini, ainſi qu'il auroit fait par ſon mouvement uniforme, mais un eſpace infini moindre. Si la réſiſtance ſuit la ſomme de la viteſſe & de ſon quarré, c'eſt la même choſe que dans le premier cas.

Ces conſequences, quoique geometriquement démontrées, n'en ſont pas moins ſurprenantes, ſoit par elles-mêmes, ſoit par la difference qui eſt entre elles, & qui ne paroît guere proportionnée à la difference des ſuppoſitions. La Geometrie rend ces verités ſûres, ſans ſe mettre en peine de les rendre probables, & nous avons crû que pour ne laiſſer rien à deſirer, il ſeroit aſſés à propos d'en faire voir la probabilité, par le moïen d'une certaine Metaphiſique qui éclaire, tandis que la Geometrie convainc.

* p. 49. Nous avons dit dans l'Hiſt. de 1706 * que la ſomme de tous les termes de la Progreſſion harmonique décroiſſante à l'infini, $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ &c. eſt infinie, & que la ſomme de toute Progreſſion geometrique infinie décroiſſante, telle que $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ &c. n'eſt que finie; mais nous n'en avons pas dit la raiſon. Ce n'eſt point parcequ'il y a plus de termes dans la Progreſſion harmonique, que dans la geometrique, qui n'a aucun terme qui ne ſoit dans l'harmonique, & manque de pluſieurs qui y ſont, cette difference n'iroit qu'à rendre les deux ſommes infinies inégales, ce qui eſt poſſible, & celle de la Progreſſion harmonique la

la plus grande. Il faut aller plus loin pour découvrir la veritable cause.

De la divisibilité à l'infini, que je suppose constante & reçûë, il suit necessairement qu'un Tout fini quelconque, un Pied, par exemple, est un composé de fini & d'infini. Ce Pied est fini entant qu'il n'est qu'un Pied, mais il est infini entant qu'il contient une infinité de parties dans lesquelles il est divisible aussi-bien qu'en 12 pouces, & qu'il contient par consequent aussi réellement que ces 12 pouces. Si ces parties dont le nombre est infini sont conçûës séparées les unes des autres, elles feront une *Serie* ou suite infinie, & cependant leur somme ou leur assemblage ne fera qu'un Pied. Il est donc déja tres-possible & tres-naturel, qu'une Serie composée d'un nombre infini de termes, ne fasse qu'une somme finie; seulement il faut n'y mettre que des termes tels, qu'ils puissent tous séparément les uns des autres être parties d'un même tout fini. Or c'est ce qui arrive dans la Serie qu'on appelle Progression geometrique décroissante à l'infini, par exemple, dans $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ &c. Car il est visible que si l'on prend d'abord $\frac{1}{2}$ d'un pied, ensuite $\frac{1}{2}$ de ce qui reste, ou $\frac{1}{4}$ d'un pied, ensuite $\frac{1}{2}$ de ce qui reste encore, ou $\frac{1}{8}$ d'un pied, on procedera à l'infini en prenant toûjours de nouvelles moitiés décroissantes, toutes *distinctes* les unes des autres, & qui toutes ensemble ne feront que le Pied.

Dans cet exemple non seulement on ne prend que des parties qui étoient dans le Tout séparément les unes des autres, mais on prend toutes celles qui y étoient, & delà vient que leur somme refait précisément le Tout. Mais si l'on suivoit cette progression geometrique $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{27}$ &c. c'est à dire que l'on prît d'abord $\frac{1}{3}$ d'un Pied, ensuite sur ce qui resteroit $\frac{1}{9}$ d'un Pied, ensuite sur ce qui resteroit encore $\frac{1}{27}$ d'un Pied &c, il est bien vrai que l'on ne prendroit point de parties qui ne fussent séparément les unes des autres dans le Pied, mais on ne prendroit pas toutes celles qui y seroient, puisqu'on ne prendroit que des tiers qui sont de plus petites parties que des moitiés. Par con-

sequent tous ces tiers décroissans, quoiqu'en nombre infini, ne referoient pas le Tout, & il est démontré qu'ils n'en feroient que la moitié. De même tous les quarts décroissans à l'infini en feroient le tiers, toutes les centiémes parties en feroient la quatre-vingt-dix-neuviéme, de sorte que la somme infinie d'une progression geometrique décroissante, non-seulement est toûjours finie, mais peut être plus petite que quelque grandeur finie que l'on veüille assigner.

Que si une Serie infinie décroissante exprime des parties qui ne puissent pas être dans un Tout séparément les unes des autres, mais telles que pour prendre leurs valeurs, il falût supposer la même quantité prise plusieurs fois dans un même Tout, alors la somme de ces parties doit faire plus que le Tout, & elle fera infiniment plus, c'est à dire que la Serie sera infinie, si la même quantité prise plusieurs fois, l'est une infinité de fois. En suivant la Progression harmonique $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ &c, si l'on prend $\frac{1}{2}$ d'un Pied ou 6 pouces, ensuite 4 pouces, il est clair qu'on ne peut plus prendre $\frac{1}{4}$ de Pied, ou 3 pouces, sans prendre 1 pouce de plus qu'il n'y en a dans le Pied, & par consequent sans prendre une seconde fois un pouce déja pris. Puisque le Tout est déja plus qu'épuisé par les trois premiers termes de la progression, on ne peut plus prendre les termes suivans, sans prendre quelque chose de ce qui a déja été pris, & comme ils sont en nombre infini, il est fort possible que par là une même quantité finie soit repetée un nombre infini de fois, ce qui rendra la somme de la progression infinie.

Je dis seulement qu'*il est possible*, car outre que je ne veux ici que faire voir la possibilité qu'il y a que de deux Series infinies, l'une fasse une somme finie, l'autre une infinie, il est vrai qu'il peut y avoir telle autre Serie, où les premiers termes ayant épuisé le Tout, les suivans, quoiqu'en nombre infini, ne feroient qu'une somme finie. Et en effet dés qu'il est démontré par les progressions geometriques qu'il y a des Series qui font moins que le

Tout, & moins à l'infini, il faut qu'il y en ait qui fassent plus à l'infini, & enfin infiniment plus.

Il n'y a point de Serie de Nombres, qui ne puisse être exprimée par des Lignes qui suivront la même raison, & qui pourront être les Ordonnées d'une Courbe, disposées sur un Axe. Par consequent si les Ordonnées d'une Courbe sont decroissantes & en progression geometrique, elles ne feront toutes ensemble qu'une somme finie, & d'ailleurs l'Axe sera infini, puisque la derniere Ordonnée doit être Zero, & que dans une progression geometrique décroissante Zero ne peut être qu'à une distance infinie de quelque terme que ce soit. La somme des Ordonnées d'une Courbe est la même chose que l'espace curviligne qu'elle renferme, cet espace sera donc fini, quoiqu'étendu à l'infini ainsi que l'axe. On a un exemple de ce Paradoxe dans la Logarithmique, dont les Ordonnées sont en progression geometrique décroissante. Tout le monde sçait que l'espace curviligne de l'Hiperbole entre les Asimptotes est infini aussi bien qu'étendu à l'infini, ce qui est plus naturel, mais aussi les Ordonnées décroissantes de l'Hiperbole ne sont pas en progression geometrique.

Il a été dit dans l'Article précédent * que l'espace parcouru par un Corps étoit toûjours proportionel à la somme de toutes les vitesses qui le lui avoient fait parcourir à chaque instant, ou, ce qui est la même chose, à l'espace curviligne d'une Courbe, dont les Ordonnées representeroient toutes ces vitesses. Il ne faut donc plus pour voir quel seroit l'espace parcouru par un mouvement que retarderoit la résistance du Milieu, que déterminer quelles seroient dans les differentes hypothêses de la résistance, les Courbes des Vitesses restantes à chaque instant, car ce sont ces vitesses qui agissent.

* p. 134. & 135.

Si la résistance suit simplement la vitesse, & qu'elle en soit, par exemple, la 10me partie, on trouvera tres facilement par un simple calcul d'Arithmetique que la vitesse du premier instant étant 1 ou $\frac{10}{10}$, celle du second sera $\frac{9}{10}$,

celle du troisiéme $\frac{81}{100}$, celle du quatriéme $\frac{729}{1000}$ &c. Or $\frac{81}{100}$ est le quarré de $\frac{9}{10}$, $\frac{729}{1000}$ en est le cube &c, & par consequent les vitesses restantes suivront une progression geometrique décroissante, leur Courbe sera une Logarithmique, leur somme sera finie, & l'Axe infini, c'est à dire que l'espace parcouru par le Corps, quoiqu'en un temps infini, ne sera que fini.

Si la résistance suit les quarrés de la vitesse, & que comme dans l'exemple & dans l'hypothêse précédente, elle retranche la 10me partie de la vitesse initiale, les vitesses des deux premiers instans seront donc comme 10 & 9, & les résistances comme 100 & 81, d'où il suit que la résistance qui de 100 devient 81 diminuë plus que la vitesse qui de 10 devient 9, ou, ce qui est la même chose, de 100, 90. Dans l'hypothêse précédente, la résistance toûjours proportionelle à la vitesse faisoit que les vitesses restantes étoient en progression geometrique, ici elles n'y doivent plus être, puisque la résistance diminuë selon une plus grande proportion que la vitesse. Les vitesses restantes doivent en même-temps être ici plus grandes qu'elles n'étoient, car elles sont moins diminuées par une moindre résistance, & par consequent il n'est pas étonnant qu'elles fassent une somme infinie, & soient representées par les Ordonnées d'une Hiperbole, qui forment l'espace Asimptotique infini, aussi-bien qu'étendu à l'infini. Le Corps mû parcourra donc par sa vitesse toûjours décroissante un espace infini dans un temps infini, ainsi qu'il auroit fait par son mouvement uniforme, mais l'un de ces espaces infinis sera moindre que l'autre, en même raison que l'espace Asimptotique infini pris depuis une Ordonnée qui representera la vitesse initiale, est moindre que le rectangle fait de cette Ordonnée & de l'Axe infini.

Si la résistance suit la somme de la vitesse, & de son quarré, c'est à dire, si, par exemple, les vitesses des deux premiers instans sont comme 10 & 9, & les résistances comme 110 & 90, ou 11 & 9, il est visible que la résistance diminuëra plus que la vitesse, aussi bien que dans la

seconde hypothêse, mais qu'elle ne diminuëra pas selon une si grande proportion, car le rapport de 100 à 81 est plus grand que celui de 11 à 9. Les vitesses restantes diminuées par une plus grande résistance seront donc moindres, & cela fait entrevoir la possibilité que leur Serie infinie ne fasse qu'une somme finie. Il se trouve en effet par le calcul qu'elles en font une, quoiqu'elles ne soient pas en progression geometrique, & delà il suit que le Corps mû ne parcourt en un temps infini qu'un espace fini.

Dans ces trois hypothêses le mouvement ne s'éteint par la résistance du Milieu qu'au bout d'un temps infini, ou, ce qui est la même chose, ne s'éteint point, & par-là il paroît qu'aucune des trois n'est parfaitement conforme à la Nature, car quel est le mouvement qui au bout d'un certain temps ne s'amortisse tout à fait dans un Milieu qui lui résiste toûjours ? Sur cela, on pourroit penser qu'un mouvement d'une certaine lenteur est phisiquement nul, quoiqu'il subsiste geometriquement, de même qu'en divisant une Ligne quelconque en moitiés décroissantes on n'arriveroit jamais geometriquement à son extrémité, quoiqu'on y fût arrivé sensiblement & phisiquement, dés qu'il ne resteroit plus que des parties d'une certaine petitesse. Si l'on veut appliquer cette idée au sujet dont il s'agit ici, l'erreur geometrique sera phisiquement plus insensible, lorsque dans un temps infini l'espace sera fini, que lorsqu'il sera infini, car dans ce second cas le Mobile n'a point de terme où il se doive arrêter, au lieu que dans le premier il en a un où, à la verité, il ne doit jamais arriver, mais dont il doit s'approcher toûjours; or quand il s'en sera approché jusqu'à un certain point, il y sera phisiquement arrivé, & cessera sensiblement de se mouvoir. La premiere & la troisiéme hypothêse produisent également cette consequence, mais puisque la troisiéme est d'ailleurs la plus vrai-semblable des trois, elle doit encore par cette raison avoir une entiere préference.

Ce n'est pas qu'elles soient les seules qu'on puisse imaginer, on en trouvera une infinité d'autres en reglant la résistance sur la raison directe ou renversée des puissances parfaites ou imparfaites de la vitesse, mais ces hypothêses seront plutôt geometriques que phisiques, c'est à dire, propres à faire naître des Courbes singulieres, ou à fournir des exemples des finesses du Calcul, & non-pas conformes à ce que nous connoissons de la Nature. Cependant sur ces hypothêses geometriques, il y a deux remarques à faire.

1°. Elles se trouvent quelquefois les mêmes que d'autres hypothêses tres-phisiques. Ainsi supposer la résistance du Milieu constante, quelle que soit la vitesse du Corps mû, c'est la même chose que supposer qu'un Corps se meut dans un milieu qui ne résiste point, & qu'il y a une force constante qui s'oppose à son mouvement. Or c'est ce qui arrive selon l'hypothêse ordinaire de la Pesanteur, lorsqu'un Corps est jetté de bas en haut. Aussi tout ce qui s'ensuit du Sistême de Galilée pour un Corps jetté de bas en haut, s'ensuit pareillement pour un Corps mû dans un Milieu dont la résistance seroit constante; dans l'un & l'autre cas, la vitesse s'éteint en un temps fini, l'espace parcouru jusqu'à l'extinction de la vitesse n'est que la moitié de celui qui l'auroit été sans la résistance du Milieu, ou sans la Pesanteur &c. On voit par-là que ces hypothêses purement geometriques ne sont pas toûjours si peu phisiques ou si inutiles qu'elles le paroissent d'abord, & qu'en prenant la route d'une speculation qui peut sembler vaine, on se retrouve dans des verités d'usage.

2°. Toutes les connoissances que nous avons du mouvement par la Physique, nous persuadent que dans un Milieu qui résiste il doit absolument s'éteindre au bout d'un certain temps, cependant cette extinction absoluë n'arrive dans aucune des hypothêses que nous appellons physiques, & elle ne se trouve que dans quelques-unes des geometriques, par exemple, dans celles où la résistance suivroit la raison renversée des puissances quelcon-

ques de la viteſſe, car il eſt clair que ſi la viteſſe eſt éteinte au bout d'un cértain temps par une réſiſtance constante, à plus forte raiſon le ſeroit-elle par une réſiſtance qui croîtroit à meſure que la viteſſe diminuëroit, & qui croîtroit même ſelon une plus grande raiſon que la viteſſe ne diminuëroit.

Juſqu'ici nous n'avons reglé la réſiſtance que ſur la viteſſe, & c'eſt en effet la ſeule idée qui ſoit naturelle, mais M. Varignon fait voir par beaucoup d'autres hypothêſes purement geometriques l'uſage immenſe de ſa Theorie univerſelle. Il ſuppoſe, par exemple, que la réſiſtance ſuive ou les temps écoulés, ou ceux qui ſe doivent écouler juſqu'à la fin du mouvement, ou les eſpaces parcourus, ou ceux qui reſtent à parcourir, ou les arcs de la Courbe des Viteſſes reſtantes correſpondans aux eſpaces parcourus, ou les arcs de cette même Courbe correſpondans aux eſpaces qui reſtent à parcourir &c. & tout cela fournit une ample moiſſon de Geometrie.

Les deux Remarques qui viennent d'être faites ſur les hypothêſes purement geometriques où la réſiſtance ſe regle ſur la viteſſe, ont encore lieu à l'égard de celles-ci. Quand on ſuppoſe, par exemple, que les réſiſtances ſont en raiſon des eſpaces qui reſtent à parcourir juſqu'à l'entiere extinction des viteſſes, cette hypothêſe ſi biſarre en apparence eſt la même que cette autre ſi ſimple & ſi naturelle, que les réſiſtances ſont en raiſon des viteſſes. Il en va de même de quelques autres hypothêſes, qui ſe preſentent, pour ainſi dire, ſous une figure monſtrueuſe, & ſe démaſquent par la Methode de M. Varignon. Quelques unes produiſent auſſi l'extinction abſoluë de la viteſſe, & n'ont rien d'ailleurs de conforme à la Phyſique, & il ſemble qu'il y ait à cela quelque eſpece de fatalité.

SUR LES MINES.

V. les M. p. 526.

* p. 9. & suiv.

IL a déja été dit dans l'Hist. de 1702 * que le ressort de l'Air est le principe des plus surprenans effets de la Poudre à canon. M. Chevalier ayant à traiter des Mines, a suivi la même idée, mais en la fortifiant par des preuves nouvelles, & en lui donnant une plus grande étenduë, qui devient elle-même une espece de preuve. Il a même calculé la force de la poudre pour enlever des poids, par exemple, les Terres qu'on fait sauter quand des Mines joüent, mais nous ne nous y arrêterons pas, parceque tout cela n'a nul besoin d'éclaircissement. Nous marquerons seulement que les principes de ce calcul sont d'un côté, la quantité d'air qui doit être dans une certaine quantité de poudre, soit répandu entre les grains, soit intimement mêlé dans leur substance propre, le poids que l'air est capable de soûtenir dans son état moïen, l'augmentation d'un tiers que reçoit la force de son ressort par la chaleur de l'eau boüillante, l'augmentation au moins cent fois plus grande qu'il doit recevoir par la chaleur du feu; de l'autre côté, tout ce qui se perd de cette force, soit parcequ'elle n'est pas simplement emploïée à enlever un poids, mais à l'enlever avec une certaine vitesse, & de plus à rompre la liaison des parties qu'il faut necessairement qu'elle sépare, & de plus encore fort souvent à comprimer & à fouler inutilement des Terres qu'elle ne peut enlever aux côtés & au fond de la Mine, soit parcequ'une partie de l'effort de la poudre se dissipe par le canal qui porte le feu, soit parcequ'elle a encore à surmonter la pesanteur de toute la Colonne correspondante de l'Atmosphere, & à lui imprimer une grande vitesse &c.

Quand une Mine est chargée d'une trop grande quantité de poudre, les terres sautent au loin avec violence, & il reste un grand trou, dont assés souvent les Ennemis peuvent

peuvent ſe ſervir, en y faiſant un logement. Il faut remarquer que ce trou eſt cilindrique, ou en forme de Puits. Mais quand la Mine eſt chargée à propos, les terres qui ne ſautent pas ſi loin, retombent dans le trou qu'elle a fait, & par-là le rendent inutile aux Ennemis. Il a la forme d'un Cone, dont le ſommet ſeroit au centre de la Mine, & l'on ſçait par experience que la proportion la plus avantageuſe que puiſſe avoir ce Cone, pour recevoir toutes les terres qui retombent, eſt que ſa hauteur ſoit égale au rayon de ſa baſe.

Si l'on demande d'où vient en ces deux cas la difference des figures, voici ce qui ſe peut imaginer. Je ſuppoſe pour plus de ſimplicité une Mine cubique dont il n'y ait que la face ſuperieure qui puiſſe être enlevée, les cinq autres étant inébranlables. Cette face ſuperieure eſt appuïée ſur les quatre laterales, & quand la poudre en commençant à s'enflamer viendra à faire contre elle ſon premier effort, elle le ſera plus grand, ou plutôt avec plus d'avantage, vers le milieu que par tout ailleurs, parceque la diſtance des appuis y eſt plus grande, ou les bras de Levier plus longs. Je veux que la poudre ſoit en aſſés petite quantité & encore aſſés peu enflamée, pour ne pouvoir ébranler la face ſuperieure ſans le ſecours qu'elle tire de la longueur du bras du levier par lequel elle agit. Il y aura donc à ce milieu un petit cercle qui commencera à s'ébranler. Dans le ſecond inſtant, la poudre continuant à s'enflamer, & acquerant plus de force, ébranlera un cercle ſuperieur & contigu au premier & plus grand, parcequ'elle n'aura pas beſoin pour agir d'un ſi long bras de levier, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce que toute la poudre ſe ſoit enflamée, ou ait acquis ſa plus grande force, les cercles iront toûjours en croiſſant, & le plus grand de tous ſera à la ſurface de la Terre, ce qui produit neceſſairement la figure Conique du trou. Mais ſi la quantité de la poudre dont la Mine eſt chargée, eſt plus grande, elle aura aſſés de force pour agir indépendamment du bras de levier, elle ébranlera & enlevera dés

son premier effort toute la face superieure de la Mine, horsmis peut-être les angles, & par consequent tout ce qui sera au-dessus de cette face & aura la même étenduë. Delà vient le trou Cilindrique.

Comme il est à propos que les terres retombent dans le trou, il faut faire ensorte qu'il soit d'une figure Conique, & de la plus parfaite qu'il se puisse par rapport à cet effet, c'est à dire qu'il ne faut charger la Mine que d'une certaine quantité de poudre assés juste. Pour cela, la methode de M. Chevalier est de chercher par les regles ordinaires le poids d'un Cone de terre, tel que sa hauteur fût égale au rayon de sa base, aprés quoi l'on trouve la quantité de poudre necessaire pour l'enlever; mais comme cette quantité varie selon les differentes terres, qu'il faut plus de poudre, par exemple, pour enlever de vieille maçonnerie bien liée, ou même de l'Argille, que de la terre remuée, M. le Maréchal de Vauban avoit fait sur cela des experiences fondamentales, que M. Chevalier rapporte, & qui donnent tout ce qu'on peut desirer pour égaler à un Cone de quelque terre que ce soit la quantité de poudre dont on aura besoin. Déterminer une Mine à faire un trou Conique, & non-pas Cilindrique, & Conique dans une certaine proportion de la hauteur au rayon de la base, auroit peut-être paru du premier coup d'œil un Problême assés bisarre.

MOnsieur des Billettes a continué la Description de l'Art du Doreur de Livres commencée l'année précedente, il y a ajoûté celle de l'Art du Bateur d'or, & ensuite la maniere de faire le Sucre.

M. Jaugeon a donné la Description de l'Art de faire la Soye.

NOus renvoyons aux Memoires

V. les M. p. 188. Une Machine de M. de la Hire pour retenir la

Rouë qui sert à élever un Mouton dans de grands Ouvrages.

Les Experiences de M. Parent sur la Résistance des Bois de Chêne & de Sapin. V. les M. p. 512.

Une nouvelle construction des Pertuis par M. de la Hire. V. les M. p. 549.

MACHINES OU INVENTIONS

APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE DES SCIENCES PENDANT L'ANNÉE 1707.

I.

UNe espece de Moulin de l'invention de M. du Guet, placé aux côtés d'un Navire, pour faire joüer, par le mouvement que l'eau a par rapport au Vaisseau, plusieurs Pompes capables de tirer beaucoup d'eau, qui épargneront à l'Equipage la peine de pomper. On a trouvé que cette proposition étoit vraïe dans la speculation, qu'elle pouvoit être executée utilement en plusieurs rencontres, & que dans d'autres il pourroit y avoir des difficultés, surquoi il seroit bon de consulter Messieurs de la Marine.

II.

Une Chaise à Porteurs, inventée par M. l'Abbé Wilin, où la Mechanique est ingenieusement appliquée, pour faire que la Chaise, soit en montant, soit en descendant un Escalier, prenne telle situation, droite ou panchée, que voudra la personne qui sera dedans.

III.

Une Machine pour remonter des Bateaux, inventée par M. Lavier, qui a paru fort bien entenduë, & nouvelle, quoiqu'il emploïe des especes de Crocs qui s'appuïent contre le fond de la Riviere ; ce qui a déja été proposé par plusieurs autres. Il a paru encore que le mouvement

seroit lent, & que les frotemens, & le choc de l'eau qu'il faudroit surmonter, feroient perdre une partie de la force des Hommes, qui feroient mouvoir la Machine.

IV.

Une Machine de M. de la Garouste pour faire mouvoir quatre Moulins à blé tout à la fois, qui n'a paru qu'une application industrieuse de son Levier, qui travaille en allant & venant, & du reste ne doit donner aucun avantage.

V.

Le Parasol ou Parapluïe de M. Marius, dont il a été parlé dans l'Hist. de 1705 * perfectionné par son Inventeur, aussi grand, aussi solide, & aussi aisé à tendre que ceux qui sont en usage, & cependant n'ayant, lorsqu'il est plié, qu'un demi pié de long, & un pouce & demi de diametre, & ne pesant qu'environ quatre onces.

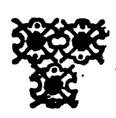
* p. 138.

VI.

Une Tente d'Armée à Pavillon du même Inventeur, plus parfaite aussi que celle dont il a été parlé au même endroit de l'Hist. de 1705. Elle est plus ferme que les autres, & étant faite de Coutil, & ayant 10 pieds en quarré, elle se peut replier en un volume de 5 piés ½ de long, & de demi-pié de diametre, & ne pese qu'environ 40 liv. Un seul homme peut la tendre, & la porter toute tenduë d'un lieu à un autre. Le grand vent aide à la tendre, loin d'y nuire. Il se forme une espece de grenier dans le haut.

VII.

Une Epée de M. de la Chaumette, qui sert de Bayonnette au bout du Fusil, & d'Esponton au bout de la Canne, par un anneau au pommeau, & une écrouë à la garde.



ELOGE

DE M. REGIS.

PIERRE SILVAIN REGIS nâquit en 1632 à la Salvetat de Blanquefort dans le Comté d'Agenois. Son Pere vivoit noblement, & étoit assés riche, mais il eut beaucoup d'Enfans, & M. Regis qui étoit un des cadets se trouva avec peu de bien.

Aprés avoir fait avec éclat ses Humanités & sa Philosophie chés les Jesuites à Cahors, il étudia en Theologie dans l'Université de cette Ville, parcequ'il étoit destiné à l'Etat Ecclesiastique, & il se rendit si habile en 4 ans que le Corps de l'Université le sollicitant de prendre le Bonnet de Docteur, lui offrit d'en faire tous les frais. Mais il ne s'en crut pas digne, qu'il n'eût étudié en Sorbonne à Paris. Il y vint, mais s'étant dégoûté de la longueur excessive de ce que dictoit un celebre Professeur sur la seule question de l'heure de l'institution de l'Eucharistie, & ayant été frapé de la Philosophie Cartesienne qu'il commença à connoître par les Conferences de M. Rohaut, il s'attacha entierement à cette Philosophie, dont le charme, indépendamment même de la nouveauté, ne pouvoit manquer de se faire sentir à un esprit tel que le sien. Il n'avoit plus que 4 ou 5 mois à demeurer à Paris, & il se hâta de s'instruire sous M. Rohaut, qui de son côté, zelé pour sa doctrine, donna tous ses soins à un Disciple qu'il croïoit propre à la répandre.

M. Regis étant parti de Paris avec une espece de mission de son Maître, alla établir la nouvelle Philosophie à Toulouse par des Conferences publiques qu'il commença d'y tenir en 1665. Il avoit une facilité agréable de parler, & le don d'amener les matieres abstraites à la portée

de ses Auditeurs. Bien-tôt toute la Ville fut remuée par le nouveau Philosophe, Sçavans, Magistrats, Ecclesiastiques, tout accourut pour l'entendre, les Dames même faisoient partie de la foule, & si quelqu'un pouvoit partager avec lui la gloire de ce grand succés, ce n'étoit du moins que l'illustre Descartes, dont il annonçoit les découvertes. On soûtint une These de pur Cartesianisme en François, dédiée à une des premieres Dames de Toulouse, que M. Regis avoit renduë fort habile Cartesienne, & il présida à cette These. On n'y disputa qu'en François, la Dame elle-même y résolut plusieurs difficultés considerables, & il semble qu'on affectât par toutes ces circonstances de faire une abjuration plus parfaite de l'ancienne Philosophie. Mrs de Toulouse, touchés des instructions & des lumieres que M. Regis leur avoit apportées, lui firent une pension sur leur Hôtel de Ville, évenement presque incroïable dans nos mœurs, & qui semble appartenir à l'ancienne Grece.

M. le Marquis de Vardes, alors exilé en Languedoc, étant venu à Toulouse, y connut aussi-tôt M. Regis, & l'obtint de la Ville avec quelque peine pour l'emmener avec lui dans son Gouvernement d'Aigues-mortes. Là, il se l'attacha entierement par l'estime, par l'amitié, & par le merite qu'il lui fit voir, &, ce qui est à la gloire de l'un & de l'autre, il n'eut pas besoin de se l'attacher par d'autres moïens, qui passent ordinairement pour plus efficaces. Il tâcha de s'occuper avec lui, ou plutôt de s'amuser de la Philosophie Cartesienne, & comme il avoit brillé par l'esprit dans une Cour tres-délicate, peut-être le Philosophe ne profita-t-il pas moins du commerce du Courtisan, que le Courtisan de celui du Philosophe. L'un de ces deux differens caracteres est ordinairement composé de tout ce qui manque à l'autre.

M. de Vardes alla à Montpellier en 1671, & M. Regis qui l'y accompagna y fit des Conferences avec le même applaudissement qu'à Toulouse. Mais enfin tous les grands talens doivent se rendre dans la Capitale, M. Regis y vint

en 1680, & commença à tenir de semblables Conferences chés M. Lémery, membre aujourd'hui de cette Academie. Le concours du monde y fut si grand, qu'une maison de particulier en étoit incommodée, on venoit s'y assurer d'une place long-temps avant l'heure marquée pour l'ouverture, & peut-être la severité de cette Histoire ne me défend-elle pas de remarquer qu'on y voïoit tous les jours le plus agréable Acteur du Theatre Italien, qui hors delà cachoit sous un Masque & sous un badinage inimitable l'esprit serieux d'un Philosophe.

Il ne faut pas trop réüssir; les Conferences avoient un éclat qui leur devint funeste. Feu M. l'Archevêque de Paris, par déference pour l'ancienne Philosophie, donna à M. Regis un ordre de les suspendre, déguisé sous la forme de conseil ou de priere, & envelopé de beaucoup de loüanges. Ainsi le Public fut privé de ces Assemblées au bout de 6 mois, & au milieu de son goût le plus vif, & l'on ne fit peut-être, sans en avoir l'intention, que prévenir son inconstance, & augmenter son estime pour ce qu'il perdoit.

M. Regis plus libre ne songea plus qu'à faire imprimer un Sistême general de Philosophie, qu'il avoit composé, & qui étoit le principal sujet de son voyage à Paris. Mais cette impression fut traversée aussi pendant 10 ans. Enfin à force de temps & de raison toutes les oppositions furent surmontées, & l'Ouvrage parut en 1690 sous ce titre, *Sistême de Philosophie contenant la Logique, la Metaphisique, la Phisique, & la Morale*, en 3 Volumes in 4°.

L'avantage d'un Sistême general, est qu'il donne un spectacle plus pompeux à l'Esprit, qui aime toûjours à voir d'un lieu plus élevé, & à découvrir une plus grande étenduë. Mais d'un autre côté c'est un mal sans remede que les objets vûs de plus loin & en plus grand nombre le sont aussi plus confusément. Differentes parties sont liées pour la composition d'un Tout, & fortifiées mutuellement par cette union, mais chacune en particulier est traitée avec moins de soin, & souffre de ce qu'elle est

partie d'un Siſtême general. Une ſeule matiere particuliere bien éclaircie ſatisferoit peut-être autant, ſans compter que dés-là qu'elle ſeroit bien éclaircie, elle deviendroit toûjours aſſés generale. Si l'on conſidere la gloire de l'Auteur, il ne reſte guere à qui entreprend un pareil ouvrage, que celle d'une compilation judicieuſe, & quoiqu'il puiſſe, comme M. Regis, y ajoûter pluſieurs idées nouvelles, le Public n'eſt guere ſoigneux de les démêler d'avec les autres.

Engagé comme il l'étoit à défendre la Philoſophie Carteſienne, il répondit en 1691 au Livre intitulé, *Cenſura Philoſophiæ Carteſianæ*, ſorti d'une des plus ſçavantes mains de l'Europe, & feu M. Bayle, tres-fin Connoiſſeur, ayant vû cette Réponſe jugea qu'elle devoit ſervir de modele à tout ce qu'on en feroit à l'avenir pour la même cauſe. L'année ſuivante M. Regis ſe défendit lui-même contre un habile Profeſſeur de Philoſophie, qui avoit attaqué ſon Siſtême general. Ces deux Réponſes qu'il ſe crut obligé de donner en peu de temps, & une augmentation de plus d'un tiers qu'il avoit faite immediatement auparavant à ſon Siſtême dans le temps même qu'on l'imprimoit, lui causerent des infirmités qui n'ont fait qu'augmenter toûjours dans la ſuite. La Philoſophie elle-même a ſes paſſions & ſes excés, qui ne demeurent pas impunis.

M. Regis eut à ſoûtenir encore de plus grandes conteſtations. Il avoit attaqué dans ſa Phiſique l'explication que le P. Mallebranche avoit donnée dans ſa Recherche de la Verité de ce que la Lune paroît plus grande à l'Horizon qu'au Meridien. Ils écrivirent de part & d'autre, & la queſtion principale ſe réduiſit entre eux à ſçavoir, ſi la grandeur apparente d'un objet dépendoit uniquement de la grandeur de ſon image tracée ſur la Retine, ou de la grandeur de ſon image, & du jugement naturel que l'Ame porte de ſon éloignement, de ſorte que, tout le reſte étant égal, elle le dût voir d'autant plus grand, qu'elle le jugeroit plus éloigné. M. Regis avoit pris le premier

premier parti, le P. Mallebranche le second, & ce dernier soûtenoit qu'un Géant 6 fois plus haut qu'un Nain, & placé à 12 pieds de distance, ne laissoit pas de paroître plus haut que le Nain placé à 2 pieds, malgré l'égalité des images qu'ils formoient dans l'œil, & cela, parce-qu'on voïoit le Géant comme plus éloigné, à cause de l'interposition de differens objets. Il nioit même à M. Regis que l'image de la Lune à l'Horizon fût augmentée par les refractions, du moins de la maniere dont elle auroit dû l'être pour ce phenomene, & il ajoûtoit differentes experiences par lesquelles la Lune cessoit de paroître plus grande dés qu'elle étoit vûë de façon qu'on ne la jugeât pas plus éloignée. M. Regis cependant défendit toûjours son opinion, & comme les Ecrits, selon la coûtume de toutes les disputes, se multiplioient assés inutilement, le P. Mallebranche se crut en droit de terminer la question par la voïe de l'autorité, mais d'une autorité telle qu'on la pouvoit emploïer en matiere de Science. Il prit une Attestation de 4 Geometres des plus fameux, qui déclarerent que *les preuves qu'il apportoit de son sentiment étoient démonstratives, & clairement déduites des veritables principes de l'Optique*. Ces Geometres étoient feu M. le Marquis de l'Hôpital, M. l'Abbé Catelan, M. Sauveur, & M. Varignon. M. Regis fit en cette occasion ce que lui inspira un premier mouvement de la nature, il tâcha de trouver des reproches contre chacun d'eux. Le Journal des Sçavans de l'an 1694 fut le Theatre de cette guerre.

Il le fut encore, du moins en partie, d'une autre guerre entre les mêmes Adversaires. M. Regis dans sa Metaphisique avoit souvent attaqué celle du P. Mallebranche. Une de leurs principales contestations roula sur la nature des Idées, sur leur cause ou efficiente, ou exemplaire, matiere si sublime & si abstraite, que s'il n'est pas permis à l'Esprit humain d'y trouver une entiere certitude, ce sera pour lui une assés grande gloire d'avoir pû y parvenir à des doutes fondés & raisonnés. Les deux Metaphi-

ficiens agiterent encore, *si le plaisir nous rend actuellement heureux*, & se partagerent aussi sur cette question, qui paroît moins metaphisique. Comme les Ouvrages du P. Mallebranche lui avoient fait plusieurs Disciples habiles & zelés, quelques-uns écrivirent aussi contre M. Regis, qui se contenta d'avoir paru sur la lice avec leur Maître.

L'inclination qu'il avoit toûjours conservée pour la Theologie, & l'amour de la Religion, lui inspirerent ensuite une autre entreprise, déja tentée plusieurs fois par de grands Hommes, digne de tous leurs efforts, & de leur plus sage ambition, & plus necessaire que jamais dans un Siécle aussi éclairé que celui-ci. Il la finit en 1704, malgré ses infirmités continuelles, & publia un Livre in 4° sous ce titre, *L'Usage de la Raison & de la Foi, ou l'Accord de la Foi & de la Raison*. Il le dédia à M. l'Abbé Bignon, à qui il dit dans son Epitre, *qu'il ne pouvoit citer les Ennemis ou de la Raison ou de la Foi devant un Juge à qui les droits de l'une & de l'autre fussent mieux connus, & que si on le recusoit, ce ne seroit que parcequ'il s'étoit trop déclaré pour toutes les deux*. La maniere dont il parvient à cet Accord si difficile est celle qu'emploïeroit un Arbitre éclairé à l'égard de deux Freres, entre lesquels il voudroit étouffer toutes les semences de division. M. Regis fait un partage si net entre la Raison & la Foi, & assigne à chacune des objets & des emplois si séparés, qu'elles ne peuvent plus avoir, pour ainsi dire, aucune occasion de se broüiller. La Raison conduit l'Homme jusqu'à une entiere conviction des preuves historiques de la Religion Chrétienne, aprés quoi elle le livre & l'abandonne à une autre lumiere, non-pas contraire, mais toute differente, & infiniment superieure. L'éloignement où M. Regis tient la Raison & la Foi ne leur permet pas de se réünir dans des Sistêmes qui accommodent les idées de quelque Philosophe dominant à la Revelation, ou quelquefois même la Revelation à ces idées. Il ne veut point que ni Platon, ni Aristote, ni Descartes même appuïent l'Evangile, il paroît croire que tous les Sistêmes philosophiques ne sont

que des modes, & il ne faut point que des verités éternelles s'allient avec des opinions passageres, dont la ruïne leur doit être indifferente. On doit s'en tenir à la majestueuse simplicité des Conciles, qui décident toûjours le Dogme divin, sans y mêler des explications humaines. Tel est l'esprit general de l'Ouvrage, du moins par rapport au titre, car M. Regis y fait entrer une Theorie des Facultés de l'Homme, de l'Entendement, de la Volonté &c. plus ample qu'il n'étoit absolument necessaire. Il lui a donné même pour conclusion un Traité de l'Amour de Dieu, parceque cette matiere, qui, si l'on vouloit, seroit fort simple, venoit d'être agitée par de grands Hommes avec beaucoup de subtilité. Enfin il a joint à tout le Livre une refutation du Sistême de Spinosa. Il a été réduit à en développer les obscurités, necessaires pour couvrir l'erreur, mais heureusement peu propres pour la seduction.

C'est par-là qu'il a fini sa carriere sçavante. Ses infirmités qui devinrent plus continuës & plus douloureuses, ne lui permirent plus le travail. La maniere dont il les soûtint pendant plusieurs années fut un exemple du plus noble & du plus difficile usage que l'on puisse faire de la Raison & de la Foi tout ensemble. Il mourut le 11 Janvier de cette année chés M. le Duc de Rohan, qui lui avoit donné un appartement dans son Hôtel, outre la pension qu'il avoit été chargé de lui payer par le Testament de M. le Marquis de Vardes son Beau-pere.

Il étoit entré dans l'Academie en 1699, lorsqu'elle se renouvella, mais à cause de ses maladies il ne fit presque aucune fonction Academique, seulement son nom servit à orner une Liste où le Public eût été surpris de ne le pas trouver.

Il avoit eu toute sa vie beaucoup de commerce avec des personnes du premier rang. Feu M. l'Archevêque de Paris, en lui défendant les Assemblées, l'avoit engagé à le venir voir à de certains temps marqués pour l'entretenir sur les mêmes matieres, & peut-être la gloire de M.

Regis augmentoit-elle de ce qu'un Prélat si éclairé prenoit la place du Public. Feu M. le Prince, dont le genie embrassoit tout, l'envoyoit chercher souvent, & il a dit plusieurs fois qu'il ne pouvoit s'empêcher de prendre pour vrai ce qui lui étoit expliqué si nettement.

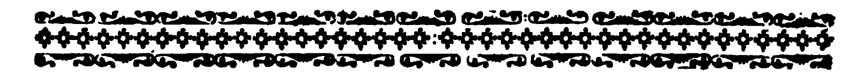
Sa réputation alla même jusque dans les Païs étrangers lui faire des amis élevés aux plus grandes places. Tel étoit M. le Duc d'Escalone, Grand d'Espagne, aujourd'hui Vice roi de Naples. Ce Seigneur, plus curieux & plus touché des Sciences que ne l'est jusqu'ici le reste de sa Nation, avoit pris pour lui une estime singuliere sur son Sistême general qu'il avoit étudié avec beaucoup de soin, & quand à la Journée du Ter * où il commandoit l'Armée Espagnole ses Equipages furent pris par l'Armée victorieuse de M. le Maréchal de Noailles, il ne lui envoya redemander que les Commentaires de Cesar, & le Livre de M. Regis, qui étoient dans sa Cassette. M. le Comte de Sant-Estevan de Gormas son fils étant venu en France en 1706, il alla voir le Philosophe par ordre de son pere, & aprés la premiere visite, ce ne fut plus par obéïssance qu'il lui en rendit. M. le Duc d'Albe, Ambassadeur de S. M. Catholique, lui a fait le même honneur à la priere de M. le Vice-roi de Naples.

* En 1694.

Les mœurs de M. Regis étoient telles que l'étude de la Philosophie les peut former, quand elle ne trouve pas trop de résistance du côté de la nature. Les occasions qu'il a eües par rapport à la fortune lui ont été aussi peu utiles qu'elles le devoient être, une grande estime & une amitié fort vive que le feu P. Ferrier Confesseur du Roi avoit prises pour lui à Toulouse pendant ses Conferences, ne lui valurent qu'une tres-modique pension sur la Preceptoriale d'Aigues-mortes. Quoiqu'il fût accoûtumé à instruire, sa conversation n'en étoit pas plus imperieuse, mais elle étoit plus facile & plus simple, parcequ'il étoit accoûtumé à se proportionner à tout le monde. Son sçavoir ne l'avoit pas rendu dédaigneux pour les Ignorans, & en effet on l'est ordinairement d'autant moins à leur

égard, que l'on ſçait davantage, car on en ſçait mieux combien on leur reſſemble encore.

La place qu'il avoit de Geometre Aſſocié a été remplie par M. Chevalier, auparavant Eleve de M. l'Abbé Galois.



ELOGE

DE M. LE MARECHAL DE VAUBAN.

SEBASTIEN LE PRESTRE, Chevalier, Seigneur de Vauban, Baſoches, Pierre-pertuis, Poüilly, Cervon, la Chaume, Epiry, le Creuſet, & autres lieux, Maréchal de France, Chevalier des Ordres du Roi, Commiſſaire general des Fortifications, Grand-Croix de l'Ordre de S. Loüis, & Gouverneur de la Citadelle de l'Iſle, nâquit le 1[er] jour de Mai 1633 d'Urbain le Prêtre, & d'Aimée de Carmagnol. Sa famille eſt d'une bonne nobleſſe du Nivernois, & elle poſſede la Seigneurie de Vauban depuis plus de 250 ans.

Son Pere, qui n'étoit qu'un Cadet, & qui de plus s'étoit ruïné dans le ſervice, ne lui laiſſa qu'une bonne éducation, & un Mouſquet. A l'âge de 17 ans, c'eſt à dire en 1651, il entra dans le Regiment de Condé, Compagnie d'Arcenai. Alors feu M. le Prince étoit dans le parti des Eſpagnols.

Les premieres Places fortifiées qu'il vit le firent Ingenieur, par l'envie qu'elles lui donnerent de le devenir. Il ſe mit à étudier avec ardeur la Geometrie, & principalement la Trigonometrie, & le Toiſé, & dés l'an 1652 il fut emploïé aux Fortifications de Clermont en Lorraine. La même année il ſervit au premier Siége de Sainte Menehout, où il fit quelques logemens, & paſſa une Riviere à nage ſous le feu des Ennemis pendant l'aſſaut, action qui

lui attira de ses Superieurs beaucoup de loüanges & de caresses.

En 1653 il fut pris par un parti François. M. le Cardinal Mazarin le crut digne dés-lors qu'il tâchât de l'engager au service du Roi, & il n'eut pas de peine à réüssir avec un Homme, né le plus fidelle sujet du monde. En cette même année, M. de Vauban servit d'Ingenieur en second sous le Chevalier de Clerville au second Siége de Sainte Menehout, qui fut reprise par le Roi, & ensuite il fut chargé du soin de faire réparer les Fortifications de la Place.

Dans les années suivantes, il fit les fonctions d'Ingenieur aux Siéges de Stenai, de Clermont, de Landrecy, de Condé, de S. Guilain, de Valenciennes. Il fut dangereusement blessé à Stenai, & à Valenciennes, & n'en servit presque pas moins. Il reçût encore trois blessures au Siége de Montmedi en 1657, & comme la Gazette en parla, on apprit dans son Païs ce qu'il étoit devenu, car depuis 6 ans qu'il en étoit parti, il n'y étoit point retourné, & n'y avoit écrit à personne, & ce fut-là la seule maniere dont il y donna de ses nouvelles.

M. le Maréchal de la Ferté, sous qui il servoit alors, & qui l'année précedente lui avoit fait present d'une Compagnie dans son Regiment, lui en donna encore une dans un autre Regiment, pour lui tenir lieu de pension, & lui prédît hautement que si la Guerre pouvoit l'épargner, il parviendroit aux premieres dignités.

En 1658 il conduisit en chef les attaques des Siéges de Gravelines, d'Ypres, & d'Oudenarde. M. le Cardinal Mazarin, qui n'accordoit pas les gratifications sans sujet, lui en donna une assés honnête, & l'accompagna de loüanges, qui, selon le caractere de M. de Vauban, le payerent beaucoup mieux.

Il nous suffit d'avoir representé avec quelque détail ces premiers commencemens, plus remarquables que le reste dans une Vie illustre, quand la Vertu dénuée de tout secours étranger a eu besoin de se faire jour à elle-même.

Desormais M. de Vauban est connu, & son Histoire devient une partie de l'Histoire de France.

Aprés la Paix des Pirenées, il fut occupé ou à démolir des Places, ou à en construire. Il avoit déja quantité d'idées nouvelles sur l'Art de fortifier, peu connu jusque-là. Ceux qui l'avoient pratiqué, ou qui en avoient écrit s'étoient attachés servilement à certaines regles établies quoique peu fondées, & à des especes de superstitions, qui dominent toûjours long-temps en chaque genre, & ne disparoissent qu'à l'arrivée de quelque Genie superieur. D'ailleurs ils n'avoient point vû de Siéges, ou n'en avoient pas assés vû, leurs Methodes de fortifier n'etoient tournées que par rapport à certains cas particuliers qu'ils connoissoient, & ne s'étendoient point à tout le reste. M. de Vauban avoit déja beaucoup vû & avec de bons yeux, il augmentoit sans cesse son experience par la lecture de tout ce qui avoit été écrit sur la Guerre, il sentoit en lui ce qui produit les heureuses nouveautés, ou plutôt ce qui force à les produire, & enfin il osa se déclarer Inventeur dans une matiere si perilleuse, & le fut toûjours jusqu'à la fin. Nous n'entrerons point dans le détail de ce qu'il inventa, il seroit trop long, & toutes les Places fortes du Royaume doivent nous l'épargner.

Quand la guerre recommença en 1667, il eut la principale conduite des Siéges que le Roi fit en personne. S. M. voulut bien faire voir qu'il étoit de sa prudence de s'en assurer ainsi le succés. Il reçût au Siége de Doüai un coup de mousquet à la jouë, dont il a toûjours porté la marque. Aprés le Siége de l'Isle qu'il prit sous les Ordres du Roi en 9 jours de tranchée ouverte, il eut une gratification considerable, beaucoup plus necessaire pour contenter l'inclination du Maître, que celle du Sujet. Il en a reçû encore en differentes occasions un grand nombre, & toûjours plus fortes, mais pour mieux entrer dans son caractere nous ne parlerons plus de ces sortes de récompenses, qui n'en étoient presque pas pour lui.

Il fut occupé en 1668 à faire des projets de Fortifica-

tions pour les Places de la Franche-Comté, de Flandre, & d'Artois. Le Roi lui donna le Gouvernement de la Citadelle de l'Isle, qu'il venoit de construire, & ce fut le premier Gouvernement de cette nature en France. Il ne l'avoit point demandé, & il importe & à la gloire du Roi & à la sienne que l'on sçache que de toutes les graces qu'il a jamais reçûës, il n'en a demandé aucune, à la réserve de celles qui n'étoient pas pour lui. Il est vrai que le nombre en a été si grand qu'elles épuisoient le droit qu'il avoit de demander.

La Paix d'Aix la Chapelle étant faite, il n'en fut pas moins occupé. Il fortifia des Places en Flandre, en Artois, en Provence, en Roussillon, ou du moins fit des desseins qui ont été depuis executés. Il alla même en Piémont avec M. de Louvois, & donna à M. le Duc de Savoye des desseins pour Veruë, Verceil, & Turin. A son départ, S. A. R. lui fit present de son Portrait enrichi de Diamans. Il est le seul Homme de guerre pour qui la Paix ait toûjours été aussi laborieuse que la Guerre même.

Quoique son emploi ne l'engageât qu'à travailler à la sûreté des Frontieres, son amour pour le bien public lui faisoit porter ses vûës sur les moïens d'augmenter le bonheur du dedans du Royaume. Dans tous ses Voyages il avoit une curiosité, dont ceux qui sont en place ne sont communément que trop exempts. Il s'informoit avec soin de la valeur des Terres, de ce qu'elles rapportoient, de la maniere de les cultiver, des facultés des Païsans, de leur nombre, de ce qui faisoit leur nourriture ordinaire, de ce que leur pouvoit valoir en un jour le travail de leurs mains, détails méprisables & abjects en apparence, & qui appartiennent cependant au grand Art de gouverner. Il s'occupoit ensuite à imaginer ce qui auroit pû rendre le Païs meilleur, de grands Chemins, des Ponts, des Navigations nouvelles, Projets dont il n'étoit pas possible qu'il esperât une entiere execution, especes de songes, si l'on veut, mais qui du moins, comme la plûpart des veritables songes, marquoient l'inclination dominante. Je sçai tel

tel Intendant de Province qu'il ne connoissoit point, & à qui il a écrit pour le remercier d'un nouvel établissement utile, qu'il avoit vû en voyageant dans son département. Il devenoit le debiteur particulier de quiconque avoit obligé le Public.

La guerre qui commença en 1672 lui fournit une infinité d'occasions glorieuses, sur tout dans ce grand nombre de Siéges que le Roi fit en personne, & que M. de Vauban conduisit tous. Ce fut à celui de Mastrict en 1673 qu'il commença à se servir d'une Methode singuliere pour l'attaque des Places, qu'il avoit imaginée par une longue suite de reflexions, & qu'il a depuis toûjours pratiquée. Jusque-là il n'avoit fait que suivre avec plus d'adresse & de conduite les regles déja établies, mais alors il en suivit d'inconnuës, & fit changer de face à cette importante partie de la Guerre. Les fameuses Paralleles & les Places d'Armes parurent au jour; depuis ce temps, il a toûjours inventé sur ce sujet, tantôt les Cavaliers de tranchée, tantôt un nouvel usage des Sapes & des demi-Sapes, tantôt les Batteries en ricochet, & par-là il avoit porté son Art à une telle perfection, que le plus souvent, ce qu'on n'auroit jamais osé esperer, devant les Places les mieux défenduës il ne perdoit pas plus de monde que les Assiegés.

C'étoit-là son but principal, la conservation des Hommes. Non-seulement l'interest de la guerre, mais aussi son humanité naturelle les lui rendoit chers. Il leur sacrifioit toûjours l'éclat d'une conquête plus prompte, & une gloire assés capable de seduire, &, ce qui est encore plus difficile, quelquefois il résistoit en leur faveur à l'impatience des Generaux, & s'exposoit aux redoutables discours du Courtisan oisif. Aussi les Soldats lui obeïssoient-ils avec un entier dévoüement, moins animés encore par l'extrême confiance qu'ils avoient à sa capacité, que par la certitude & la reconnoissance d'être ménagés autant qu'il étoit possible.

Pendant toute la guerre que la Paix de Nimegue ter-

mina, sa vie fut une action continuelle, & tres-vive; former des desseins de Siéges, conduire tous ceux qui furent faits, du moins dés qu'ils étoient de quelque importance, réparer les Places qu'il avoit prises, & les rendre plus fortes, visiter toutes les Frontieres, fortifier tout ce qui pouvoit être exposé aux Ennemis, se transporter dans toutes les Armées, & souvent d'une extrémité du Royaume à l'autre.

Il fut fait Brigadier d'Infanterie en 1674, Maréchal de Camp en 1676, & en 1678 Commissaire General des Fortifications de France, Charge qui vaquoit par la mort de M. le Chevalier de Clerville. Il se défendit d'abord de l'accepter, il en craignoit ce qui l'auroit fait desirer à tout autre, les grandes relations qu'elle lui donnoit avec le Ministere. Cependant le Roi l'obligea d'autorité à prendre la Charge, & il faut avoüer que malgré toute sa droiture il n'eut pas lieu de s'en repentir. La Vertu ne laisse pas de réüssir quelquefois, mais ce n'est qu'à force de temps & de preuves redoublées.

La Paix de Nimegue lui ôta le penible emploi de prendre des Places, mais elle lui en donna un plus grand nombre à fortifier. Il fit le fameux Port de Dunquerque, son Chef-d'œuvre, & par consequent celui de son Art. Strasbourg & Casal, qui passerent en 1681 sous le pouvoir du Roi, furent ensuite ses travaux les plus considerables. Outre les grandes & magnifiques Fortifications de Strasbourg, il y fit faire pour la navigation de la Bruche des Ecluses, dont l'execution étoit si difficile, qu'il n'osa la confier à personne, & la dirigea toûjours par lui-même.

La guerre recommença en 1683, & lui valut l'année suivante la gloire de prendre Luxembourg, qu'on avoit cru jusque-là imprenable, & de le prendre avec fort peu de perte. Mais la guerre naissante ayant été étouffée par la Treve de 1684, il reprit ses fonctions de Paix, dont les plus brillantes furent l'Aqueduc de Maintenon, de nouveaux Travaux qui perfectionnent le Canal de la communication des Mers, Montroyal, & Landau.

Il ſemble qu'il auroit dû trahir les ſecrets de ſon Art par la grande quantité d'Ouvrages qui ſont ſortis de ſes mains. Auſſi a-t-il paru des Livres dont le titre promettoit la veritable maniere de fortifier ſelon M. de Vauban, mais il a toûjours dit, & il a fait voir par ſa pratique qu'il n'avoit point de maniere. Chaque Place differente lui en fourniſſoit une nouvelle ſelon les differentes circonſtances de ſa grandeur, de ſa ſituation, de ſon terrain. Les plus difficiles de tous les Arts ſont ceux dont les objets ſont changeans, qui ne permettent point aux Eſprits bornés l'application commode de certaines Regles fixes, & qui demandent à chaque moment les reſſources naturelles & imprévûës d'un genie heureux.

En 1688, la Guerre s'étant rallumée, il fit ſous les Ordres de Monſeigneur les Siéges de Philiſbourg, de Manheim, & de Frankendal. Ce grand Prince fut ſi content de ſes ſervices, qu'il lui donna 4 Pieces de canon à ſon choix pour mettre à ſon Château de Bazoche, récompenſe vraïement militaire, privilege unique, & qui plus que tout autre convenoit au Pere de tant de Places fortes. La même année il fut fait Lieutenant General.

L'année ſuivante il commanda à Dunquerque, Bergues, & Ypres, avec ordre de s'enfermer dans celle de ces Places qui ſeroit aſſiegée, mais ſon nom les en préſerva.

L'année 1690 fut ſinguliere entre toutes celles de ſa vie; il n'y fit preſque rien, parcequ'il avoit pris une grande & dangereuſe maladie à faire travailler aux Fortifications d'Ypres, qui étoient fort en deſordre, & à être toûjours preſent ſur les travaux. Mais cette oiſiveté qu'il ſe ſeroit preſque reprochée finit en 1691 par la priſe de Mons, dont le Roi commanda le Siége en perſonne. Il commanda auſſi l'année d'aprés celui de Namur, & M. de Vauban le conduiſit de ſorte qu'il prit la Place en 30 jours de tranchée ouverte, & n'y perdit que 800 Hommes, quoiqu'il s'y fût fait 5 actions de vigueur tres-conſiderables.

Il faut passer par dessus un grand nombre d'autres exploits, tels que le Siége de Charleroi en 93, la défense de la basse-Bretagne contre les Descentes des Ennemis en 94 & 95, le Siége d'Ath en 97, & nous hâter de venir à ce qui touche de plus prés cette Academie. Lorsqu'elle se renouvella en 99, elle demanda au Roi M. de Vauban pour être un de ses Honoraires, & si la bienséance nous permet de dire qu'une place dans cette Compagnie soit la récompense du merite, aprés toutes celles qu'il avoit reçûës du Roi en qualité d'Homme de guerre, il falloit qu'il en reçût une d'une Societé de Gens de Lettres en qualité de Mathematicien. Personne n'avoit mieux que lui rappellé du Ciel les Mathematiques, pour les occuper aux besoins des Hommes, & elles avoient pris entre ses mains une utilité aussi glorieuse peut-être que leur plus grande sublimité. De plus, l'Academie lui devoit une reconnoissance particuliere de l'estime qu'il avoit toûjours euë pour elle ; les avantages solides que le Public peut tirer de cet établissement avoient touché l'endroit le plus sensible de son ame.

Comme aprés la Paix de Riswic il ne fut plus emploïé qu'à visiter les Frontieres, à faire le tour du Royaume, & à former de nouveaux Projets, il eut besoin d'avoir encore quelque autre occupation, & il se la donna selon son cœur. Il commença à mettre par écrit un prodigieux nombre d'idées qu'il avoit sur differens sujets qui regardoient le bien de l'Etat, non seulement sur ceux qui lui étoient les plus familiers, tels que les Fortifications, le détail des Places, la Discipline militaire, les Campemens, mais encore sur une infinité d'autres matieres qu'on auroit cruës plus éloignées de son usage, sur la Marine, sur la Course par mer en temps de guerre, sur les Finances même, sur la Culture des Forests, sur le Commerce, & sur les Colonies Françoises en Amerique. Une grande passion songe à tout. De toutes ces differentes vûës il a composé 12 gros Volumes Manuscrits, qu'il a intitulés ses *Oisivetés*. S'il étoit possible que les idées qu'il y propose s'e-

xecutassent, ses Oisivetés seroient plus utiles que tous ses travaux.

La succession d'Espagne ayant fait renaître la guerre, il étoit à Namur au commencement de l'année 1703, & il y donnoit ordre à des réparations necessaires, lorsqu'il apprit que le Roi l'avoit honoré du Bâton de Maréchal de France. Il s'étoit opposé lui-même quelque temps auparavant à cette suprême élevation, que le Roi lui avoit annoncée, il avoit representé qu'elle empêcheroit qu'on ne l'emploïât avec des Generaux du même rang, & feroit naître des embarras contraires au bien du service. Il aimoit mieux être plus utile, & moins récompensé, & pour suivre son goût, il n'auroit fallu payer ses premiers travaux que par d'autres encore plus necessaires.

Vers la fin de la même année il servit sous Monseigneur le Duc de Bourgogne au Siége du vieux Brisach, Place tres-considerable, qui fut réduite à capituler au bout de 13 jours & demi de tranchée ouverte, & qui ne coûta pas 300 Hommes. C'est par ce Siége qu'il a fini, & il y fit voir tout ce que pouvoit son Art, comme s'il eût voulu le resigner alors tout entier entre les mains du Prince qu'il avoit pour Spectateur & pour Chef.

Le titre de Maréchal de France produisit les inconveniens qu'il avoit prévûs; il demeura deux ans inutile. Je l'ai entendu souvent s'en plaindre; il protestoit que pour l'interest du Roi & de l'Etat il auroit foulé aux pieds la dignité avec joïe. Il l'auroit fait, & jamais il ne l'eût si bien meritée, jamais même il n'en eût si bien soûtenu le veritable éclat.

Il se consoloit avec ses sçavantes Oisivetés. Il n'épargnoit aucune dépense pour amasser la quantité infinie d'instructions & de Memoires dont il avoit besoin, & il occupoit sans cesse un grand nombre de Secretaires, de Dessinateurs, de Calculateurs, & de Copistes. Il donna au Roi en 1704 un gros Manuscrit, qui contenoit tout ce qu'il y a de plus fin & de plus secret dans la conduite de l'Attaque des Places, present le plus noble qu'un Sujet

puisse jamais faire à son Maître, & que le Maître ne pouvoit recevoir que de ce seul Sujet.

En 1706, aprés la Bataille de Ramilli M. le Maréchal de Vauban fut envoyé pour commander à Dunquerque, & sur la Côte de Flandre. Il rassura par sa presence les esprits étonnés, il empêcha la perte d'un païs qu'on vouloit noyer pour prévenir le Siége de Dunquerque, & le prévint d'ailleurs par un Camp retranché qu'il fit entre cette Ville & Bergues, de sorte que les Ennemis eussent été obligés de faire en même temps l'investiture de Dunquerque, de Bergues, & de ce Camp, ce qui étoit absolument impraticable.

Dans cette même Campagne, plusieurs de nos Places ne s'étant pas défenduës comme il auroit souhaité, il voulut défendre par ses conseils toutes celles qui seroient attaquées à l'avenir, & commença sur cette matiere un Ouvrage qu'il destinoit au Roi, & qu'il n'a pû finir entierement. Il mourut le 30 Mars 1707 d'une fluxion de poitrine accompagnée d'une grosse fiévre qui l'emporta en 8 jours, quoiqu'il fût d'un temperament tres robuste, & qui sembloit lui promettre encore plusieurs années de vie. Il avoit 74 ans, moins un mois.

Il avoit épousé Jeanne d'Aunoi de la Famille des Barons d'Espiri en Nivernois, morte avant lui. Il en a laissé deux filles, Me la Comtesse de Villebertin, & Me la Marquise d'Ussé.

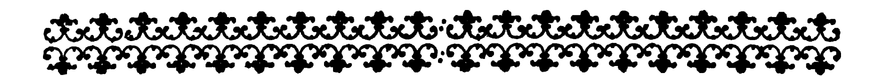
Si l'on veut voir toute sa Vie militaire en abregé, il a fait travailler à 300 Places anciennes, & en a fait 33 neuves; il a conduit 53 Siéges, dont 30 ont été faits sous les Ordres du Roi en personne, ou de Monseigneur, ou de Monseigneur le Duc de Bourgogne, & les 23 autres sous differens Generaux; il s'est trouvé à 140 actions de vigueur.

Jamais les traits de la simple Nature n'ont été mieux marqués qu'en lui, ni plus exempts de tout mêlange étranger. Un sens droit & étendu, qui s'attachoit au Vrai par une espece de simpatie, & sentoit le Faux sans le discuter,

lui épargnoit les longs circuits par où les autres marchent, & d'ailleurs sa Vertu étoit en quelque sorte un instinct heureux, si prompt qu'il prévenoit sa raison. Il méprisoit cette politesse superficielle dont le monde se contente, & qui couvre souvent tant de barbarie, mais sa bonté, son humanité, sa liberalité lui composoient une autre politesse plus rare, qui étoit toute dans son cœur. Il seyoit bien à tant de vertu de negliger des dehors, qui, à la verité, lui appartiennent naturellement, mais que le vice emprunte avec trop de facilité. Souvent M. le Maréchal de Vauban a secouru de sommes assés considerables des Officiers qui n'étoient pas en état de soûtenir le service, & quand on venoit à le sçavoir, il disoit qu'il prétendoit leur restituer ce qu'il recevoit de trop des bienfaits du Roi. Il en a été comblé pendant tout le cours d'une longue vie, & il a eu la gloire de ne laisser en mourant qu'une fortune mediocre. Il étoit passionnément attaché au Roi, Sujet plein d'une fidelité ardente & zelée, & nullement Courtisan; il auroit infiniment mieux aimé servir que plaire. Personne n'a été si souvent que lui, ni avec tant de courage, l'introducteur de la Verité; il avoit pour elle une passion presque imprudente, & incapable de ménagement. Ses mœurs ont tenu bon contre les Dignités les plus brillantes, & n'ont pas même combatu. En un mot, c'étoit un Romain qu'il sembloit que nôtre Siécle eût dérobé aux plus heureux temps de la Republique.

Sa place d'Academicien Honoraire a été remplie par M. le Maréchal d'Estrées, Vice-Amiral de France, Grand d'Espagne, Chevalier des Ordres du Roi, Gouverneur du Comté Nantois.





ELOGE

DE M. L'ABBÉ GALLOIS.

JEAN GALLOIS nâquit à Paris le 14 Juin 1632 d'Ambroise Gallois Avocat au Parlement, & de Françoise de Launai.

Son inclination pour les Lettres se déclara, dés qu'il pût laisser paroître quelque inclination, & elle se fortifia toûjours dans la suite. Il s'engagea dans l'Etat Ecclesiastique, & reçût l'Ordre de Prêtrise. Son devoir lui fit tourner ses principales études du côté de la Theologie, de l'Histoire Ecclesiastique, des Peres, & de l'Ecriture Sainte, il alla même jusqu'aux Langues Orientales, necessaires du moins à qui veut remonter jusqu'aux premieres sources de la Theologie, mais il ne renonça ni à l'Histoire profane, ni aux Langues vivantes, telles que l'Italien, l'Espagnol, l'Anglois & l'Allemand, ni aux Mathematiques, ni à la Phisique, ni à la Medecine même, car son ardeur de sçavoir embrassoit tout, & s'il est vrai qu'une érudition si partagée soit moins propre à faire une réputation singuliere, elle l'est du moins beaucoup plus à étendre l'Esprit en tous sens, & à l'éclairer de tous côtés.

Outre la connoissance des choses que les Livres contiennent, M. l'Abbé Gallois avoit encore celle des Livres eux-mêmes, science presque separée des autres, quoiqu'elle en résulte, & produite par une curiosité vive qui ne neglige aucune partie de son objet.

Le premier travail que le Public ait vû de M. l'Abbé Gallois a été la traduction Latine du Traité de Paix des Pirenées, imprimée par ordre du Roi, mais bien-tôt son nom devint plus illustre par le Journal des Sçavans. Ce fut en 1665 que parut pour la premiere fois cet Ouvrage dont

dont l'idée étoit si neuve & si heureuse, & qui subsiste encore aujourd'hui avec plus de vigueur que jamais, accompagné d'une nombreuse posterité issuë de lui, & répanduë par toute l'Europe sous les differens noms de *Nouvelles de la Republique des Lettres*, d'*Histoire des Ouvrages des Sçavans*, de *Bibliotheque universelle*, de *Bibliotheque choisie*, d'Acta Eruditorum, de *Transactions Philosophiques*, de *Memoires pour l'Histoire des Sciences & des beaux Arts*, *&c.* M. de Sallo Conseiller Ecclesiastique au Parlement en avoit conçû le dessein, & il s'associa M. l'Abbé Gallois qui par la grande varieté de son érudition sembloit né pour ce travail, & qui de plus, ce qui n'est pas commun chés ceux qui sçavent tout, sçavoit le François, & écrivoit bien.

Le Journal prit dés sa naissance un ton trop hardi, & censura trop librement la plûpart des Ouvrages qui paroissoient. La Republique des Lettres, qui voyoit sa liberté menacée, se souleva, & le Journal fut arrêté au bout de 3 mois. Mais comme le projet par lui-même en étoit excellent, on ne voulut pas le perdre, & M. de Sallo l'abandonna entierement à M. l'Abbé Gallois, qui ouvrit l'année 1666 par un nouveau Journal dédié au Roi, où il mit son nom, & où il exerça toûjours avec toute la moderation necessaire le pouvoir dont il étoit revêtu.

M. Colbert touché de l'utilité & de la beauté du Journal prit du goût pour cet Ouvrage, & bien-tôt aprés pour l'Auteur. En 1668 il lui donna dans cette Academie presque encore naissante une place avec la fonction de Secretaire en l'absence de feu M. du Hamel, qui fut 2 ans hors du Royaume. M. l'Abbé Gallois enrichissoit son Journal des principales découvertes de l'Academie, qui ne se faisoient guere alors connoître du Public que par cette voïe, & de plus, il en rendoit souvent compte à M. Colbert, & lui portoit les fruits de la protection qu'il accordoit aux Sciences. Dans la suite ce Ministre, toûjours plus content de sa conversation, l'envoyoit querir lorsqu'il venoit à Paris; sa curiosité sur quelque matiere que

ce fût le trouvoit toûjours prêt à la satisfaire, & s'il falloit une discussion plus exacte & plus profonde, personne n'étoit plus propre que M. l'Abbé Gallois à y réüssir en peu de temps, circonstance presque absolument necessaire auprés de M. Colbert. Enfin ce Ministre, qui se connoissoit en Hommes, aprés avoir éprouvé long-temps & l'esprit & la litterature & les mœurs de M. l'Abbé Gallois, le prit chés lui en 1673, & lui donna toûjours une place & à sa Table, & dans son Carrosse. Cette faveur si particuliere étoit en même temps, & une récompense glorieuse de son sçavoir, & une occasion perpetuelle d'en faire un usage agreable, & une heureuse necessité d'en acquerir encore tous les jours.

M. Colbert favorisoit les Lettres, porté non-seulement par son inclination naturelle, mais par une sage Politique. Il sçavoit que les Sciences & les Arts suffiroient seuls pour rendre un Regne glorieux, qu'ils étendent la langue d'une Nation peut-être plus que des Conquêtes, qu'ils lui donnent l'Empire de l'Esprit & de l'Industrie, également flateur & utile, qu'ils attirent chés elle une multitude d'Etrangers, qui l'enrichissent par leur curiosité, prennent ses inclinations, & s'attachent à ses interests. Pendant plusieurs Siécles, l'Université de Paris n'a pas moins contribué à la grandeur de la Capitale que le séjour des Rois. On doit à M. Colbert l'éclat où furent les Lettres, la naissance de cette Academie, de celle des Inscriptions, des Academies de Peinture, de Sculpture, & d'Architecture, les nouvelles faveurs que l'Academie Françoise reçût du Roi, l'impression d'un grand nombre d'excellens Livres dont l'Imprimerie Royale fit les frais, l'augmentation presque immense de la Bibliotheque du Roi, ou plutôt du Trésor public des Sçavans, une infinité d'Ouvrages que les grands Auteurs ou les habiles Ouvriers n'accordent qu'aux caresses des Ministres & des Princes, un goût du Beau & de l'Exquis répandu par tout, & qui se fortifioit sans cesse. M. l'Abbé Gallois eut le sensible plaisir d'observer de prés un semblable Ministere, d'être

à la source des desseins qui s'y prenoient, d'avoir part à leur execution, quelquefois même d'en inspirer, & de les voir suivis. Les Gens de Lettres avoient en lui auprés du Ministre un Agent toûjours chargé de leurs affaires, sans que le plus souvent ils eussent eu seulement la peine de l'en charger. Si quelque Livre nouveau, ou quelque découverte, d'Auteurs même qu'il ne connût pas, paroissoient au jour avec réputation, il avoit soin d'en instruire M. Colbert, & ordinairement la récompense n'étoit pas loin. Les liberalités du Roi s'étendoient jusque sur le Merite étranger, & alloient quelquefois chercher dans le fond du Nord un Sçavant surpris d'être connu.

En 1673 M. l'Abbé Gallois fut reçû dans l'Academie Françoise. Quoique l'Eloquence ou la Poësie soient les principaux talens qu'elle demande, elle admet aussi l'Erudition qui n'est pas barbare, & peut-être ne lui manque-t-il que de se parer davantage de l'usage qu'elle en fait, & même du besoin qu'elle en a. M. l'Abbé Gallois quitta le Journal en 1674, & le remit en d'autres mains. Il étoit trop occupé auprés de M. Colbert, & d'ailleurs ce travail étoit trop assujettissant pour un Genie naturellement aussi libre que le sien. Il ne résistoit pas aux charmes d'une nouvelle lecture qui l'appelloit, d'une curiosité soudaine qui le saisissoit, & la regularité qu'éxige un Journal leur étoit sacrifiée.

Les Lettres perdirent M. Colbert en 1683. M. l'Abbé Gallois avoit ajoûté à la gloire de leur avoir fait beaucoup de bien, celle de n'avoir presque rien fait pour lui-même. Il n'avoit qu'une modique pension de l'Academie des Sciences, & une Abbaye si mediocre qu'il fut obligé de s'en défaire dans la suite. Feu M. le Marquis de Seignelai lui donna la place de Garde de la Bibliotheque du Roi dont il disposoit, mais la Bibliotheque étant sortie de ses mains, il récompensa M. l'Abbé Gallois par une place de Professeur en Grec au College Royal, & par une pension particuliere qu'il lui obtint du Roi sur les fonds de ce College, attachée à une espece d'inspection generale. M.

de Seignelai ne crut pas que son Pere se fût suffisamment acquité, & puisqu'on n'en sçauroit accuser le peu de goût de M. Colbert pour les Lettres, il en faut loüer l'extrême moderation de M. l'Abbé Gallois.

Lorsque sous le Ministere de M. de Pontchartrain, aujourd'hui Chancelier de France, l'Academie des Sciences commença par les soins de M. l'Abbé Bignon à sortir d'une espece de langueur où elle étoit tombée, ce fut M. l'Abbé Gallois qui mit en ordre les Memoires qui parurent de cette Academie en 1692 & 93, & qui eut le soin d'en épurer le stile. Mais la grande varieté de ses études interrompit quelquefois ce travail qui avoit des temps prescrits, & le fit enfin cesser. L'Academie ayant pris une nouvelle forme en 1699, il y remplit une place de Geometre, & entreprit de travailler sur la Geometrie des Anciens, & principalement sur le Recüeil de Pappus, dont il vouloit imprimer le texte Grec qui ne l'a jamais été, & corriger la traduction Latine, fort défectueuse. Rien n'étoit plus convenable à ses inclinations, & à ses talens qu'un projet qui demandoit de l'amour pour l'Antiquité, une profonde intelligence du Grec, la connoissance des Mathematiques, & il est fâcheux pour les Lettres que ce n'ait été qu'un projet. Une des plus agréables Histoires, & sans doute la plus philosophique, est celle des progrés de l'Esprit humain.

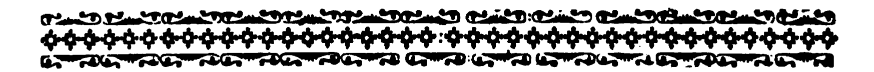
Le même goût de l'Antiquité qui avoit porté M. l'Abbé Gallois à cette entreprise, ce goût si difficile à contenir dans de justes bornes, le rendit peu favorable à la Geometrie de l'Infini, embrassée par tous les Modernes. On ne peut même dissimuler, puisque nos Histoires l'ont dit, qu'il l'attaqua ouvertement. En general il n'étoit pas ami du Nouveau, & de plus, il s'élevoit par une espece d'Ostracisme contre tout ce qui étoit trop éclatant dans un Etat libre, tel que celui des Lettres. La Geometrie de l'Infini avoit ces deux défauts, sur tout le dernier, car au fond elle n'est pas tout à fait si nouvelle, & les partisans zelés de l'Antiquité, s'il en est encore à cet égard, trou-

veroient bien mieux leur compte à soûtenir que les anciens Geometres en ont connu & mis en œuvre les premiers fondemens, qu'à la combattre, parcequ'elle leur étoit inconnuë.

Comme toutes les objections faites contre les Infiniment petits avoient été suivies d'une solution démonstrative, M. l'Abbé Gallois commençoit à en proposer sous la forme d'Eclaircissemens qu'il demandoit, & peut-être les differentes ressources que l'esprit peut fournir n'auroient-elles pas été si-tôt épuisées, mais d'une santé parfaite & vigoureuse dont il joüissoit, il tomba tout d'un coup au commencement de cette année dans une maladie dont il mourut le 19 *Avril*.

Il étoit d'un temperament vif, agissant, & fort gai; l'esprit courageux, prompt à imaginer ce qui lui étoit necessaire, fertile en expediens, capable d'aller loin par des engagemens d'honneur. Il n'avoit d'autre occupation que les Livres, ni d'autre divertissement que d'en acheter. Il avoit mis ensemble plus de 12000 Volumes, & en augmentoit encore le nombre tous les jours. Si une aussi nombreuse Bibliotheque peut être necessaire, elle l'étoit à un Homme d'une aussi vaste Litterature, & dont la curiosité se portoit à mille objets differens, & vouloit se contenter sur le champ. Ses mœurs, & sur tout son desinteressement, ont paru dans toute sa conduite auprés de M. Colbert. La charité Chrétienne donnoit à son desinteressement naturel la derniere perfection; il ne s'étoit réservé sur l'Abbaye de S. Martin de Cores qu'il avoit possedée qu'une pension de 600 livres, & il les laissoit à son Successeur pour être distribuées aux Pauvres du Païs.

Sa place de Geometre Pensionnaire a été remplie par M. Saurin.



ELOGE

DE M. DODART.

DENIS DODART, Conſeiller-Medecin du Roi, & de S. A. S. Madame la Princeſſe de Conty la Doüairiere, & de S. A. S. Monſeigneur le Prince de Conty, Docteur Regent en la Faculté de Medecine de Paris, nâquit en 1634 de Jean Dodart, Bourgeois de Paris, & de Marie du Bois, fille d'un Avocat. Jean Dodart, quoique ſans Lettres, avoit beaucoup d'eſprit, &, ce qui eſt préférable, un bon eſprit. Il s'étoit fait même un Cabinet de Livres, & ſçavoit aſſés pour un homme qui ne pouvoit guere ſçavoir. Marie du Bois étoit une femme aimable par un caractere fort doux, & par un cœur fort élevé au deſſus de ſa fortune. Nous ne faiſons ici ce petit portrait du Pere & de la Mere, qu'à cauſe du rapport qu'il peut avoir à celui du Fils. Il eſt juſte de leur tenir compte de la part qu'ils ont euë à ſon merite naturel, & d'en faire honneur à leur memoire.

Ils ne ſe contenterent pas de faire apprendre à leur fils le Latin & le Grec, ils y joignirent le Deſſein, la Muſique, les Inſtrumens, qui n'entrent que dans les éducations les plus ſomptueuſes, & qu'on ne regarde que trop comme des ſuperfluités agréables. Il réüſſit à tout de maniere à donner les plus grandes eſperances, & il eut achevé ſes études de ſi bonne heure, qu'il eut le temps de s'appliquer également au Droit & à la Medecine, pour ſe déterminer mieux ſur la profeſſion qu'il embraſſeroit. Il eſt peut-être le ſeul qui ait voulu choiſir avec tant de connoiſſance de cauſe; il eſt vrai qu'il ſatisfaiſoit auſſi ſon extrême avidité de ſçavoir.

Il prit enfin parti pour la Medecine; ſon inclination

naturelle l'y portoit, mais ce qui le détermina le plus puiſſamment, c'eſt qu'il n'y vit aucun danger pour la juſtice, & une infinité d'occaſions pour la charité; car il étoit touché dés-lors de ces mêmes ſentimens de Religion, dans leſquels il a fini ſa vie.

On imagine aiſément avec quelle ardeur & quelle perſeverance s'attache à une étude un homme d'eſprit, dont elle eſt le plus grand plaiſir, & un homme de bien, dont elle eſt devenuë le devoir eſſentiel. Il ſe diſtingua fort ſur les bancs des Ecoles de Medecine, & il nous en reſte des témoignages autentiques, auſſi-bien que du caractere dont il étoit dans ſa plus grande jeuneſſe. Guy Patin parle ainſi dans ſa 186me Lettre de l'Edition de 1692. *Ce jourd'hui 5 Juillet* (1660) *nous avons fait la Licence de nos vieux Bacheliers, ils ſont 7 en nombre, dont celui qui eſt le ſecond, nommé Dodart, âgé de 25 ans, eſt un des plus ſages & des plus ſçavans hommes de ce Siécle. Ce jeune homme eſt un prodige de ſageſſe & de ſcience*, monſtrum ſine vitio, *comme diſoit* Adr. Turnebus de Joſepho Scaligero. Il dit enſuite dans ſa Lettre 190. *Nôtre Licentié qui eſt ſi ſçavant, s'appelle Dodart. Il eſt fils d'un Bourgeois de Paris, fort honnête homme. C'eſt un grand garçon, fort ſage, fort modeſte, qui ſçait Hipocrate, Galien, Ariſtote, Ciceron, Seneque, & Fernel par cœur. C'eſt un garçon incomparable, qui n'a pas encore 26 ans, car la Faculté lui fit grace au premier Examen de quelques mois qui lui manquoient pour ſon âge, ſur la bonne opinion qu'on avoit de lui dés auparavant.* Toutes les circonſtances du témoignage de M. Patin ſont aſſés dignes d'attention. Il étoit Medecin, fort ſçavant, paſſionné pour la gloire de la Medecine, il écrivoit à un de ſes Amis avec une liberté non-ſeulement entiere, mais quelquefois exceſſive, les éloges ne ſont pas fort communs dans ſes Lettres, & ce qui y domine c'eſt une bile de Philoſophe tres-indépendant, il n'avoit avec M. Dodart nulle liaiſon ni de parenté ni d'amitié, & n'y prenoit aucun intereſt, il n'a remarqué aucun autre des jeunes Etudians, enfin il ne ſe donne pas pour devot, & un air de devotion qui n'étoit pas un dé-

merite à ses yeux, devoit être bien sincere, & même bien aimable. Si l'amour propre étoit un peu plus délicat, on ne compteroit pour loüanges que celles qui auroient de pareils assaisonnemens. M. Patin dans ses Lettres 207, 208, 219, continuë à rendre compte à son Ami de ce que fait M. Dodart. Tantôt il l'appelle *nôtre Licentié si sage & si sçavant*, tantôt *nôtre sçavant jeune Docteur*. Il ne le perdoit point de vûë, toûjours poussé par une simple curiosité d'autant plus flateuse, qu'elle étoit indifferente.

Les suffrages naturellement les plus opposés se réünissoient sur M. Dodart. Le P. Deschamps d'une Societé fort peu aimée de M. Patin, ayant un jour entendu par hazard le jeune Docteur dans une leçon aux Ecoles de Medecine, fut si touché de sa belle Latinité, que sur le rapport qu'il en fit à M. le Comte de Brienne, alors Secretaire d'Etat pour les affaires étrangeres, ce Ministre commença à penser à lui, & s'en étant informé d'ailleurs, il eut une extrême envie de se l'attacher en qualité de son premier Commis. Les commencemens de ceux qui n'ont pour eux que leur merite sont assés obscurs, & assés lents, & l'établissement de M. Dodart étoit alors fort mediocre, cependant ni une fortune considerable qui venoit s'offrir d'elle-même, ni l'éclat séduisant d'un emploi de Cour, ne purent le faire renoncer à son premier choix. Sa fermeté étoit soûtenuë par des principes plus élevés qui lui persuadoient que le Ciel l'avoit placé où il étoit. M. de Brienne, pour l'engager insensiblement, exigea qu'il lui fît du moins quelques Lettres plus importantes, & plus secrettes, il eut cette déference, mais il se défendit d'un piége que tout autre n'auroit pas attendu.

Sa constance pour sa profession fut récompensée. Il vint assés promptement à être connu, & M[e] la Duchesse de Longueville le prit pour son Medecin. Elle étoit alors dans cette grande pieté, où elle a fini ses jours, & l'on sçait que dans l'un & l'autre temps de sa vie elle a fait un cas infini de l'esprit, non-pas seulement de cet esprit qui rend un homme habile dans un certain genre, & qui y est attaché,

attaché, mais principalement de celui qu'on peut porter par tout avec ſoi. Elle y étoit trop accoûtumée pour s'en pouvoir paſſer, & toute autre langue lui eût été trop étrangere. Un bon Medecin, mais qui n'eût eu, ni cette ſorte d'eſprit, ni beaucoup de pieté, n'eût été guere de ſon goût. Bien-tôt elle honora M. Dodart de ſa confiance, j'entens de celle que l'on a pour un Ami. La grande inégalité des conditions ne lui en retrancha que le titre.

Feuë Me la Princeſſe de Conty Doüairiere, Mere de Mgrs les Princes de Conty & de la Roche-ſur-Yon, voulut partager M. Dodart avec Me de Longueville, & en lui donnant chés elle la même qualité, elle lui donna ce qui en étoit inſéparable à ſon égard, la même confiance, & les mêmes agrémens. Mais ce qui eſt encore, à le bien conſiderer, plus glorieux pour lui que les bontés mêmes de ces deux grandes & vertueuſes Princeſſes, il eut l'amitié de tous ceux qui étoient à elles. Il n'eſt pas beſoin de connoître beaucoup les Maiſons des Grands, pour ſçavoir que d'y être bien avec tout le monde, c'eſt un chef-d'œuvre de conduite & de ſageſſe, & ſouvent d'autant plus difficile, que l'on a d'ailleurs de plus grandes qualités. Le grand ſecret pour y réüſſir, eſt celui qu'il pratiquoit, il obligeoit autant qu'il lui étoit poſſible, & ne ménageoit point ſa faveur dans les affaires d'autrui. Avoir beſoin de ſon credit, c'étoit être en droit de l'emploïer. Heureuſement pour un grand nombre de gens de merite, les deux poſtes qu'il occupoit le firent connoître de pluſieurs autres perſonnes du premier rang, ou de la premiere dignité. J'oſerai dire que malgré leur élevation ils avoient pour lui cette ſorte de reſpect, qui n'a point été établi par les Hommes, & dont la Nature s'eſt réſervé le droit de diſpoſer en faveur de la Vertu.

Aprés la mort de Me la Princeſſe de Conty, il demeura attaché aux deux Princes ſes Enfans, & aprés la mort de l'Aîné, à Me la Princeſſe de Conty ſa Veuve, & à Mr le Prince de Conty. Rien n'eſt au deſſus du zele, de la fidelité, du deſintereſſement qu'il a apportés à leur ſervice,

mais on ne peut dire si de pareils Maîtres n'ont pas encore rendu en lui ces qualités plus parfaites, qu'elles ne l'étoient naturellement. Il a eu le bonheur de réüssir auprés de la Princesse dans des maladies dangereuses qu'elle a euës, & celui de plaire à M. le Prince de Conty par les charmes solides de sa conversation. On sçait combien ce grand Prince est un grand Homme, & un excellent Juge des Hommes.

En 1673 M. Dodart entra dans l'Academie des Sciences par le moïen de Mrs Perraut. Ils avoient beaucoup de credit auprés de M. Colbert, & en faisoient un usage assés extraordinaire; ils s'en servoient à faire connoître au Ministre ceux qui avoient de grands talens aussi-bien qu'eux, & à leur attirer ses graces.

L'Academie avoit déja entrepris l'Histoire des Plantes, Ouvrage d'une vaste étenduë, & M. Dodart s'attacha à ce travail. Au bout de 3 ans, c'est à dire en 1676, il mit à la tête d'un Volume que l'Academie imprima sous le titre de *Memoires pour servir à l'Histoire des Plantes*, une Préface où il rendoit compte & du dessein & de ce qu'on en avoit executé jusque-là. Nous n'avons point de lui un si grand morceau imprimé, & par bonheur la matiere lui a donné lieu d'y peindre parfaitement son caractere. Il s'agissoit d'une longue recherche, & d'une subtile discussion, & il possedoit au souverain degré l'esprit de discussion & de recherche. Il sçavoit de quel côté, ou plutôt de combien de côtés differens il falloit porter sa vûë, & pointer, pour ainsi dire, la Lunette. Tout le monde ne sçait pas voir, on prend pour l'objet entier la premiere face que le hazard nous en a presentée, mais M. Dodart avoit la patience de chercher toutes les autres, & l'art de les découvrir, ou du moins la précaution de soupçonner celles qu'il ne découvroit pas encore. Ce ne sont pas seulement les grands objets qui en ont plusieurs, ce sont aussi les plus petits, & une grande attention est une espece de Microscope qui les grossit. Il est vrai que cette attention scrupuleuse, qui ne croit jamais avoir assés bien vû, que

ce ſoin de tourner un objet de tous les ſens, en un mot que l'eſprit de diſcuſſion eſt aſſés contraire à celui de déciſion, mais l'Academie doit plus examiner que décider, ſuivre attentivement la Nature par des obſervations exactes, & non-pas la prévenir par des jugemens précipités. Rien ne ſied mieux à nôtre Raiſon que des concluſions un peu timides, & même quand elle a le droit de décider, elle feroit bien d'en relâcher quelque choſe. On peut prendre la Préface que nous venons de citer pour un modele d'une Theorie embraſſée dans toute ſon étenduë, ſuivie juſque dans ſes moindres dépendances, tres-finement diſcutée, & aſſaiſonnée de la plus aimable modeſtie.

Il n'étoit pas poſſible que M. Dodart ne portât dans l'exercice de ſa profeſſion ce même eſprit, fortifié encore par ſon extrême délicateſſe de conſcience. Un Malade n'avoit à craindre ni ſon inapplication, ni même une application legere & ſuperficielle, mais ſeulement, car il faut tout dire, ſa trop grande application, qui pouvoit le rendre irréſolu ſur le choix d'un parti. La pratique n'admet pas toûjours les ſages lenteurs de la ſpeculation, & quelquefois la Raiſon elle-même ordonne qu'on agiſſe ſans l'attendre.

L'*Hiſtoire des Plantes étoit le principal travail de* M. Dodart dans l'Academie, mais non-pas le ſeul. Il s'attacha beaucoup à étudier la Tranſpiration inſenſible du Corps humain. Tous les Phyſiciens & les Medecins en avoient toûjours eu une idée, mais ſi generale & ſi vague, que tout ce qu'ils en ſçavoient proprement étoit qu'il y a une Tranſpiration. L'illuſtre Sanctorius, Medecin de Padouë, eſt le premier qui ait ſçû la réduire au calcul par des experiences, & en comparer la quantité à celle des déjections groſſieres. Elle va beaucoup au-delà de ce qu'on eût jamais imaginé, il peut ſortir du Corps en un jour, ſelon Sanctorius, 7 ou 8 liv. de matiere par la Tranſpiration, & comme il n'eſt pas poſſible qu'une ſi abondante évacuation ne ſoit fort importante, pluſieurs habi-

les Medecins la regardent comme un des principaux fondemens, & de leur Theorie & de leur Pratique. Mais parceque Sanctorius a eu le premier de si belles vûës, il ne les a pas poussées à leur perfection. Par exemple, quoiqu'il ait conçû en general que la Transpiration devoit être differente selon les âges, il ne paroît avoir eu égard à cette difference, ni dans ses observations, ni dans les consequences qu'il en tire, & M. Dodart s'assura par des experiences continuées durant 33 ans que l'on transpire beaucoup plus dans la jeunesse; en effet il est fort naturel, & que la chaleur du sang, plus foible à mesure que l'on vieillit, pousse au dehors moins de particules subtiles, & qu'en même temps les pores de la peau se resserrent. M. Dodart étoit particulierement propre à faire ces sortes d'experiences, parcequ'il faut les faire sur soi-même, & mener une vie égale & uniforme, tant d'un jour à l'autre, que dans les differens âges; autrement on ne pourroit comparer sans beaucoup d'erreur ou d'incertitude les Transpirations de differens temps. Une alternative irréguliere d'intemperance & de sobrieté broüilleroit tout.

Il fit sur ce même sujet une autre experience, pour laquelle l'uniformité de vie n'eût pas été suffisante, il falloit encore, ce qui semblera peut-être surprenant, une grande pieté. Il trouva le premier jour de Carême 1677 qu'il pesoit 116 liv. 1 once. Il fit ensuite le Carême comme il a été fait dans l'Eglise jusqu'au 12me Siécle, il ne beuvoit ni ne mangeoit que sur les 6 ou 7 heures du soir, il vivoit de Legumes la plûpart du temps, & sur la fin du Carême de pain & d'eau. Le Samedi de Pâques il ne pesoit plus que 107 liv. 12 onc. c'est à dire que par une vie si austere il avoit perdu en 46 jours 8 liv. 5 onc. qui faisoient la 14me partie de sa substance. Il reprit sa vie ordinaire, & au bout de 4 jours il avoit regagné 4 liv. ce qui marque qu'en 8 ou 9 jours il auroit repris son premier poids, & qu'on répare facilement ce que le jeûne a dissipé. En donnant cette experience à l'Academie, il prit toutes les précautions possibles pour se cacher, mais il fut découvert. Il est

assés rare, non qu'un Philosophe soit un bon Chrétien, mais que la même action soit une observation curieuse de Philosophie, & une austerité Chrétienne, & serve en même temps pour l'Academie & pour le Ciel.

Il avoit fait de pareilles observations sur la saignée, que 16 onces de sang, par exemple, se réparoient en moins de 5 jours dans un sujet qui n'étoit nullement affoibli; il reste à sçavoir en combien de temps se feroit cette réparation dans un Malade, & il est clair que de pareils principes décideroient la grande question de l'utilité ou du danger de la saignée, & regleroient les ménagemens qu'il y faut apporter. Mais il s'en falloit bien que M. Dodart lui-même, malgré le long-temps qu'il avoit donné à ces sortes d'experiences, en eût encore fait assés. Il paroît par ce que j'en ai pû recueillir qu'ordinairement le fort de la Transpiration est dans les premieres heures qui suivent un bon repas, quoique Sanctorius le mette à peu prés vers le milieu de l'intervalle de deux repas. Toute cette matiere est encore pleine d'incertitude, & si l'on pese bien la difficulté de rassembler autant de faits qu'il en faudroit selon les differens âges, les temperamens, les climats, les saisons, &c. elle est si grande, que c'est presque un sujet de desespoir pour les Physiciens.

M. Dodart avoit eu la pensée de faire une Histoire de la Medecine. M. le Clerc Medecin de Geneve, frere de l'illustre M. le Clerc de Hollande, a dignement executé ce grand dessein, & il dit dans sa Préface qu'il avoit appris qu'il s'étoit rencontré dans cette entreprise avec le *sçavant* M. Dodart. On a trouvé dans ses papiers plusieurs Memoires qui y avoient rapport, par exemple, sur la Diéte des Anciens, sur leur Boisson & leur Ptisane. Les recherches de la Transpiration y devoient entrer aussi.

Il pensoit encore à une Histoire de la Musique ancienne & moderne, & ce qui a paru de lui dans les Memoires de cette Academie sur la formation de la Voix, en étoit un Préliminaire. C'est peut-être affliger le Public que de lui annoncer ces differens Projets, demeurés sans execu-

tion entre des mains si sçavantes, mais il n'y a point d'habile homme qui ne lui ait donné les mêmes sujets de déplaisir ; le genie & le sçavoir fournissent plus de desseins, & inspirent même un courage plus entreprenant, que ne comporte à la rigueur la condition humaine, & peut-être ne feroit-on pas tout ce qu'on peut, sans l'esperance de faire plus qu'on ne pourra.

Toutes ces entreprises commencées, & qui ne prenoient rien sur les devoirs, marquent assés combien M. Dodart étoit laborieux. Ses plaisirs & ses amusemens étoient des travaux moins penibles, tels que de simples lectures, mais toûjours instructives & solides. Il lisoit beaucoup sur les matieres de Religion, car sa pieté étoit éclairée, & il accompagnoit de toutes les lumieres de la Raison la respectable obscurité de la Foi.

Il étoit le Medecin d'un aussi grand nombre de Pauvres, & peut-être même d'un plus grand nombre qu'il ne le pouvoit être de la maniere dont il l'étoit. Il ne les guerissoit pas seulement, il les nourrissoit ; aussi avoit il été obligé d'associer à ses entreprises de charité plusieurs personnes de consideration, & d'aller mandier lui-même du secours pour être plus état d'en donner.

Agé de prés de 73 ans, aprés de longues douleurs de Nephretique dont on ne s'appercevoit presque point, il crut avoir la Pierre, & se résolut sans peine à l'operation. Me la Princesse de Conty fit tout ce qu'il eût fallu faire pour calmer l'esprit le plus agité & le plus inquiet, & le fit avec d'autant plus de generosité que les dispositions du Malade l'y obligeoient moins. Elle l'assura que M. Dodart son fils rempliroit sa place auprés d'elle, & qu'elle donneroit à Melle Dodart sa fille une pension qui suppléroit à la modicité du bien qu'il lui laissoit. Il n'avoit que ces deux Enfans tous deux d'un premier lit.

On reconnut ensuite qu'il n'avoit point la Pierre. Il étoit destiné à perdre la vie de la maniere du monde la plus heureuse, par une action de charité. Un jour il s'exceda de fatigue pour des Pauvres qu'il traitoit, prit

beaucoup de froid, & revint chés lui à jeun à 5 heures du soir. La fiévre qui se déclara aussi-tôt, & une fluxion de poitrine l'emporterent en 10 jours. Il mourut le 5 Novembre 1707, 7 jours avant nôtre Assemblée publique de la S. Martin, circonstance favorable à l'honneur de sa memoire, car comme je ne me sentis pas capable de faire son Eloge en si peu de temps, M. l'Abbé Bignon le fit presque sans préparation, tel que son cœur le lui dicta, & M. Dodart est jusqu'ici le seul qui ait eu cet avantage.

Tant que sa maladie dura, Me la Princesse de Conty envoyoit à chaque moment sçavoir de ses nouvelles, dés qu'il fut mort, elle executa tout ce qu'elle avoit promis. On pourroit croire que tout cela n'est parti que de la bonté generale de cette Princesse, ou d'une certaine generosité indifferente, mais des larmes ne peuvent venir que du fond du cœur, quand aucune bien-séance ne les demande, & qu'au contraire l'extrême inégalité des personnes semble s'y opposer. A l'éloquence naturelle qu'elles ont pour faire un Eloge, se joint le prix que leur donnent les yeux qui les ont versées.

M. Dodart étoit né d'un caractere serieux, & l'attention Chrétienne avec laquelle il veilloit perpetuellement sur lui-même n'étoit pas propre à l'en faire sortir, mais ce serieux, loin d'avoir rien d'austere ni de sombre, laissoit paroître assés à découvert un fond de cette joïe sage & durable, qui est le fruit d'une raison épurée, & d'une conscience tranquille. Cette disposition ne produit pas les emportemens de la gaïeté, mais une douceur égale, qui cependant peut devenir gaïeté pour quelques momens, & par une espece de surprise, & de tout cela ensemble se forme un air de dignité qui n'appartient qu'à la vertu, & que les dignités même ne donnent point. Encore une chose, qui, quoiqu'infiniment moins considerable, sied bien, & que M. Dodart avoit parfaitement, c'est la noblesse de l'expression. Outre qu'elle tient je ne sçai quoi de celle des mœurs, elle fait foi que l'on a vêcu dans un monde choisi, car ce n'est que là qu'elle se prend, ou

ſe perfectionne. Il avoit de plus une grande facilité naturelle de parler, à laquelle il joignoit le rare merite de n'en abuſer jamais, & il s'étoit fait un ſtile, qui ſans être affecté, n'étoit cependant qu'à lui.

Il poſſedoit ſouverainement les qualités d'Academicien, c'eſt à dire d'un Homme d'eſprit, qui doit vivre avec ſes pareils, profiter de leurs lumieres, & leur communiquer les ſiennes. On n'aime pas tant en ce genre à recevoir qu'à donner, quoiqu'il ſoit plus difficile de donner comme il faut, que de recevoir. Si l'on a de la peine à faire le perſonnage d'inferieur, quand on reçoit, on en a encore plus à ne pas faire celui de ſuperieur, quand on donne. M. Dodart entendoit parfaitement tous les deux, il propoſoit ſes vûës avec une modeſtie qui faiſoit preſque en leur faveur l'effet d'une nouvelle preuve, & il entroit dans ce qui étoit propoſé par les autres, comme s'il n'eût ſçû que ce qu'il apprenoit d'eux en ce moment. Il aimoit à emprunter & à faire valoir leurs idées, & il auroit plutôt affecté que manqué l'occaſion de leur en rendre une eſpece d'hommage. Il ſeroit inutile de faire une plus longue peinture de ſes mœurs, tout partoit d'un ſeul principe, un cœur naturellement droit & noble avoit été continuellement cultivé par la Religion.

Sa place de Botaniſte Penſionnaire a d'abord été remplie par M. Burlet, auparavant ſon Eleve, mais parceque M. Burlet étoit premier Medecin du Roi d'Eſpagne, il a été déclaré Veteran, & la place de Penſionnaire a été donnée à M. Morin, Medecin de l'Hôtel-Dieu, qui étoit Aſſocié Botaniſte.

FIN.

MEMOIRES



MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIREZ DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCVII.

OBSERVATIONS

De la quantité de pluïe qui est tombée à l'Observatoire pendant l'année 1706, & sur le Thermometre & le Barometre.

PAR M. DE LA HIRE.



LES Observations que je fais depuis long-tems de la quantité d'eau qui tombe sur la terre pendant chaque année, & dont je donne le résultat dans les Memoires de l'Academie au commencement de l'année suivante, ont excité plusieurs Curieux en differens endroits du Royaume à faire la même chose dans les lieux où ils sont. On a déja donné quelques-unes 1707. 8. Janvier.

de ces Obſervations dans nos Memoires, & on les a comparées à celles de Paris ; mais la plus conſiderable eſt celle que M. le Maréchal de Vauban a fait faire à l'Iſle en Flandres pendant 10 années de ſuite, & que j'ay rapportée il y a quelque tems, d'où j'ay conclu qu'il pleuvoit un peu plus en Flandres qu'à Paris.

Voici la continuation de ces Obſervations, leſquelles ont été faites ici pendant l'année précedente dans toutes les mêmes circonſtances, & de la même maniere que celles des années paſſées. La hauteur de l'eau qui eſt tombée à l'Obſervatoire a été en

Janvier.	8 lig. $\frac{1}{4}$	May.	23 lig. $\frac{1}{2}$	Septembre.	18 lig. $\frac{1}{4}\,\frac{1}{8}$
Fevrier.	15 $\frac{3}{4}\,\frac{1}{8}$	Juin.	21 $\frac{1}{2}$	Octobre.	19 $\frac{1}{4}$
Mars.	3 $\frac{1}{2}\,\frac{1}{8}$	Juillet.	13	Novembre.	17
Avril.	7 $\frac{1}{2}$	Aouſt.	5 $\frac{1}{4}\,\frac{1}{8}$	Decembre.	30 $\frac{1}{4}\,\frac{1}{8}$

Somme de l'eau de toute l'année 183 lig. $\frac{1}{2}\,\frac{1}{8}$, ou bien 15 pouces 3 lignes $\frac{5}{8}$.

Cette année a été fort ſéche, ſi l'on conſidere en general la quantité d'eau qui eſt tombée, laquelle eſt ordinairement de 19 à 20 pouces : mais on la doit regarder comme une des plus humides, ſi l'on fait attention que les plus grandes pluïes arrivent ordinairement aux mois de Juillet & d'Aouſt avec des orages, & que cette année il n'a plu dans ces deux mois enſemble qu'un peu plus de 18 lignes.

Ces années ſéches en eſté ſont toûjours fort avantageuſes pour les blés dans ces païs-ci, dont la plûpart des terres ſont humides & fraîches ; & alors il n'y croît point de méchantes herbes, & ils ne verſent point.

Pour ce qui eſt de la chaleur, je la meſure avec le Thermometre qu'on appelle de Florence, lequel eſt poſé dans un lieu à l'air, mais fort à l'abri du Soleil. Il eſt au 48e degré de ſa diviſion dans le fond des Caves de l'Obſervatoire, où je ſuppoſe que l'air eſt dans un état moyen de chaleur, & il commence à geler quand la liqueur deſcend dans le tuyau au 32e degré. Le plus bas où le Thermometre ſoit deſcendu au commencement de cette année a été

à 20 degrés $\frac{1}{2}$ le 21 Janvier ; mais il est presqu'aussi-tôt remonté vers le 30e degré, & la gelée n'a été que peu considerable & de peu de durée ; & dans les huit premiers jours de Fevrier, où sont ordinairement les plus grands froids, le Thermometre s'est toûjours soûtenu vers le 30e degré. Le 9 de ce même mois il étoit à 45 degrés, qui est presque l'état moyen : le reste du mois il a toûjours été vers le 30e degré, ce qui marque une foible gelée. Pour le froid de la fin de cette année, il n'a pas été considerable, puisqu'il n'a gelé que le 21 Decembre, le Thermometre étant descendu à 28 $\frac{1}{2}$. Il n'est tombé que peu de nége le 4 Fevrier.

Si le froid n'a pas été grand, & que de peu de durée, au contraire la chaleur a été tres-considerable & a duré long-temps, puisque le Thermometre s'est presque toûjours soûtenu vers le 60e degré dans les trois mois de Juin, Juillet & Aoust. Le jour le plus chaud a été le 8 Aoust, où le Thermometre étoit à 68 degrés vers le lever du Soleil, qui est l'heure où je l'observe toûjours, & où l'air est le plus froid de la journée. Ce même jour à 2^h aprés midy, qui est l'heure où l'air est le plus échauffé, le Thermometre étoit monté à prés de 82 degrés, d'où l'on connoît que la chaleur étoit tres-grande, puisque le Thermometre étoit monté de 34 degrés au-dessus de l'état moyen ; & s'il descendoit autant au-dessous en hyver, il viendroit à 14 degrés, ce qui marque ordinairement les plus grands froids que nous ressentions dans ce païs-ci.

Dans ces sortes d'Observations on doit avoir égard au vent qui cause en partie la chaleur & le froid, c'est-pourquoi j'y donne aussi beaucoup d'attention. Dans le mois de Janvier le vent a toûjours été vers l'Est, tirant tantôt au Sud, & tantôt au Nord. Au commencement de Fevrier il étoit vers l'Oüest, & dans la fin du mois vers le Nord. En Mars il a été assez variable, & principalement à l'Oüest & peu à l'Est en passant par le Nord. En Avril au commencement vers le Nord-Est, & à la fin à l'Oüest. En May le vent d'Oüest a dominé. En Juin le vent étoit

presque toûjours vers le Sud & l'Oüest. En Juillet au commencement & à la fin vers l'Oüest, & au milieu vers le Nord. En Aoust il a été presque toûjours à l'Oüest, en tirant un peu au Nord, & fort souvent au Sud, ce qui a beaucoup contribué aux grandes chaleurs. En Septembre presque toûjours au Sud-Oüest. Au commencement d'Octobre aussi au Sud-Oüest, & à la fin vers le Sud-Est. En Novembre le vent a presque toûjours été au Sud & un peu aux environs, mais principalement vers l'Oüest. En Decembre presque toûjours au Sud & au Sud-Oüest.

Le vent dominant de cette année a été le Sud-Oüest, comme il l'est ordinairement dans ces païs-ci à cause de la proximité de la mer, mais ce vent de Sud-Oüest a toûjours été tres-violent.

Il a fait quelques orages pendant l'esté, mais le plus considerable est arrivé le 27 Juillet au matin avec un tonnerre qui a fait beaucoup de desordre en plusieurs endroits.

Le Barometre qui me sert à marquer la pesanteur de l'air est toûjours placé à la hauteur de la grande Salle de l'Observatoire. Le 10 Mars le mercure y étoit élevé à 28 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$, & le 22 Decembre il y étoit descendu à 26 pouces 9 lignes: la difference entre ces deux hauteurs a donc été de 1 pouce 4 lignes $\frac{1}{2}$, ce qui est à peu prés comme l'ordinaire; mais il descend rarement aussi bas à moins que d'un tres-grand vent & qui dure long-tems vers le Sud comme il étoit alors. J'ay remarqué fort souvent que le mercure étoit fort élevé, quoique le vent fût vers le Sud, ce qui est contre la regle ordinaire.

Le tuyau du Barometre dont je me sers toûjours est fort délié & fort long, & je soupçonne qu'il y ait un peu d'air que je n'ay pû ôter; car j'en ay un autre dont le tuyau est de grosseur mediocre, où le mercure se soûtient toûjours plus de 3 lignes plus haut. On voit de la lumiere dans le vuide de ces Barometres quand on y agite le mercure, & l'un de ceux-ci est celui où M. Picard de l'Academie remarqua le premier & pour la premiere fois de la lumiere

dans le vuide des Barometres. Nous avons encore d'autres Barometres, construits d'une maniere differente de l'ordinaire, & même où l'on a laissé entrer de l'air, qui font aussi de la lumiere.

J'ay encore observé le 31 Decembre de cette année 1706 la declinaison de l'aiguille aimantée de 9 degrés 48 minutes vers l'Oüest avec la même aiguille de 8 pouces de longueur, & dans le même lieu où j'ay accoûtumé de l'observer tous les ans, comme je l'ay marqué dans les années précedentes.

EXPERIENCES NOUVELLES SUR LES HUILES,

Et sur quelques autres matieres où l'on ne s'étoit point encore avisé de chercher du fer.

PAR M. LEMERY le fils.

JE lûs le 13 Novembre 1706 un Memoire dans lequel 1707.
je tâche de prouver par des raisons fondées sur plusieurs 8. Janvier.
experiences, qu'il est tres vrai-semblable que le fer monte & s'insinuë dans le tissu des Plantes pendant qu'elles sont sur la terre, & qu'ainsi il y a tout lieu de croire que le fer qui se trouve dans leurs cendres n'est point un ouvrage du feu, mais qu'il existoit réellement dans la Plante avant qu'elle eût été brûlée. On me fit l'honneur de me proposer une objection, à laquelle j'aurois répondu dans le Memoire même, si la réponse n'eût été un peu longue par le détail d'experiences qu'elle demandoit. Voici cette réponse ensuite de l'objection telle qu'elle m'a été proposée.

Objection. M. Geoffroy a trouvé le secret de faire du fer artificiel, non-seulement avec l'huile de lin & l'argille, mais encore avec les huiles de vitriol & de terebentine Pag. 285. & 286. des Memoires de 1704.

mêlées ensemble, & poussées par un grand feu ; & ainsi, dit-on, le fer qui se trouve dans les cendres d'une Plante, s'est aussi formé des principes mêmes de cette Plante pendant la calcination.

Avant que de répondre à cette objection, je suis bien-aise de marquer publiquement le cas singulier que je fais des experiences de M. Geoffroy en general, & en particulier de celles qu'il nous a données sur le fer. Ces dernieres ont fourni des vûës nouvelles pour faire quantité d'autres experiences ausquelles on n'auroit peut-être jamais pensé sans cela ; & quoique nous pensions bien differemment l'un & l'autre sur le fer qu'on retire du mêlange des matieres dont il a été parlé, cependant j'ose dire que je lui dois en quelque sorte le sentiment où je suis sur ce sujet, puisque je ne m'y suis particulierement attaché qu'aprés quelques experiences nouvelles que je n'aurois jamais faites ni même imaginées, si je n'y avois été conduit par ses propres experiences. Au reste comme ce n'est point l'envie de le critiquer, mais seulement d'éclaircir la verité qui me fait prendre la liberté de proposer mes conjectures, j'espere que s'il n'approuve pas mes raisons, du moins approuvera-t-il le motif qui me fait agir.

Réponse. Je réponds donc que les matieres dont M. Geoffroy se sert, & qu'il mêle ensemble pour la production de son fer artificiel, sont toutes soupçonnées, & à juste titre de contenir réellement du fer.

Je ne dis encore que soupçonnées, quoique je pusse dire beaucoup plus, comme on le verra par la suite : mais enfin quand il n'y auroit qu'un simple soupçon à ce que j'avance, pourvû qu'il fût bien fondé, puisqu'avec ce soupçon on auroit tout lieu de douter que M. Geoffroy eût jamais fait un seul grain de fer ; on ne seroit pas en droit de se servir de ses experiences pour prouver que le fer qui se trouve dans les cendres des Plantes s'y est formé de la même maniere pendant le tems de la calcination, & cela d'autant moins que j'explique assez naturellement dans le Memoire du 13 Novembre 1706, de quelle maniere le fer

peut monter & s'insinuer dans tous les tuyaux d'une Plante. Je viens presentement au détail de chacune des matieres que M. Geoffroy a employées.

Et pour commencer par l'argille, pour peu qu'elle ait été desséchée, on y trouve du fer, & j'en ay effectivement trouvé : mais pour en avoir davantage, j'ay mis une certaine quantité d'argille dans un creuset, j'ay poussé la matiere par un bon feu pour en enlever l'humidité, & quand cette matiere a été bien desséchée & réduite en poudre, j'y ay passé mon coûteau aimanté qui en a enlevé avec la derniere facilité plusieurs grains. Preuve évidente que ce n'est point le mélange de l'huile de lin & de l'argille qui produit le fer, l'huile de lin par le principe du souffre qu'elle contient, & l'argille par son acide vitriolique, comme le prétend M. Geoffroy : mais bien plutôt que ce metal se trouve naturellement dans l'argille, comme dans toute autre sorte de terre.

A l'égard de l'huile de vitriol que M. Geoffroy mêle avec l'huile de terebentine, comme elle vient d'un mixte dont la base principale est du fer, & qu'elle en vient par une derniere violence de feu, je me suis imaginé qu'elle pourroit bien avoir enlevé avec elle quelques particules de fer, & pour éclaircir cette conjecture, j'ay fait les deux experiences suivantes.

J'avois de l'huile de vitriol d'une couleur tres-foncée, & qui étoit depuis long-tems dans une grosse bouteille de verre; j'ay pris le fond de la liqueur qui étoit beaucoup plus épais & plus foncé que le reste; je l'ay fait évaporer au feu de sable, il m'est resté une matiere fort noire & fort grasse au toucher, d'un goût tres-acide & piquant : j'ay mis cette matiere dans un creuset, & je l'ay poussée par un bon feu; elle a perdu sa couleur noire, sa consistance graisseuse & son goût acide, & elle est devenuë presque semblable par sa couleur à de la roüillure de fer; j'y ay passé mon coûteau aimanté qui en a attiré quelques grains.

Je ne me suis pas contenté de cette experience; j'ay pris d'une autre huile de vitriol moins foncée en couleur que

la précedente, & j'ay choisi le dessus de la liqueur, & non-pas le fond; j'ay mis cette liqueur dans une cucurbite de verre, j'y ay adapté un chapiteau & un recipient, la liqueur est montée plus claire qu'elle n'étoit auparavant, mais moins claire que l'esprit de vitriol ordinaire; j'ay trouvé au fond de la cucurbite une matiere grise, d'un goût acide, & qui s'humectoit aisément à l'air; je l'ay poussée dans un creuset par un bon feu, & elle est devenuë d'un jaune moins fort que celle de la précedente operation. Il y avoit encore dans cette matiere quelques grains qui ont été enlevez par mon coûteau aimanté; mais ces grains étoient moins abondants & plus fins que ceux de l'autre matiere: cependant en les examinant avec attention, on les voyoit distinctement attachez au coûteau; on les y voyoit sauter quand on les separoit du coûteau, & qu'on le representoit de nouveau à ces grains; enfin il ne m'est resté aucun lieu de douter que ce ne fût de veritables grains ferrugineux.

J'ay voulu ensuite essayer si l'on ne pourroit point retirer du fer non-seulement de l'huile de lin que M. Geoffroy mêle avec l'argille pour la fabrique de son fer artificiel, mais encore de l'huile de terebentine qu'il mêle avec l'huile de vitriol pour la composition du même metal, comme il a déja été dit, & enfin de plusieurs autres huiles qu'il n'a point employées; j'ay mis pour cela dans une cucurbite de verre de l'huile de lin, de l'eau commune distillée & du sel de tartre, sur lequel j'avois passé auparavant mon coûteau aimanté pour m'assurer s'il n'y avoit point quelques grains de fer, & je n'y en ay point remarqué. Ce mêlange a produit une espece de savon; je l'ay poussé par un feu de sable, la partie aqueuse a monté d'abord, ensuite la partie huileuse, mais avec peine, & elle étoit fort épaisse & rousse dans les commencemens, & noire sur la fin. Quand l'operation a été achevée, j'ay trouvé dans la cucurbite une masse noire, friable & cassante, sur laquelle j'ay versé de l'eau chaude pour dissoudre le sel de tartre qui en faisoit partie; la liqueur s'est effectivement

effectivement chargée du ſel de tartre, & en même tems d'une huile noire que ce ſel avoit diſſout. J'ay réïteré les lotions juſqu'à ce que l'eau ne prît plus de teinture, & qu'elle n'eût plus de goût. J'ay mis dans un creuſet la matiere reſtante qui étoit preſque tout à fait terreuſe; j'en ay enlevé par le feu ce qui pouvoit y être reſté d'huile & d'humidité aqueuſe, & quand elle a été refroidie, j'y ay paſſé mon coûteau aimanté qui en a attiré pluſieurs grains.

Cette experience finie, il m'eſt venu un ſcrupule ſur le fer qui s'étoit trouvé dans la partie terreuſe de l'huile de lin. J'ay craint que le mêlange du ſel de tartre avec cette huile n'eût formé le fer, ou à parler plus ſincerement, j'ay craint qu'on ne me fît cette objection. Cependant ce ſel eſt un ſel alkali, & M. Geoffroy prétend p. 284 & 285 des Mem. de 1704, qu'il faut pour la formation du fer un acide, & même un acide vitriolique. J'ay donc pris une autre voïe pour éclaircir ce doute, & pour éviter les difficultez qu'on pourroit me faire au ſujet du ſel de tartre.

J'ay mis dans une cucurbite de verre égales parties d'huile de lin & d'eau commune diſtillée, & aprés avoir adapté un chapiteau & un recipient, j'ay pouſſé la liqueur de la même maniere que dans la précedente operation: la partie aqueuſe eſt montée d'abord, enſuite la partie huileuſe, peu differente par ſa couleur de ce qu'elle étoit auparavant, mais d'une conſiſtance plus épaiſſe; il eſt reſté au fond de la cucurbite une matiere tres-viſqueuſe & tres-tenace; j'ay mis cette matiere dans un creuſet neuf ſur le feu, elle s'y eſt enflammée, & quand tout ce qu'il y avoit d'inflammable a été enlevé, j'ay retiré la matiere terreuſe qui étoit reſtée au fond du creuſet, j'y ay paſſé mon coûteau aimanté qui en a enlevé une quantité tres-conſiderable de grains ferrugineux.

J'ay fait les mêmes experiences ſur les huiles de terebentine, d'amandes douces & d'olives, & j'ay toûjours trouvé des grains ferrugineux dans leur partie terreuſe.

On voit par toutes les experiences qui viennent d'être

rapportées, que chacune des matieres dont s'est servi M. Geoffroy, prises séparément, & analysées de la maniere du monde la plus simple, donnent du fer, & qu'ainsi ce n'est point le mêlange de l'huile de lin avec l'argille, & de l'huile de terebentine avec un acide vitriolique qui produit du fer, comme le prétend M. Geoffroy. On voit aussi ce que j'avois déja avancé, que toutes les matieres dont il a été parlé sont tout au moins soupçonnées de contenir réellement du fer; il y a donc tout lieu de douter que M. Geoffroy ait fait du fer, & par consequent on ne peut pas conclure de ses experiences que le fer qui se trouve dans les cendres des Plantes, soit aussi un metal nouvellement formé.

Mais enfin supposons pour un moment que M. Geoffroy ait effectivement trouvé le secret de faire du fer artificiel en mêlant ensemble les matieres dont il a été parlé, & en les poussant par un grand feu; s'ensuit-il delà que toutes les matieres dont on tirera du fer par la calcination, n'en contenoient point auparavant, & que le fer s'y sera toûjours formé des principes mêmes du mixte unis ensemble d'une certaine maniere par l'action du feu? Il faudroit donc dire aussi que le fer qu'on retire du vitriol, du souffre commun, & de plusieurs autres mixtes, a été produit pendant que le feu a agi sur ces corps, ce qui seroit tres-faux, puisqu'on sçait qu'ils contiennent réellement du fer. Or comment prouvera-t-on que le fer qui se trouve dans les cendres des Plantes, étoit moins réellement existant dans les Plantes que le fer qu'on retire par l'analyse du vitriol, ne l'étoit dans le vitriol même? Car l'un & l'autre fer se tirent de la même maniere de ces deux matieres, c'est à dire par la voïe de l'analyse, qui ne me paroît pas produire autre chose dans l'un & dans l'autre cas, que de dégager & de desunir les parties les unes des autres: celles qui sont volatiles s'élevent, & l'Artiste ne peut pas dire qu'il les ait faites: celles qui sont fixes restent au fond du vaisseau, & je ne crois pas qu'il ait un plus grand droit d'assurer qu'elles soient son ouvrage. J'ajoûte une refle-

xion : Si l'on n'avoit pas une connoissance aussi exacte du vitriol que l'on en a, & si on n'en avoit jamais fait, celui qui l'analysant y trouveroit du fer, auroit autant de fondement d'avancer que ce fer est nouvellement formé, que le fer des cendres des Plantes ; cependant il se tromperoit, & il ne reconnoîtroit son erreur qu'en recomposant ce mineral, & en voyant de ses propres yeux que le fer en fait une partie principale. Malheureusement il n'est pas aussi aisé de faire une Plante que du vitriol, & ainsi la voïe de la composition ne peut servir dans les Plantes, comme elle sert dans le vitriol à faire connoître si effectivement le fer y est entré, & s'il y est réellement existant : mais le raisonnement nous prouve qu'il y a tout lieu de le croire, comme je l'ay prouvé dans le Memoire du 13 Novembre 1706. D'ailleurs, s'il m'est permis de dire le sentiment, ou peut-être le préjugé où je suis sur la formation des metaux, quelle apparence y a-t-il qu'il se forme du fer par la simple analyse d'une Plante ? Ce seroit certainement une double merveille que de faire du metal, & de le faire par un chemin aussi prompt & aussi aisé : mais cette voïe n'est-elle pas bien facile pour n'être pas un peu suspecte ? & croît-on qu'il n'en coûte pas davantage à la nature pour la production de ce metal dans les entrailles de la terre ? Car enfin le metal étant en general une matiere dont les parties essentielles sont dans une liaison plus étroite que celle des autres corps, il semble qu'elle demande pour sa formation une forte digestion, & par consequent une longue suite de tems. J'avoüeray, si l'on veut, que le fer en demande moins que les autres metaux : mais je ne puis concevoir qu'il ne faille pour former du fer que le tems de brûler une Plante ; & dés que je conçois aisément comment le fer peut monter dans la Plante, je trouve plus vrai-semblable de l'y croire actuellement existant, que de supposer qu'il se fasse en si peu de tems.

INCOMPATIBILITÉ GEOMÉTRIQUE

De l'hypothêse du Tournoyement de la Terre sur son centre, avec celle de Galilée touchant la pesanteur.

PAR M. VARIGNON.

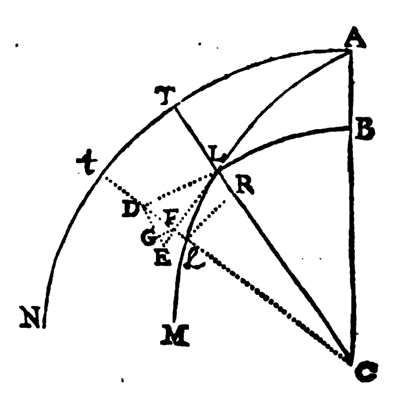
1707. 29. Janvier.

LE Pere *Riccioli* Jesuite dans son Almageste Tom. 1. Liv. 9. a fait plusieurs Argumens tirés de la chute des corps, pour prouver l'immobilité de la Terre : il paroît par les transactions Philosophiques d'Angleterre du mois de Juin 1668. que le Pere *de Angelis* Jesuate y a répondu. Je n'entreprens point ici d'examiner leurs raisons ; mais seulement d'en raporter une qui me vint il y a quelque tems en pensée en conséquence de ce que j'ay donné jusqu'ici des Forces centrales, laquelle me paroît démontrer effectivement l'incompatibilité, du moins Geométrique, du tournoyement de la Terre sur son centre, avec l'opinion de Galilée touchant la pesanteur & la chute des corps. Voici l'une & l'autre de ces hypothêses.

Premiérement celle de Galilée touchant la chûte des corps, est d'en regarder la pesanteur comme une force constante & toûjours la même, en vertu de laquelle les hauteurs parcouruës (à compter du commencement des chutes) sont entr'elles comme les quarrés des tems employés à les parcourir.

Secondement dans l'hypothêse du Tournoyement de la Terre sur son centre, on suppose non-seulement ce tournoyement uniforme, mais encore que la Terre emporte son Atmosphere d'une vitesse proportionnée à la distance où chacune des parties de cet Atmosphere se trouve de son centre.

D'où l'on voit que dans ces deux hypothêses à la fois, un corps tombant de A, par exemple, sur la Terre dont C soit le centre, sur lequel elle tourne de A vers N, doit décrire une Courbe ALM telle qu'en prenant l'arc circulaire AT décrit du centre C par A, pour le tems employé à tomber de A en L; les hauteurs parcouruës TL, ou AB en faisant aussi l'arc LB du centre C, doivent être par tout entr'elles comme les quarrés de AT, c'est à dire $TL = AT \times AT$: Et cela par le moyen d'une pesanteur constante & toûjours la même, laquelle tende sans cesse au centre C.



Or je dis que cela est impossible. Car en appellant AC, a; AT, t; & CL, y; l'on auroit $t = \sqrt{a-y}$, ou $t = \sqrt{ap-py}$ en prenant p pour l'unité. Et par conséquent $dt = \frac{-pdy}{2\sqrt{ap-py}}$, ou $dt^2 = \frac{ppdy^2}{4ap-4py} = \frac{pdy^2}{4a-4y}$, ou bien aussi $dy^2 = \frac{4a-4y}{p} \times dt^2$.

Mais si l'on conçoit Ct indéfiniment proche de CT, avec le petit arc lR décrit du centre C; & qu'on appelle Rl, dx; & Ll, ds; l'on aura $Ct\ (a).\ Cl\ (y) :: Tt\ (dt).\ Rl\ (dx) = \frac{ydt}{a}$. Et par conséquent aussi $dx^2 = \frac{yydt^2}{aa}$.

Donc $ds^2\ (dy^2 + dx^2) = \frac{4a-4y}{p} \times dt^2 + \frac{yydt^2}{aa} =$
$= \frac{4a^3 - 4aay + pyy}{aap} \times dt^2$. Donc aussi (en faisant dt constante) $dsdds = \frac{pydy - 2aady}{aap} \times dt^2$. Par conséquent $2dyds^2 - ydsdds = \frac{8a^3 - 8aay + 2pyy - pyy + 2aay}{aap} \times dydt^2 =$
$= \frac{8a^3 - 6aay + pyy}{aap} \times dydt^2$.

Or dans la quatriéme Regle générale des Forces centrales de la pag. 31. des Mem. de 1701. en prenant ainsi

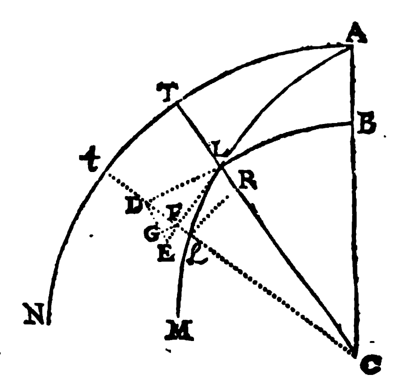
AT (qui s'y appelle $DQ = z$) pour le tems (t) que le corps décrivant met à parcourir *AL*, ou à tomber de la hauteur *TL* ou *AB*; ayant alors $dz = dt$, & par conséquent dz constante, ou $ddz = o$; cette formule se changera ici en $f = \frac{2dyds^2 - ydsdds}{ydydt^2}$, dont f exprime la force ou la pesanteur qui fait tomber le corps de *A* en *L* en tendant toûjours vers *C*. Donc cette pesanteur seroit ici $f = \frac{8a^3 - 6aay + pyy}{aapydydt^2} \times dydt^2 = \frac{8a^3 - 6aay + pyy}{aapy}$, c'est à dire, variable comme cette fraction, au lieu que dans l'hypothêse de Galilée, elle devroit être constante & toûjours la même. Donc cette hypothêse de Galilée ne convient point avec celle du tournoyement de la Terre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROL. Il faudroit pour cela que le centre de la Terre fût infiniment éloigné; parce qu'alors *CL* (y) se trouvant égale à *AC* (a), & pyy nul par raport à $8a^3 - 6aay$, l'on auroit $f = \frac{8a^3 - 6a^3}{pa^3} = \frac{2}{p}$, qui est effèctivement constante. Mais aussi pour lors la Terre ne tourneroit plus sur son centre; puisque l'arc *ATN* deviendroit une ligne droite. Donc l'hypothêse de Galilée touchant la pesanteur, ne peut convenir rigoureusement qu'avec celle de la Terre immobile, & tout au plus sensiblement avec celle de cette Terre tournante sur son centre.

SCHOL. La raison de cette variété vient de ce que le tournoyement de la Terre sur son centre *C*, emportant & faisant tourner (*hyp.*) le corps grave avec elle, ne lui permet pas de conserver tout ce que sa pesanteur lui donneroit de vitesse vers ce point, comme il lui arriveroit s'il tomboit librement & sans obstacle le long de la droite *AC* sur cette Terre immobile.

Pour le voir soit *LD* perpendiculaire en *L* sur *CT*, & qui rencontre *Ct* en *D*; duquel point *D* soit *DE* parallele à *LC*, & qui rencontre en *E* la tangente *LE*, laquelle soit aussi rencontrée par *Ct* en *F*; duquel point *F* soit faite *FG* parallele à *LD*, & qui rencontre *DE* en *G*.

Cela fait, il est manifeste que si le corps *L* qui décrit la Courbe *ALM*, étoit abandonné à lui-même en *L*, c'est à dire que s'il y étoit abandonné par sa force centrale tendante en *C*, qui par son action continuelle sur lui suivant *TC* pendant que ce rayon tournoit de *A* vers *N* autour du centre *C*, lui a fait décrire l'arc *AL*, il suivroit la tangente *LE* de cette Courbe en *L*, d'une vitesse



uniforme égale à celle qu'il a en ce point suivant cette Courbe, laquelle vitesse lui résulteroit du concours de l'effort total qu'il auroit aquis suivant *LC* depuis *A* jusqu'en *L*, & de son effort de rotation suivant *LD*; ensorte que cette vitesse suivant *LE* seroit à chacune des résultantes de ces deux efforts séparément pris, comme cette même *LE* est à chacune des droites *DE*, *LD*, qui en sont les directions. Ainsi en prenant *LE* pour l'expression de la vitesse de ce corps en *L* suivant cette même tangente *LE*, l'on aura *LD* pour la vitesse de rotation en *L* autour du centre *C*, & *DE* pour sa vitesse en ce même point *L* suivant *LC*.

Mais si l'on considére que lorsque *CT* est en *Ct*, la force suivant *DE* ou *LC*, qui par son concours avec la force de rotation suivant *LD*, auroit fait parcourir *LE* dans l'instant *Tt* au corps *L* abandonné à lui-même en *L*, se change en une autre force suivant *DF*, qui par son concours avec cette force de rotation suivant *LD*, ne permet plus à ce mobile que de parcourir *LF* pendant cet instant; on verra que sa vitesse suivant *DE* ou *LC*, se changera aussi en une autre vitesse suivant *DF* ou *lC*, laquelle sera à celle-là comme *DF* est à *DE*; & qu'ainsi la perte qui se fera alors de cette premiére vitesse suivant *DE* ou *LC*, sera à cette même vitesse comme *GE* est à *DE*, & à

celle en laquelle celle-ci se change suivant *DF* ou *lC*, comme *GE* est à *DF*. Mais parceque la ressemblance (*constr.*) des triangles *LDE*, *FGE*, & *FDG*, *DCL*, donne *GE*. *DE* : : *FG*. *LD* : : *FD*. *DC*. Et que *FD* est un infiniment petit du premier genre par raport à *DC*, l'on aura aussi *GE* pour un infiniment petit du premier genre par raport à *DE*, c'est à dire, pour une premiére infinitiéme de *DE*. Donc la perte de vitesse vers *C*, que le mobile fait suivant *DF* ou *DC* par le changement de sa diréction *LC* en *DC*, doit être aussi une infinitiéme du premier genre par raport à ce que ce mobile en avoit suivant *LC*. Ainsi celle-ci étant supposée finie, cette perte instantanée de vitesse en doit être un infiniment petit du premier genre, & faire une perte finie de vitesse dans un tems fini. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Cela étant, il ne doit plus paroître étrange qu'une pésanteur constante, qui dans l'hypothêse de la Terre immobile feroit parcourir au corps grave des hautéurs qui depuis le commencement de sa chute, seroient comme les quarrés des tems employés à les parcourir, ne lui fasse pas parcourir de tels espaces dans l'hypothêse de la Terre tournante sur son centre, & qu'il lui faille pour cela dans cette derniére hypothêse une pesanteur variable de la maniére qu'on l'a vû ci-dessus.

Il est pourtant à remarquer, suivant la démonstration précédente, que dans l'hypothêse de la Terre immobile les pesanteurs propres à faire parcourir aux corps graves des hauteurs qui soient comme les quarrés des tems employés depuis le commencement des chutes à les parcourir en tendant toûjours à son centre, ne seroient constantes que dans des chutes faites chacune suivant une seule & même ligne droite laquelle passât par ce centre, ou suivant des paralleles à cette ligne si ce point étoit infiniment éloigné comme on le suppose ordinairement dans la recherche de la Courbe de projéction; & que dans tout autre cas, tel qu'est celui des projéctions non verticales, ces pesanteurs seroient aussi variables sur la Terre immobile que

que si elle tournoit sur son centre, & cela selon les différentes Courbes résultantes des conditions des chutes.

On voit de tout cela que ces trois choses: 1°. La Terre tourner sur son centre de la maniére marquée ci-dessus, ou une même chute se faire en vertu d'une pesanteur agissante successivement suivant différentes directions non paralleles entr'elles; 2°. Cette pésanteur être constante; 3°. Les hauteurs parcouruës en vertu de cette pésanteur, être comme les quarrés des tems employés à les parcourir: sont geométriquement incompatibles ensemble, & qu'elles ne peuvent ainsi compatir que deux à deux.

OBSERVATION SUR UN ANEVRISME.

PAR M. LITTRE.

UN homme âgé de 56 ans, qui avoit toûjours eu de la santé & de l'embonpoint, me fit appeller le dix Juillet dernier. Je le trouvai auprés du feu dans un fauteüil où il étoit assis depuis 4 mois, ne pouvant ni se tenir au lit, ni se promener, parcequ'il étouffoit, dés qu'il étoit couché, & qu'il ne pouvoit marcher, sans s'exposer à tomber en défaillance. 1707. 1. Fevrier.

Il me dit qu'il dormoit fort peu, que son sommeil étoit leger & interrompu; qu'il avoit extrêmement maigri; qu'il étoit tres foible, & qu'il tomboit quelquefois en défaillance, même étant dans son fauteüil, quoiqu'il prît des alimens fort nourrissans & en assés grande quantité; que sa respiration étoit difficile; qu'il ne pouvoit tourner ni fléchir le cou & la tête qu'avec beaucoup de peine; que depuis 5 mois il avoit une tumeur au cou, qui avoit toûjours augmenté peu à peu, quoique de temps en temps

elle diminuât fort sensiblement, mais cette diminution n'étoit pas de durée, la tumeur revenant bien-tôt à son premier volume. Il y sentoit de la douleur, principalement à la partie inferieure, avec un battement perpetuel, qui depuis un mois alloit toûjours en diminuant.

Je touchai son poux, que je trouvai foible. J'examinai ensuite la tumeur, qui étoit en partie au cou & en partie sur la poitrine. Cette tumeur étoit molle, & cedoit à la pression des doigts, mais elle revenoit à son premier état, dés que je cessois de la presser. J'y sentis un petit battement, qui répondoit exactement à celui des arteres : la couleur de la peau qui la couvroit, étoit naturelle. Toutes ces circonstances me firent juger, que cette tumeur étoit un vrai Anevrisme, c'est à dire, formé par la dilatation extraordinaire de quelque artere.

Je demandai au Malade, s'il avoit reçû quelque coup au cou ou à la poitrine, ou s'il avoit fait des efforts violens en toussant, en éternuant, en vomissant, &c. Il me répondit qu'il n'avoit jamais reçû de coups, mais qu'il avoit fait pendant 5 jours de grands efforts & presque continuels pour vomir & pour aller à la selle, effet des pillules qu'un Charlatan lui avoit données, pour le guerir d'un rhûmatisme; que trois semaines aprés il avoit commencé à sentir vers le milieu de la poitrine, un battement qu'il n'y avoit pas encore senti; qu'un mois & demi ensuite une difficulté de respirer avoit succedé à ce battement, & que la difficulté de respirer avoit été suivie trois mois aprés d'une tumeur au cou; que le battement & la difficulté de respirer avoient toûjours augmenté insensiblement, jusqu'à ce que cette tumeur y eût paru; qu'alors il n'avoit plus senti le battement de la poitrine, & qu'il avoit commencé d'en sentir un nouveau au cou à l'endroit de la tumeur; que la difficulté de respirer n'avoit plus augmenté, mais qu'elle persistoit seulement dans le même état.

Je conseillai au Malade de prendre peu d'alimens, ou d'en prendre de peu nourrissans, ou de se faire saigner de temps en temps, s'il prenoit beaucoup de nourriture. Je lui

conſeillai auſſi de faire appliquer ſur la tumeur un bandage qui ne la comprimât pas, mais qui ſoûtint ſimplement les tegumens, afin que réſiſtans davantage à l'impulſion du ſang, ils apportaſſent quelque retardement à l'accroiſſement de la tumeur.

Le Malade m'ayant fait rappeller 15 jours aprés ma premiere viſite, me dit, que ſes défaillances étoient plus grandes & plus frequentes. Je le trouvai beaucoup plus foible, & la tumeur plus groſſe ; je n'y ſentis plus de battement ; la peau étoit livide du côté de l'aiſſelle droite de la largeur de 3 pouces. Il y avoit au milieu de la partie livide 2 trous preſqu'imperceptibles, par où il ſuintoit de temps en temps quelques goutes de ſang. Ces nouveaux accidens étoient apparemment cauſés par les medicamens acres, qu'un nouveau Charlatan avoit appliqués ſur la tumeur pour la faire réſoudre ou ſuppurer, ne connoiſſant pas ſans doute la nature du mal, ou ignorant que les vrais Anevriſmes ne ſe gueriſſent, ni par des medicamens réſolutifs, ni par des ſuppuratifs.

Le ſur-lendemain il ſurvint une gangrene ſeche à la partie livide de la tumeur, & le malade mourut trois jours aprés. J'ouvris ſon cadavre, qui étoit ſi maigre, qu'il n'avoit preſque que la peau colée ſur les os. Je ne remarquai rien d'extraordinaire aux parties contenuës dans la cavité du ventre, ni dans celles du crane, ſinon qu'il y avoit peu de ſang dans leurs Vaiſſeaux, auſſi-bien que dans ceux de la face & des extremités.

Avant que d'ouvrir la poitrine, je détachai avec un ſcalpelle les tegumens qui couvroient la tumeur, excepté à l'endroit gangrené où je les laiſſai, n'étant pas poſſible de les en détacher ſans couper ou déchirer une partie de la tumeur, tant leur union avec cette tumeur étoit étroite ; je ſeparai enſuite la tumeur du cou, des clavicules & des parties exterieures de la poitrine ; elle étoit encore fort adherante dans les endroits qui touchoient aux côtes, au ſternum & aux clavicules, où elle étoit rongée & les os cariés, le reſte de la tumeur étoit peu adherant. Les par-

ties molles situées sur la poitrine au-dessous de la tumeur, étoient abbreuvées d'une serosité jaunâtre.

Je levai enfin le sternum avec une partie des côtes & des clavicules qui y sont attachées de côté & d'autre, pour avoir la liberté de bien examiner les parties renfermées dans la cavité de la poitrine, & d'enlever la tumeur toute entiere.

J'observai, 1°. Que le poûmon étoit sec, fletri & affaissé, & que le tronc & les branches de ses vaisseaux sanguins avoient entr'eux leur proportion naturelle.

2°. Qu'il y avoit une cuillerée & demie de serosité dans la cavité du pericarde, & que le cœur n'avoit point du tout de graisse.

3°. Que le tronc de l'aorte depuis 9 lignes au-dessus du cœur jusqu'à l'endroit où il prend le nom d'aorte descendante, avoit ses tuniques beaucoup plus minces & étoit fort dilaté, de sorte que presque toute la dilatation s'étoit faite en devant & en haut, & que les 3 branches qui composent l'aorte ascendante, & qui partent d'ordinaire de la partie superieure moyenne du tronc de l'aorte, se trouvoient placées dans la partie posterieure de ce tronc.

4°. Que la partie dilatée du tronc de l'aorte s'élevoit jusqu'à la machoire inferieure en couvrant le devant & les deux côtés du cou, en se rabattant sur toute la partie superieure anterieure de la poitrine depuis une aisselle jusqu'à l'autre, & en formant une poche assés semblable à une bouteille, dont le cou auroit été au dedans de la poitrine & le fond au dehors. Cette poche avoit 9 pouces & demi de longueur depuis le tronc de l'aorte pris dans sa grosseur ordinaire, jusqu'à la machoire inferieure. Elle étoit large de 2 pouces en son commencement, & de 3 à la sortie de la poitrine. Son diametre sur le cou étoit de 9 à 10 pouces, & de 13 sur la poitrine. Enfin cette poche avoit au cou un demi-pied de profondeur, & sept pouces & demi sur la poitrine.

5°. L'épaisseur des parois de cette poche étoit si differente, qu'on y en remarquoit presque de toute sorte, de-

puis la cinquiéme partie d'une ligne jusqu'à dix lignes. Les endroits les plus minces, aussi-bien que les plus épais, étoient hors de la poitrine : les plus minces principalement dans la partie gangrenée, & les plus épais dans la partie située sur la poitrine.

6°. Qu'il y avoit au dedans de cette poche environ 2 pintes de sang, dont un tiers étoit noir, caillé & fort adherant à sa surface interieure : le second tiers étoit d'un rouge brun & à demi caillé : le troisiéme étoit liquide, & avoit à peu prés la couleur & la consistance naturelle.

Enfin la surface interieure de la poche du tronc de l'aorte étoit lisse & polie en certains endroits, & inégale en d'autres. L'égalité de cette surface étoit naturelle, & elle dépendoit de la tunique interieure de la poche qui s'étoit conservée entiere. L'inégalité de la même surface étoit contre nature, & elle dépendoit de 2 causes ; sçavoir, de l'érosion d'une partie des tuniques propres de la poche & de l'adherance de certaines fibres, qui ne differoient de celles des polypes du cœur, &c. qu'en ce qu'elles étoient plus grosses, plus distinctes, plus fermes & plus rouges. Ces fibres composoient plusieurs plans, qu'on separoit facilement les uns des autres.

Aprés avoir exposé la maladie de cet homme avec les simptomes dont elle a été suivie, & avoir rapporté ce que j'ay observé d'extraordinaire dans son cadavre ; je vais tenter d'expliquer la cause de cette maladie, & de rendre raison de ses principaux accidens.

Les pillules que cet homme avoit prises étant composées de purgatifs fort violens, comme il est aisé d'en juger par la violence de leurs effets, ont vrai-semblablement donné lieu à la dilatation extraordinaire du tronc de l'aorte. Voici mes conjectures.

1°. Dans les efforts que ces pillules lui ont fait faire pour vomir & pour aller à la selle, le diaphragme s'étant contracté avec violence, a serré & comprimé fortement l'aorte descendante, & y a presque intercepté le cours du sang. Alors le sang poussé du cœur dans le tronc de l'aorte, ne

trouvant que les branches de l'aorte ascendante libres, mais insuffisantes pour le recevoir, il falloit necessairement qu'il forçât le tronc & les branches pour se faire un passage. Or si les parois du tronc se sont trouvées à proportion plus minces, ou d'un tissu moins serré que les branches, le tronc a dû se dilater & non-pas les branches; & cette dilatation a dû se faire seulement dans les parties les plus foibles du tronc, sçavoir, dans ses parties moyenne & gauche anterieures, comme il a été remarqué. Ces 2 parties ayant été une fois forcées par l'impulsion & la quantité extraordinaire du sang, n'ont plus été en état de lui résister, quoiqu'il n'y ait été poussé que par force & dans la quantité ordinaires, par consequent elles ont dû prêter & se dilater de plus en plus dans la suite.

2°. Les mêmes efforts causés par les pillules ont pû exciter beaucoup d'agitation dans les esprits animaux, les déterminer à couler dans le cœur en plus grande quantité & avec plus de vîtesse que de coûtume, à rendre ses contractions plus fortes & plus frequentes, & par consequent à faire lancer plus de sang & avec plus d'impetuosité dans le tronc de l'aorte, à forcer ses parois de se dilater pour le recevoir, & par-là donner lieu à la dilatation extraordinaire de cette artere.

La partie posterieure du tronc de l'aorte ne s'étoit presque point dilatée, parcequ'elle s'est trouvée plus épaisse & d'un tissu plus serré. Or parceque le tronc s'est dilaté en enhaut, les trois branches qui composent l'aorte ascendante ont dû necessairement se trouver placées à sa partie posterieure.

Les parois de la poche de l'aorte étoient tres-minces en certains endroits, & fort épaisses en d'autres. Les endroits qui étoient minces, l'étoient pour 2 raisons. 1°. Parcequ'il n'y avoit que les simples tuniques de l'artere. 2°. A cause de l'extrême dilatation, que ces tuniques avoient souffert par l'impulsion du sang, & par son amas dans la cavité de la poche.

Les parois de la poche étoient épaisses aux endroits où

les fibres polypeuſes s'étoient attachées à ſa ſurface interieure, & l'épaiſſeur y étoit plus ou moins grande, ſuivant qu'il y avoit plus ou moins de ces fibres poſées les unes ſur les autres. Ces fibres, de même que celles des polypes, devoient avoir été formées par la lenteur du mouvement du ſang, par la groſſiereté & la viſcoſité de ſes parties, & par la convenance de leurs ſurfaces.

La lenteur du mouvement du ſang pouvoit encore lui avoir donné lieu de s'amaſſer dans la poche, de s'y coaguler, d'y cauſer de foibles battemens, & de ſe ſeparer d'une partie de ſa ſeroſité. Le mouvement du ſang étoit lent dans la poche, parcequ'elle alloit toûjours en s'élargiſſant, & que ſon fond étant aveugle, il falloit que le ſang en ſortît par le même endroit qu'il y étoit entré. Or le ſang qui avoit été lancé dans la poche par une contraction du cœur, étoit empêché d'en ſortir par celui que la contraction ſuivante y pouſſoit.

Dés qu'il parut une tumeur au cou du Malade, il y ſentit un battement & n'en ſentit plus dans la poitrine, parceque l'impulſion du ſang, qui étoit la cauſe du battement, faiſoit beaucoup plus d'effort contre le fond de la poche qui formoit la tumeur, que contre les autres parties, & que ce fond alors étoit hors de la cavité de la poitrine. Le battement diminua peu à peu dans la tumeur, à meſure qu'il ſe coagula plus de ſang dans la poche, qu'il s'y forma davantage de fibres polypeuſes, & que les contractions du cœur devinrent plus foibles.

La difficulté de reſpirer n'augmenta plus aprés que la tumeur du cou eut paru, parceque l'impulſion du ſang ſe faiſant principalement en ligne droite, la poche de l'aorte, ne croiſſoit preſque dans la poitrine que ſelon ſa longueur. Ainſi lorſqu'elle fut parvenuë au cou, elle n'augmenta plus dans la poitrine, par conſequent la difficulté de reſpirer demeura dans le même état.

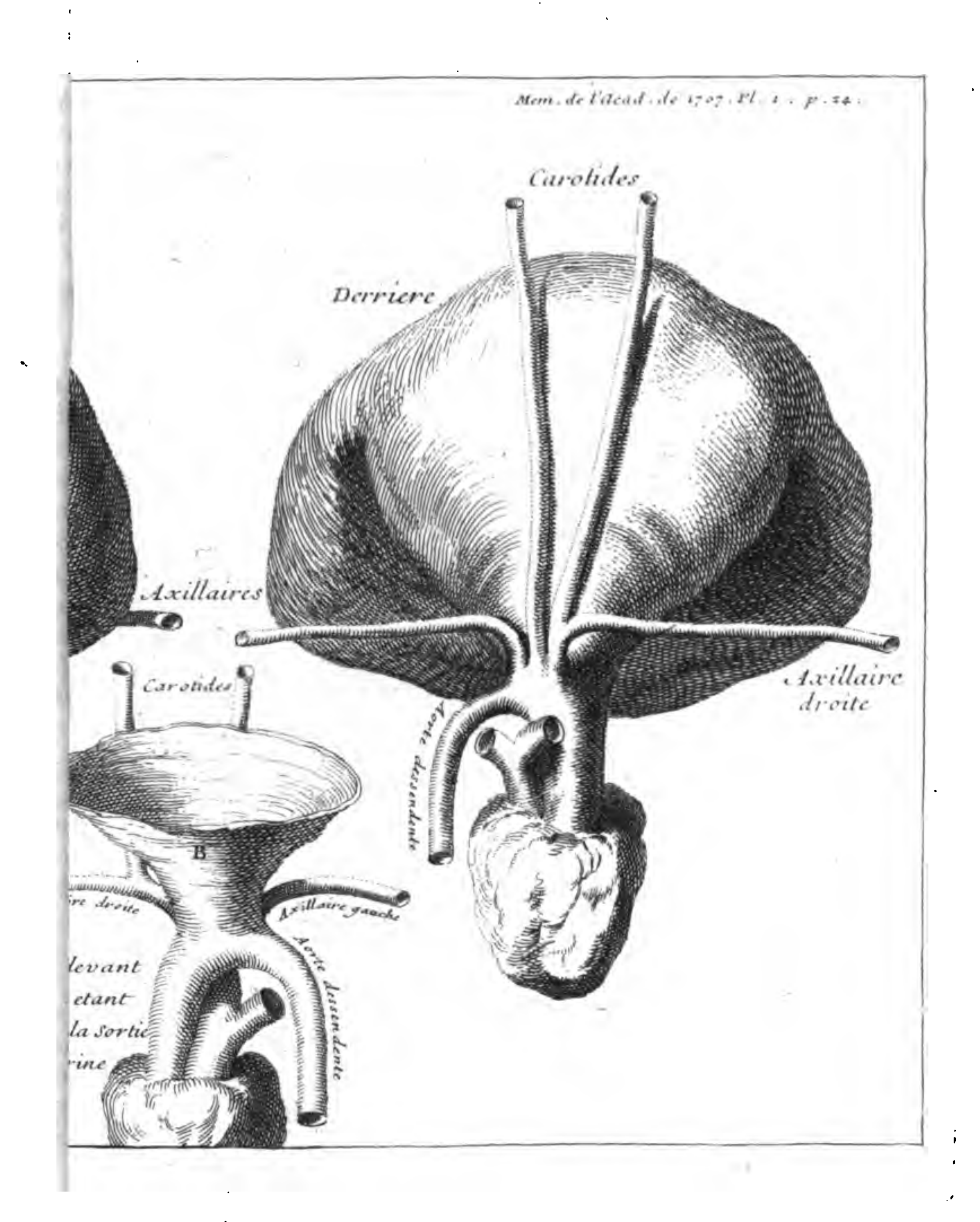
Le Malade étouffoit dés qu'il étoit couché. 1°. Parceque dans cette ſituation le ſang lancé par le cœur dans le tronc de l'aorte, ayant beaucoup plus de facilité à couler dans la poche de cette artere que dans la ſituation verti-

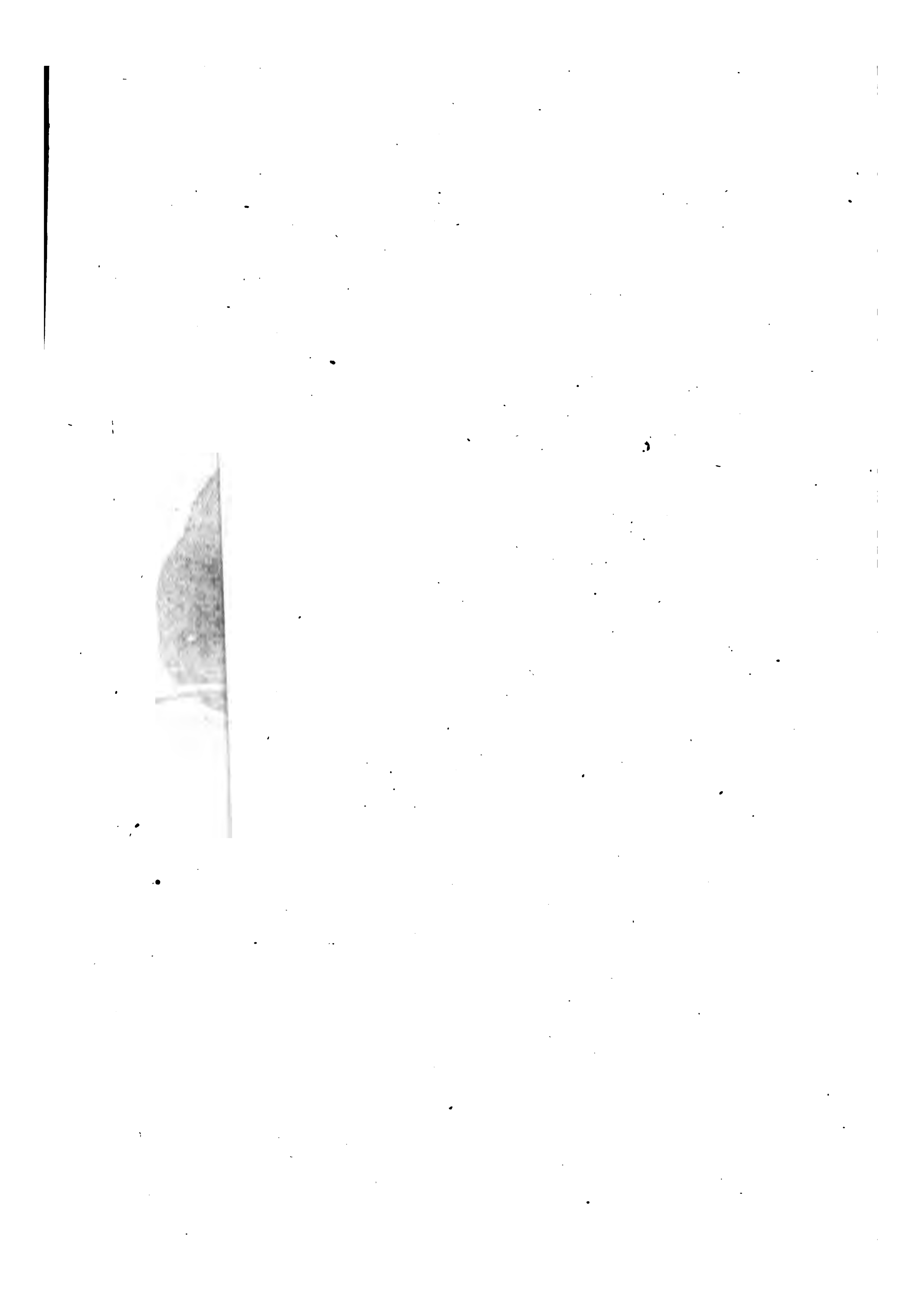
cale, il en recevoit pour lors une plus grande quantité. 2°. Parceque le sang contenu dans la partie de la poche située exterieurement sur la poitrine, tomboit alors dans la partie de la poche renfermée dans la poitrine, & de-là en partie dans le tronc de l'aorte. Enfin parceque dans la situation horizontale ou peu oblique, le sang contenu dans la partie de la poche qui formoit la tumeur du cou, pesoit beaucoup plus sur la trachée artere que dans la situation verticale, & la comprimoit par consequent davantage. Ces 3 causes devoient necessairement produire l'étouffement, que cet homme sentoit dés qu'il étoit couché.

Vers la fin de la maladie la tumeur diminuoit de temps en temps, & revenoit bien-tôt aprés à son premier volume. La tumeur diminuoit de temps en temps. 1°. Par le resserrement & la coagulation du sang. 2°. Lorsque le cœur poussoit peu de sang dans le tronc de l'aorte, ou qu'il l'y poussoit lentement & foiblement; parce qu'alors le sang contenu dans la tumeur pouvoit facilement tomber dans le tronc de l'aorte, & de-là passer dans ses branches. La tumeur pouvoit revenir à son premier volume. 1°. Par la fermentation & la rarefaction du sang. 2°. Lorsque quelque caillot de sang bouchoit sa sortie de la tumeur dans le tronc de l'aorte, de maniere qu'il permettoit bien l'entrée à de nouveau sang, mais il s'opposoit à celui qui se presentoit pour en sortir.

Les parois de la poche de l'aorte étoient rongées aux endroits où elles touchoient aux côtes, au sternum & aux clavicules, & ces mêmes endroits des os étoient cariés, parceque le tronc du corps de cet homme étant toûjours vertical, une partie du sang contenu dans la cavité de la tumeur y pesoit toûjours davantage sur les tuniques de la poche & sur le perioste de ces os, les comprimoit, & empêchoit ou retardoit le retour du sang & de la lymphe dans leurs vaisseaux, & donnoit par-là occasion à une partie de leur serosité de s'en separer. Or cette serosité étant toûjours chargée de sels qu'elle dissout & entraîne avec elle, a piqué & rongé d'abord les tuniques de la poche, ensuite

le


Mem. de l'Acad. de 1707. Pl. 1. p. 24.
Carotides
Derriere
Axillaires
Axillaire droite
Aorte descendante
Carotides
B
ire droite
Axillaire gauche
Aorte descendente
devant
etant
la Sortie
rine



le perioste, & enfin les os. Les tuniques de la poche ont été rongées en ces endroits plutôt qu'en d'autres, parce qu'y étant appuyées sur des os, elles étoient plus tenduës, résistoient davantage, & par consequent donnoient plus de prise à l'action des sels. Les parties molles situées sur la poitrine au-dessous de la tumeur, étoient abbreuvées de beaucoup de serosité, qui s'étoit extravasée à l'occasion de la compression que faisoit la tumeur sur ces parties.

Le corps du Malade avoit extrêmement maigri, quoiqu'il usât d'alimens succulens, & qu'il en prît une assés grande quantité; parceque la circulation étant beaucoup ralentie par la mauvaise disposition du tronc de l'aorte, les parties du sang ne pouvoient être ni assés brisées, ni poussées avec assés de force dans les pores des parties solides pour leur fournir une suffisante quantité de nourriture.

A l'égard de sa grande foiblesse & des défaillances qui lui prenoient souvent, elles pouvoient avoir les mêmes causes que la maigreur; outre cela les défaillances pouvoient être causées par quelques caillots de sang, qui tombant de la poche de l'aorte dans son tronc, bouchoient en partie quelqu'une de ses branches. Ces défaillances duroient jusqu'à ce que les caillots fussent rangés ou broyés, & attenués par l'impulsion du sang & par le resserrement de l'arteré.

CONSIDERATIONS

Sur la seconde inégalité du mouvement des Satellites de Jupiter, & sur l'hypothese du mouvement successif de la lumiere.

PAR M. MARALDI.

PArmi les inégalités que l'on observe dans les retours du premier Satellite à l'ombre de Jupiter, il y en a une qui dépend des configurations de cette Planete avec 1707. 9. Fevrier.

le Soleil, & la periode de cette inégalité s'acheve dans l'espace de treize mois. M. Cassini ayant découvert cette inégalité, & ayant consideré que depuis les conjonctions de Jupiter avec le Soleil jusqu'aux oppositions elle fait accelerer les Eclipses du Satellite, & qu'elle les fait retarder depuis l'opposition jusqu'à la conjonction, crut d'abord qu'on auroit pû expliquer cette apparence par le mouvement successif de la lumiere qui met moins de temps de venir à nous, lorsque Jupiter s'approche de la Terre dans les oppositions, que lorsqu'il en est plus éloigné dans les conjonctions. Mais ayant examiné plusieurs observations des autres Satellites, il changea de sentiment.

M. Romer qui examina les mêmes inégalités, trouva un si grand nombre d'observations du premier Satellite conformes à cette hypothese, qu'il la crût suffisamment établie; & il l'expliqua d'une maniere si ingenieuse, qu'elle a été depuis suivie par plusieurs Philosophes.

M. Halley dans l'extrait qu'il a fait des Tables du premier Satellite de Jupiter, s'étonne que M. Cassini dans la construction de ces mêmes Tables, qu'il dit d'ailleurs avoir trouvé tres-justes par la comparaison qu'il en a fait à un grand nombre d'observations, n'ait pas eu égard à toutes les équations que demanderoit cette hypothese. Il rapporte même quelques observations du 3ᵉ & du 4ᵉ Satellite, par le moyen desquelles il trouve la seconde inégalité de ces deux Satellites à peu prés égale à celle du premier, & conforme à ce que demanderoit le mouvement de la lumiere.

Mais comme les observations dont M. Halley se sert sont en petit nombre, & que parmi celles-ci il y en a quelqu'une qu'il ne donne pas pour bien exacte, nous nous sommes proposé d'examiner cette hypothese par un plus grand nombre d'observations; & afin de choisir celles qui sont plus propres pour cet effet, nous avons consideré les principales apparences qui en résultent.

Il suit en premier lieu de cette hypothese que les intervalles des temps entre les Eclipses doivent aller en aug-

mentant depuis l'opposition de Jupiter jusqu'à sa conjonction avec le Soleil, & doivent aller en diminuant depuis la conjonction jusqu'à l'opposition.

2°. La seconde inégalité qui arrive au premier Satellite de Jupiter dans l'intervalle de deux mois & quelques jours, c'est à dire un mois avant & un mois aprés les quadratures de Jupiter avec le Soleil, doit être environ la moitié de toute l'inégalité qui arrive entre les conjonctions & les oppositions qui est un intervalle de six mois & demi; car la variation de la distance de Jupiter à la terre qui se fait pendant deux mois proche des quadratures, est la moitié de toute la distance dont Jupiter s'éloigne de la Terre dans l'intervalle de 13 mois.

3°. Cette hypothese demande une autre inégalité qui doit faire retarder les Eclipses du premier Satellite de Jupiter depuis le Perihelie de Jupiter jusqu'à son Aphelie, & les faire accelerer depuis l'Aphelie jusqu'au Perihelie, de sorte que la periode de cette inégalité doit être de 12 années; & à l'égard des Eclipses observées proche du Perihelie, celles qui arrivent proche de l'Aphelie doivent avoir une inégalité qui seroit environ la quatriéme partie de celle qui dépend des configurations de Jupiter avec le Soleil; car cette variation se fait par la simple excentricité de Jupiter à l'égard du Soleil, qui est la quatriéme partie du demi-diametre de l'orbe annuel.

4°. Suivant la même hypothese la seconde inégalité des trois autres Satellites de Jupiter doit être égale à celle du premier, & la variation de la seconde inégalité qui se trouve dans un pareil intervalle de jours, doit être la même dans les trois autres Satellites.

Nous avons dit en premier lieu que les intervalles des Emersions du premier Satellite aprés l'opposition de Jupiter avec le Soleil doivent être plus longs que les intervalles des Immersions aprés la conjonction. Cela s'observe constamment dans le premier Satellite; par les observations de ses Eclipses faites proche de l'opposition de Jupiter, comparées avec les observations les plus proches

des conjonctions qu'on a pû faire, on a trouvé qu'entre les Eclipses qui sont proche de l'opposition & celles qui sont proche de la conjonction, il y a une difference de 14 minutes d'heure, ce qui seroit le temps que la lumiere met à parcourir une distance égale au diametre de l'orbe annuel dans l'hypothese du mouvement de la lumiere.

La même inégalité est aussi reglée à peu prés de la maniere que nous avons dit en second lieu qu'elle devoit être dans la supposition du mouvement de la lumiere; car par les observations faites un mois avant & un mois aprés des quadratures de Jupiter avec le Soleil, dans l'intervalle de ces deux mois, cette inégalité se trouve environ de 7 minutes, ce qui est la moitié de toute l'inégalité qui arrive dans l'intervalle de six mois & demi, quoique par les observations elle ne se trouve pas toûjours précisément de même. C'est de cette maniere que M. Cassini a reglé dans ses Tables la seconde équation du premier Satellite de Jupiter.

Pour ce qui est de l'inégalité qui suivant le 3e article doit résulter du different éloignement de Jupiter au Soleil, on ne voit point la maniere d'accorder l'hypothese du mouvement de la lumiere avec les observations des Eclipses du premier Satellite faites dans l'Aphelie & dans le Perihelie; car les Tables qui representent à une minute prés les observations des Eclipses faites proche de l'Aphelie, representent aussi avec la même justesse les observations faites proche du Perihelie de Jupiter, sans qu'il soit necessaire d'introduire l'équation que demanderoit la variation de la distance de l'Aphelie au Perihelie. Pour la verification de ce que nous venons de dire, nous rapporterons les observations suivantes.

L'an 1673, suivant les hypotheses Astronomiques, Jupiter étant fort proche de son Aphelie & dans son opposition avec le Soleil, M. Cassini observa l'Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le 24 Janvier à minuit 24′ 55″. Les hypotheses de M. Cassini établies l'an

1698 donnent l'Immersion de ce Satellite à minuit 25′ 18″ à un tiers de minute prés de l'observation, dont elle anticipe le calcul. L'an 1697 le 15 Janvier à 2h 44′ 47″ du matin nous observâmes une Immersion du premier Satellite de Jupiter, cette Planete étant proche de l'Aphelie. Les mêmes hypotheses donnent l'Immersion de ce Satellite à 2h 45′ 16″ à une demi-minute prés de l'observation qui anticipe le calcul. L'an 1702 le 18 Octobre Jupiter étant proche du Perihelie & proche de l'opposition avec le Soleil, M. Cassini observa l'Emersion du premier Satellite de Jupiter à 1h 4′ 31″ du matin. Le calcul tiré des mêmes Tables donne cette Emersion à 1h 5′ 2″ à une demi-minute prés de l'observation, dont elle anticipe le calcul, comme dans les observations faites lorsque Jupiter étoit proche de l'Aphelie.

Il paroît donc que les hypotheses qui ne supposent point cette nouvelle équation s'accordent précisément aux observations, au lieu qu'en introduisant l'équation que demande le mouvement de la lumiere, le calcul anticiperoit de plus de 5 minutes & demi cette derniere observation, qui est arrivée dans le Perihelie à l'égard des deux autres qui sont arrivées proche de l'Aphelie; car entre ces deux termes il y a une variation de distance, qui étant double de la simple excentricité, est un peu plus de la moitié de la distance du Soleil à la Terre.

Nous avons remarqué en quatriéme lieu que la seconde inégalité des trois autres Satellites de Jupiter devroit être égale à celle du premier; car la difference de leur distance à la Terre est si petite par rapport à la variation qui arrive à la distance de Jupiter en 13 mois, qu'elle ne peut pas faire aucune difference sensible de temps: mais cette hypothese n'est pas conforme à un tres-grand nombre d'observations des autres Satellites. Nous en rapporterons quelques-unes.

L'an 1695 le 9 Fevrier un jour aprés l'opposition de Jupiter avec le Soleil par l'observation de l'entrée du second Satellite sur le bord occidental du disque de Jupiter & par

l'obſervation de ſa ſortie, nous déterminâmes ſon arrivée au milieu de l'ombre de Jupiter à $10^h 12' 30''$. Le calcul tiré des Tables donne cette obſervation 5 minutes plus tard. Nous avions obſervé le 19 Octobre précédent l'Immerſion du ſecond dans l'ombre de Jupiter à $4^h 18' 14''$ du matin. Le calcul tiré des Tables ſans la ſeconde équation la donne le même jour à $3^h 51' 0''$. La difference entre le calcul & l'obſervation eſt $27' 14''$, qui ſeroit la ſeconde équation du ſecond Satellite de Jupiter. A cette diſtance de l'oppoſition de Jupiter avec le Soleil, la ſeconde inégalité du premier Satellite ſeroit de 9 minutes; l'équation du ſecond dans cette obſervation ſeroit donc trois fois plus grande que celle du premier, ce qui n'eſt pas conforme à l'hypotheſe du mouvement de la lumiere qui la demanderoit égale.

L'an 1696 le 13 Mars à minuit $36' 0''$, nous obſervâmes l'Emerſion du ſecond Satellite de Jupiter, laquelle arriva deux jours aprés l'oppoſition de Jupiter avec le Soleil. Cette obſervation s'accorde à une demi-minute prés avec le calcul tiré des Tables. Nous avions obſervé l'an 1695 le 20 Octobre à $5^h 33' 24''$ du matin une Immerſion du ſecond dans l'ombre de Jupiter. Le calcul tiré des Tables donne cette Immerſion à $4^h 58' 13''$, donc la difference qui eſt la ſeconde équation du Satellite eſt de $35' 11''$. L'équation du premier Satellite à cette diſtance de Jupiter à l'oppoſition avec le Soleil ſeroit de $12' 30''$, preſque deux tiers plus petite que celle que nous avons trouvée dans le ſecond.

Si l'on compare la même Emerſion du ſecond Satellite obſervée le 13 Mars proche de l'oppoſition, avec une autre Emerſion du même Satellite obſervée la même année le 12 Juillet à $8^h 24' 0''$, on trouvera entre les deux obſervations un intervalle de 120 jours 19 heures 48'; mais par le calcul il y a un intervalle de 120 jours $20^h 1'$, donc la ſeconde équation ſeroit de 13 minutes ſouſtrative & contraire à celle du premier, qui eſt environ de 10 minutes, mais additive, comme nous avons trouvé par les obſervations de

plusieurs autres années; ce qui fait aussi connoître que le terme de cette équation dans le second Satellite n'est pas toûjours si prés de l'opposition de Jupiter avec le Soleil, qu'en est le terme de l'inégalité du premier, & qu'ainsi cette seconde équation ne s'accorde pas à l'hypothese du mouvement de la lumiere.

Nous avons encore choisi differentes observations du premier, du second & du troisiéme Satellite faites à peu prés dans les mêmes jours afin de connoître par les observations immediates la variation de l'inégalité qui convient à divers Satellites dans un même espace de temps, & nous l'avons comparée ensemble pour voir si elle est égale comme elle devroit être dans l'hypothese de la lumiere.

L'an 1677 M. Cassini observa l'Emersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le 26 Aoust à $11^h\ 32'\ 50''$ de temps moyen. Il observa le même jour 26 Aoust l'Emersion du second à $8^h\ 46'\ 42''$. Le 4 Octobre de la même année il observa l'Emersion du premier à $10^h\ 3'\ 52''$ temps moyen, & l'Emersion du second le 4 Octobre $11^h\ 17'\ 37''$.

Entre les deux observations du premier Satellite il y a un intervalle de 38 jours $22^h\ 31'\ 2''$. L'intervalle calculé est 38 jours $22^h\ 30'\ 51''$, donc la variation de la seconde inégalité du premier seroit de $0'\ 11''$, qui par les Tables seroit de $2'\ 5''$. Entre les deux observations du second Satellite il y a un intervalle de 39 jours $2^h\ 30'\ 55''$. L'intervalle calculé est 39 jours $2^h\ 21'\ 18''$, donc la variation de la seconde équation du second Satellite est $9'\ 37''$ beaucoup plus grande que celle du premier. J'ay examiné plusieurs autres observations du premier & du second faites les mêmes jours, & j'ay toûjours trouvé leur seconde inégalité fort differente. Il y a aussi des observations du 3e & du 4e Satellite, qui étant comparées avec les observations du premier faites à peu prés les mêmes jours, ne donnent pas les mêmes inégalités, mais celles du 3e & du 4e Satellite sont ordinairement plus grandes que celles du premier.

Voici une des comparaisons. L'an 1688 le 30 Juillet M.

Caſſini obſerva l'Emerſion du premier Satellite de l'ombre à $12^h\ 11'\ 19''$ de temps moyen, auquel nous avons réduit les obſervations ſuivantes. Il obſerva l'Emerſion du 3ᵉ Satellite de l'ombre de Jupiter le 1 Aouſt à $1^h\ 40'\ 0''$ du matin. La même année on obſerva le 6 Septembre l'Emerſion du 3ᵉ à $9^h\ 43'\ 54''$, & le 7 Septembre l'Emerſion du premier à $10^h\ 42'\ 14''$. Entre les deux Emerſions du premier il y a un intervalle de 37 jours $22^h\ 30'\ 55''$. L'intervalle calculé ſans la ſeconde équation eſt 37 jours $22^h\ 28'\ 32''$, la difference eſt $2'\ 23''$, qui eſt la variation de la ſeconde inégalité du premier Satellite dûë à cet intervalle égale à celle des Tables qui la donnent $2'\ 16''$. Entre les deux obſervations du 3ᵉ Satellite il y a 36 jours $20^h\ 3'\ 53''$, & l'intervalle calculé ſans la ſeconde équation eſt 36 jours $19^h\ 55'\ 37''$, donc la variation de la ſeconde équation du 3ᵉ eſt $8'\ 16''$, au lieu que celle du premier n'eſt que de $2'\ 23''$, quoiqu'elle dût être un peu plus grande à cauſe du plus grand intervalle des jours qu'il y a entre les deux obſervations du premier Satellite.

Il paroît donc par les comparaiſons que nous venons de faire qu'il y a un grand nombre d'obſervations qui ne peuvent pas s'expliquer par le mouvement de la lumiere, quoiqu'il y en ait quelqu'une qui paroiſſe lui être favorable; & que par conſequent cette hypotheſe n'eſt pas ſuffiſante pour expliquer la ſeconde inégalité des Satellites. Afin qu'une hypotheſe ſoit bonne, ce n'eſt pas aſſez qu'elle s'accorde avec quelques obſervations, il faut qu'elle ne repugne pas évidemment aux autres Phenomenes.

Si l'hypotheſe du mouvement de la Terre ne pouvoit repreſenter que la ſeconde inégalité d'une ou de deux Planetes, elle ne ſeroit jamais paſſée pour bonne hypotheſe.

DE

DE L'URINE DE VACHE, DE SES EFFETS EN MEDECINE, ET DE SON ANALYSE CHYMIQUE.

PAR M. LEMERY.

L'Urine en general eſt une liqueur ſereuſe empreinte de ſel volatile & d'huile, qu'elle a priſe dans le ſang en circulant avec lui. Ces ſubſtances actives lui donnent beaucoup de vertus, & la rendent tres-propre à pluſieurs maladies. On ſçait, par exemple, que l'urine d'homme nouvellement renduë, étant buë & appliquée exterieurement, ſoulage beaucoup les gouteux, & en guerit quelques-uns; qu'elle empêche les vapeurs en levant les obſtructions, & qu'elle purge par le ventre : mais entre toutes les urines, il paroît que celle des animaux qui paiſſent l'herbe ou qui en font leur nourriture, doit être préferée pour la ſanté, puiſque c'eſt proprement un extrait des parties ſalines les meilleures & les plus ſalutaires des Plantes que ces animaux ont mangées. Je croi donc que les urines de tous les beſtiaux auroient beaucoup de bonnes qualitez pour les maladies; mais on s'eſt particulierement attaché à celle de la vache, parceque cet animal étant fort humide, aſſez melancolique & pacifique, l'on a crû que ſon urine participeroit de ſon temperament, & qu'elle auroit moins d'âcreté que les autres.

1707. 11. Fevrier.

L'uſage de l'urine de vache pour les maladies n'eſt pas ſi nouveau qu'on ſe l'imagine en France. Les Allemands s'en ſont ſervis il y a tres-long-temps. Les Medecins de Straſbourg l'ont renouvellée depuis quelques années, & nous l'avons priſe d'eux.

Comme le nom d'urine de vache donne aux malades une idée ſale & dégoûtante, on lui en a donné un plus

agreable & plus ſpecieux. On l'appelle Eau de mille fleurs. Ce nom avoit été adapté auparavant à la fiente de vache distillée, à cauſe que les vaches broutent un grand nombre d'eſpeces de fleurs dans les champs.

Le choix de l'urine de vache n'eſt pas indifferent: celle qui vient d'une vache paiſſante vaut mieux que celle d'une vache qu'on nourrit à la ville, quoiqu'on apporte de l'herbe à cette derniere. Le bon air du pâturage joint avec le diſcernement que l'animal fait des herbes eſt bien eſſentiel. Il y a même de la difference entre l'urine d'une vache qui paît dans un ſeul clos où l'on l'a renfermée, d'avec celle d'une autre vache à qui l'on a laiſſé la liberté de la campagne. L'urine de celle du clos eſt ordinairement un peu plus âcre; mais l'urine de celle qu'on nourrit dans la ville a plus d'âcreté & de force que toutes les autres, & elle échauffe davantage ceux qui en boivent. Ce qui vient apparemment de ce qu'on donne à manger à la vache de ville, outre l'herbe qu'on lui va cüeillir, du ſon, de l'avoine, du marc de biere. On choiſit donc avec raiſon l'urine nouvellement renduë d'une vache qui paît à la campagne; mais il faut prendre garde qu'elle n'habite pas dans ce temps-là avec le taureau, car alors ſon urine ſeroit un peu bourbeuſe, blanchâtre & de mauvaiſe qualité.

La vache dont on reçoit l'urine doit être plutôt jeune & graſſe que vieille & maigre. La couleur de ſon poil eſt entierement indifferente.

La ſaiſon la plus convenable pour boire de l'urine de vache eſt le Printemps, pendant que les beſtiaux mangent la pointe de l'herbe, mais on en prend auſſi en Automne. Le bon uſage de cette urine eſt d'en boire chaque matin à jeun deux ou trois verres à un quart-d'heure l'un de l'autre, aprés l'avoir paſſée par un linge, de ſe promener enſuite, & d'avaler un boüillon deux heures aprés le dernier verre.

Ce remede eſt un hydragogue, il purge beaucoup les ſeroſitez par le ventre & par les urines: on continuë à en

prendre huit ou dix jours, ou plus long-temps si l'on en a besoin. Quelques Allemands disent qu'il y a du danger de se tenir trop en repos quand on a pris de l'urine de vache, parceque si l'évacuation ne s'en est pas faite assez tôt, elle agit sur les nerfs & cause des petites convulsions. C'est ce que je n'ay point vû arriver, quoique j'en aye fait prendre à plusieurs personnes qui ne pouvoient marcher ni s'agiter.

Les maladies pour lesquelles je me suis servi de l'urine de vache sont la jaunisse, les rumatismes, la goutte, l'hydropisie, les vapeurs, la sciatique, l'asthme.

Quand le malade peut être transporté, il est bien à propos qu'il aille à la campagne pour prendre ce remede, parceque l'urine lui est apportée plus naturelle & plus nouvelle; mais j'en ay vû prendre avec succés à Paris à plusieurs personnes qui n'avoient ni la commodité ni le pouvoir d'aller à la campagne. Voici les effets que j'ay reconnus de l'usage de l'urine de vache.

J'en ordonnay le Printemps dernier à une femme attaquée d'un rumatisme qui dégeneroit en goute sciatique: elle en prit deux jours de suite seulement, étant à la campagne, aprés avoir fait les remedes generaux, elle en fut beaucoup purgée par le ventre, elle jetta une grande quantité d'eaux, & elle guerit.

Un homme qui avoit un rumatisme gouteux en prit aussi, & il s'en trouva soulagé. Plusieurs hommes sujets à la goute m'ont dit en avoir pris, & s'en être fort bien trouvez.

Une femme attaquée d'une hydropisie naissante en prit à Paris par mon conseil douze jours de suite, aprés avoir fait beaucoup d'autres remedes, elle jetta abondamment des eaux par les selles & par les urines. J'en ay fait prendre depuis ce temps-là à plusieurs autres hydropiques, elle les a purgez mediocrement & ne les a point soulagez.

J'en ordonnay le mois de May dernier à un homme âgé de soixante & douze ans, qui a depuis plusieurs années une retention d'urine, & qui est sujet à la goute; au lieu

de la prendre dans le même mois comme je l'avois recommandé, il n'en prit pas plutôt qu'au mois de Juin à la campagne, dans un temps fort chaud, & par consequent peu convenable à l'usage de ce remede. La trop grande chaleur de la saison n'empêcha pourtant pas que l'urine de vache ne lui fit du bien aux trois premiers jours, il urinoit plus aisément qu'auparavant, & il se trouvoit soulagé; mais le quatriéme jour qu'il en but, elle lui donna un grand mal de cœur, il vomit fortement & abondamment, & il eut de grandes foiblesses. On le ramena à Paris, il me dit que la cause de ce vomissement & du mal de cœur venoit de ce que l'urine qu'il avoit prise en dernier lieu étoit empreinte de la semence du taureau, qu'il s'étoit bien apperçû qu'elle étoit un peu plus trouble & plus blanchâtre qu'à l'accoûtumée, & qu'elle avoit un goût plus fade. Ce goût importun lui donna des rapports, & lui resta au moins un mois. Il demeura les trois mois suivans dans un tres-grand dégoût, & dans un abbatement considerable qui le mit en danger de sa vie. Il en a été gueri principalement par l'émetique, & par les purgations ordinaires qui ont fait revenir sa goute.

Je vis au Printemps dernier un jeune homme qui guerit d'une jaunisse qu'il avoit par l'usage que je lui fis faire de cette urine à la campagne.

J'ay remarqué que presque tous ceux qui ont usé de l'urine de vache en Esté pendant les grandes chaleurs s'en sont mal trouvez : elle les a trop purgez, & elle leur a laissé une impression de chaleur & de secheresse. Ce remede est attenuant & fondant, il est bon pour dissoudre les humeurs grossieres & visqueuses, mais il épuise & desseche trop en Esté. J'ay reconnu encore que les personnes pituiteuses, grasses, replettes, en étoient bien moins fatiguées & affoiblies que celles qui étoient maigres, grêles de corps, & d'un temperament sanguin & bilieux.

Je recommençay en Automne à faire prendre de cette urine à plusieurs malades, elle réüssit bien pour les rumatismes ordinaires.

Une femme attaquée d'asthme & d'hydropisie du bas ventre & des jambes, aprés avoir fait les remedes generaux sans diminution de son mal, prit à Paris de l'urine de vache pendant vingt jours : elle rendit à chaque jour beaucoup d'eaux par le ventre & par les urines, & elle en fut beaucoup soulagée, car son ventre & ses jambes diminuerent considerablement de volume, & sa respiration en fut plus libre : elle avoit des duretez aux cuisses, je les fis fomenter tous les jours avec les mêmes urines chaudes ; elles furent ramolies & en partie résoutes. On peut donc dire que l'urine de vache avoit bien réüssi en cette occasion ; mais l'Hyver étant venu tous les accidens de la maladie ont recommencé, & la malade est presentement aussi incommodée qu'elle étoit auparavant. Je la soulage par des vomitifs que je lui fais prendre de temps en temps, & au Printemps où nous allons entrer j'espere de la remettre à l'usage de l'urine de vache.

Une femme attaquée de vapeurs hysteriques & melancoliques, aprés avoir usé d'un grand nombre de remedes sans être beaucoup soulagée, a été guerie par l'urine de vache.

Un homme âgé de plus de soixante ans, s'étant accoûtumé à boire de son urine pendant trois jours de suite chaque mois, & s'en trouvant bien, voulut au commencement de l'Automne dernier essayer d'user de celle de vache à la campagne : il trouva qu'elle le purgeoit un peu plus que la sienne, qu'elle le faisoit uriner plus abondamment, & qu'elle l'échauffoit moins.

Plusieurs se servent de l'urine de vache en lavement, elle les purge beaucoup, mais en cela elle ne differe point de l'urine de l'homme. Un sel actif qui est toûjours contenu naturellement dans les urines, picotte & irrite la membrane interne de l'intestin, & excite l'évacuation.

Une païsane hydropique du bas ventre & des jambes depuis deux ans & demi, ayant reçû deux fois la ponction par laquelle on avoit fait sortir trente-cinq pintes d'eau à chaque fois, s'étoit mise à l'Hôtel-Dieu parceque ses jam-

bes avoient crevé, il en couloit beaucoup d'eau, & l'on craignoit que la gangrenne ne s'y mît: elle s'impatienta de ce que ſon mal tiroit trop en longueur, elle retourna à ſon Village, où elle but en cachette beaucoup de vin nouveau, elle en eut la fievre bien fort. On s'aviſa de lui faire prendre de l'urine de vache, elle en fut beaucoup purgée, ſon ventre & ſes jambes en furent deſenflées, les ouvertures s'en refermerent, elle reprit ſa force & ſon embonpoint, & l'on m'a aſſuré qu'elle travailloit preſentement à cultiver la terre comme elle faiſoit avant ſa maladie.

Je pourrois rapporter encore pluſieurs autres experiences des effets de cette urine, ſi je ne craignois d'être trop long. Au reſte je n'ay point remarqué que dans le general elle ait laiſſé beaucoup d'impreſſion de chaleur à ceux qui en ont bû, elle ne les a point affoiblis, au contraire elle les a fortifiez, & à la plûpart elle a excité de l'appetit, parcequ'elle a emporté les humeurs qui pouvoient être nuiſibles au ventricule. Il eſt vrai qu'en quelques-uns elle a excité des maux de cœur & des envies de vomir dans le temps qu'on l'a buë, ſoit à cauſe de la repugnance qu'on en a euë, ſoit parceque le ſel huileux qu'elle contient en bonne quantité a picotté & irrité les fibres des eſtomacs foibles. Je la croi un remede ſalutaire, & qui ne doit point être negligé. Il me paroît neceſſaire avant que de prendre l'urine de vache de s'être preparé par quelques purgations & autres remedes; car quand on n'a point pris cette précaution, & qu'il y a trop de plenitude dans le corps, on eſt ſujet à vomir l'urine, & elle n'agit point par bas.

Analyſe de l'Urine de Vache.

Cette urine eſt ordinairement un peu trouble, dépoſant peu de matiere quand on la laiſſe repoſer, ſe corrompant aiſément: ſa couleur eſt jaune ou citrine: ſon odeur eſt fade, un peu differente de celle des autres urines, & ayant bien du rapport à celle de la fiente ou bouzée de vache, mais moins forte. On y diſtingue même quelque

chose qui approche un peu de l'odeur du lait de l'animal nouveau tiré : son goût est un peu amer, salé & âcre, principalement quand l'urine vient d'une vache qui a été nourrie dans la ville.

On trouve à la campagne des vaches dont l'urine nouvellement renduë n'est qu'un peu amere, sans qu'il y paroisse de salure ; mais si l'on la garde quelques heures, elle devient salée & âcre.

L'urine de vache fermente avec les acides, ce qui fait connoître que le sel qu'elle contient est alkali.

J'ay mis en distillation dans des cucurbites de verre seize livres ou huit pintes d'urine de vache qu'on m'avoit apportée de la campagne, & qui avoit été renduë depuis deux jours: elle étoit claire, jaunâtre, d'une odeur ordinaire, d'un goût amer & salé avec un peu d'âcreté. J'ay fait boire à un malade deux verres de l'urine distillée, elle a purgé un peu, mais beaucoup moins que l'urine qui n'a point été distillée. Cette qualité purgative venoit apparemment d'une portion de sel volatile que l'eau avoit enlevée avec elle, car elle étoit un peu salée.

J'ay continué la distillation de l'urine, j'en ay tiré en la maniere ordinaire beaucoup de sel volatile & d'huile trespenetrants, & qui n'ont en rien differé du sel volatile & de l'huile qu'on tire de l'urine de l'homme. Il est resté au fond du vaisseau une masse seche, rarefiée, noire, pesant quatre onces, d'un goût amer & salé ; je l'ay mise calciner à feu ouvert dans un pot qui n'étoit point vernissé, elle s'est allumée, elle a jetté des fumées, & sa couleur est devenuë grise blanchâtre ; j'en ay tiré par la lessive trois onces & deux dragmes & demie d'un sel fixe privé d'odeur, blanc, âcre & alkali. Il peut servir comme les autres sels fixes à exciter l'urine, si l'on en prend demi dragme ou deux scrupules à la dose.

J'ay fait secher les cendres restées aprés l'extraction du sel, j'en ay eu trois dragmes & dix-huit grains : elles sont grises sans odeur ni saveur ; je les ay fait toucher au couteau aimanté & même à la pierre d'aimant, mais il ne s'y est fait aucune attraction.

J'ay experimenté par occasion si l'aimant attireroit quelque chose de la corne de cerf calcinée, de l'yvoire brûlé, du crane humain calciné, des os ordinaires brûlez, des coquilles d'huitre calcinées, & des cendres de plusieurs autres parties d'animaux, je n'y ay apperçû aucune attraction ni jonction.

ECLAIRCISSEMENS TOUCHANT LA VITRIFICATION DE L'OR AU VERRE ARDANT.

PAR M. HOMBERG.

1707. 16. Fevrier. UN Philosophe Hollandois, qui a vû une partie de mes experiences faites au verre ardant, me demanda par Lettres il y a environ deux mois quelques éclaircissemens sur la vitrification de l'or au Soleil, & il me fit en même temps l'objection suivante, sçavoir; qu'il avoit observé pendant que l'or étoit en fonte au Soleil, qu'il voloit de temps en temps quelque petit flocon de cendres sur cet or, qui dans le même instant se fondoit & disparoissoit, ce qui lui avoit fait penser, qu'il pourroit bien être, que l'or restant long-temps exposé au Soleil, beaucoup de ces petits flocons de cendres se fondant successivement & restant sur cet or fondu, pouvoient se ramasser & se réünir en une seule goute sensible de matiere vitrifiée, & composer cette larme de verre qui nage sur cet or, que j'aurois pris pour une veritable vitrification de l'or par les rayons du Soleil, & qui dans le fond ne seroit qu'une vitrification des cendres du charbon qui soûtient cet or pendant qu'on l'expose au foyer du verre ardant.

Je répondis à cette objection, que ce verre ne pouvoit pas être produit par les cendres qui auroient volées sur l'or fondu, par la raison, qu'il devroit arriver une vitrifica-

tion

tion pareille sur l'argent que l'on tient pendant quelque temps en fonte au Soleil, sur lequel les cendres voloient avec la même liberté que sur l'or fondu, & que cependant on n'observoit pas de matiere vitrifiée sur l'argent, quelque long-temps qu'on l'exposât au Soleil, ce qui devroit pourtant arriver, puisque la même cause appliquée dans les mêmes circonstances produit toûjours les mêmes effets.

J'ay reçû depuis une autre Lettre de la même personne, dans laquelle on n'insiste plus sur la premiere objection; mais on me demande des éclaircissemens plus amples du même fait, & l'idée que je pourrois avoir de la maniere que l'or se détruit au Soleil & se change en verre. Je lui ay fait la réponse suivante.

Le fait en question est, que l'or fin fondu au Soleil fume beaucoup, qu'il diminuë peu à peu en fumant jusques à entiere déperdition de la substance de l'or, & qu'il reste un peu de verre qui ne pese pas la dixiéme partie de cet or qui a été dissipé par le verre ardant.

Pour satisfaire à vôtre demande, il faudroit expliquer *primò* ce que c'est que cette fumée, *secundò* pourquoi l'or diminuë au verre ardant & qu'il ne diminuë pas au feu ordinaire, & *tertiò* pourquoi aprés l'évaporation de l'or qui est pesant, il reste un peu de verre qui est leger.

Pour faire connoître donc *primò* ce que c'est que cette fumée qui sort continuellement de l'or fin pendant qu'il est en une fonte violente par le verre ardant, je diray qu'un metal parfait, comme est l'or, est composé principalement de deux matieres, sçavoir de mercure ou de vif-argent, & de souffre metallique, qui séparément pris sont toûjours volatils, c'est à dire sont enlevez en fumée par le moindre feu; mais lorsqu'ils sont joints ensemble & qu'ils sont devenus metal, de la maniere que je l'ay décrit dans mon second Memoire sur le souffre principe, qui est imprimé dans nos Memoires de l'année passée (que je vous prie de lire, pour m'en épargner ici la repetition); ils perdent cette volatilité, & deviennent si fixes, que le feu de

la flame ou le feu ordinaire de nos laboratoires ne les sçauroit enlever en fumée, ni les separer l'un de l'autre; mais la matiere de la lumiere poussée vivement par le Soleil & concentrée par la grande loupe, étant capable de desunir les parties du mercure d'avec le souffre qui les lie en metal (ce que je vais prouver dans l'article suivant) elle les separe, & remet le mercure aussi-bien que le souffre dans le même état qu'ils étoient avant que d'être devenu metal; & comme chacune de ces deux matieres separément prise est volatile, c'est à dire qu'elle peut être enlevée en fumée par le moindre feu, la chaleur du foyer du verre ardant les enleve en la fumée dont on s'apperçoit pendant tout le temps que l'or y est en une fonte violente, ensorte que cette fumée n'est autre chose que le mercure de l'or & une partie de son souffre, qui s'évaporent par la violence du feu du Soleil.

Je crois avoir expliqué assez intelligiblement dans les Memoires du souffre principe, ce que c'est que le souffre metallique, & de quelle maniere il penetre les parties solides du mercure, pour les lier ensemble & pour se changer tous deux en metal. (Voyez-les, & si vous y trouvez des difficultez mandez-les-moy, je tâcheray de les éclaircir & de vous satisfaire, car il me semble que j'en vois l'artifice tres-clairement.)

Pour expliquer en second lieu pourquoy l'or diminuë aux rayons du Soleil concentrez par le verre ardant, & qu'il ne diminuë pas au feu ordinaire, je diray que le feu ordinaire ou la flame est un mêlange de la matiere de la lumiere & de l'huile du charbon, ou de quelqu'autre corps qui brûle, & que les rayons du Soleil ne sont que la matiere de la lumiere seule poussée par le Soleil. (Voyez le premier Memoire du souffre principe.) Or comme une matiere simple est toûjours plus petite que cette même matiere jointe à une autre qui est plus grosse qu'elle, la simple, c'est à dire la matiere de la lumiere, pourra s'introduire aisément dans les interstices, ou la composée, c'est à dire la flame ne pourra pas entrer; nous avons sup-

posé dans l'article précédent, que l'or est un assemblage de vif-argent & de souffre metallique, les parties de ces deux matieres sont si petites que leur assemblage qui compose l'or, ne laisse pas des interstices assez grands pour que la flame s'y puisse introduire & les separer les unes des autres; mais la matiere de la lumiere étant infiniment plus petite que celle de la flame, elle peut s'introduire dans les interstices que le souffre metallique & le mercure laissent entr'eux dans la composition de la matiere de l'or, & les desunir, & comme ce metal ne consiste que dans l'assemblage étroit de ces deux matieres-là, que les rayons du Soleil sont capables de desunir, la composition de l'or doit cesser d'être, ou doit se détruire par les violentes secousses des rayons du Soleil; & par la raison du contraire, la flame étant trop grossiere pour s'introduire dans les interstices de l'assemblage des deux matieres qui composent l'or pour les desunir, ce metal doit toûjours subsister dans la plus violente flame, sans en pouvoir jamais être détruit, ce qui est la raison pourquoy l'or diminuë au foyer du verre ardant, & qu'il ne diminuë pas au feu de nos laboratoires, quelque fort qu'il soit.

Pour sçavoir enfin ce que c'est que ce verre qui reste aprés l'évaporation de l'or au verre ardant, je diray que dans la composition de tous les mixtes, soit artificiels ou naturels, il se trouve toûjours dans leurs analyses une certaine portion de matiere terreuse; j'en suppose donc aussi un peu dans les metaux parfaits qui sont l'or & l'argent.

La terre pure est une matiere absolument fixe, & comme dans la destruction du metal au verre ardant il ne peut s'évaporer par la chaleur que sa seule partie volatile, dont la principale est le mercure, sa partie terreuse doit rester comme la seule matiere fixe, laquelle se vitrifie toûjours quand elle se peut joindre dans un grand feu à quelque chose qui puisse lui servir de fondant, ce qui arrive dans cette operation à la partie terreuse de l'or; car le mercure du metal ayant été évaporé le premier, une partie du souffre qui reste se joint pour quelque temps à cette terre,

lui sert de fondant, & ils composent ensemble cette matiere vitrifiée, qui est toûjours repoussée sur la surface comme une matiere plus legere que l'or; si on expose ce verre pendant quelque temps au foyer de la grande lentille, il continuë à fumer, le souffre qui lui avoit servi de fondant, s'en évapore peu à peu, & ce verre se réduit en une terre friable qui ne se fond plus, de sorte que la goutte de verre qui se forme sur une masse d'or fin qui est en fonte pendant long-temps au verre ardant, n'est autre chose que la partie terreuse de l'or qui reste, à mesure que l'or se détruit au verre ardant, & qui a été vitrifiée par le moyen du souffre de ce metal qui lui a servi de fondant; & comme la partie la plus pesante du metal est son mercure, qui dans cette occasion s'en va en fumée, le verre qui reste doit être plus leger que l'or qui l'a produit, ce qui est la cause pourquoy aprés l'évaporation de l'or qui est fort pesant, il reste un peu de verre qui est fort leger.

Il ne se fait pas une vitrification semblable de l'argent fin quand on le fait évaporer au verre ardant, la terre qui se separe de la masse de l'argent à mesure que le mercure s'en évapore, est repoussée sur la superficie de l'argent en forme d'une poudre tres-blanche & tres-legere, mais qui ne se fond point au foyer de nôtre grande lentille, je crois que la raison en est que le peu de souffre metallique qui entre dans la composition de l'argent (Voyez le second Memoire du souffre principe) ne suffit pas pour mettre en fonte la terre de son metal aprés que le mercure en a été évaporé, & qui selon toutes les apparences s'évapore lui-même avec son mercure, car la fumée qui s'en éleve est beaucoup plus abondante que dans l'évaporation de l'or; & comme cette terre y reste seule & sans fondant, elle ne change pas de figure comme fait celle de l'or, qui se joint à une partie du souffre de son metal qui lui sert de fondant, pour se liquefier en une masse de verre.

Une preuve que le manque du souffre est la cause que la terre de l'argent qui reste aprés l'évaporation de son

mercure, ne se vitrifie pas, est que lorsqu'on introduit un souffre étranger dans l'argent, & qu'on l'expose ensuite au verre ardant, sa terre se vitrifie comme celle de l'or, ce que j'ay observé en trois differens cas, dont le premier est quand on mêle parties égales d'or fin & d'argent fin, il en provient plus de verre au miroir ardant, que si la même quantité d'or y avoit été exposée seule & sans le mêlange de l'argent, apparemment par la raison que la grande quantité de souffre de l'or vitrifie dans ce mêlange aussi-bien la terre de l'argent que celle de l'or, qui n'auroit vitrifié que celle de l'or si l'on n'y avoit pas mêlé l'argent.

Le second cas est, lorsqu'on introduit dans une masse d'argent un peu de l'huile ou du souffre superflu du fer, comme je l'ay montré dans mon Memoire du fer au verre ardant, inseré dans nos Memoires de l'année 1706, cet argent exposé au miroir ardant ne separe pas sa terre en forme d'une poudre seche comme fait l'argent fin, mais elle se liquifie en verre comme celle de l'or, le souffre du fer lui servant de fondant.

Le troisiéme cas est, lorsqu'on raffine l'argent par le regule d'antimoine, quoique cet argent soit plus souple sous le marteau, & plus beau en couleur que par aucun autre raffinage, neanmoins en l'exposant au verre ardant il fume beaucoup plus que celui des autres raffinages, & il s'amasse une matiere vitrifiée sur sa superficie, au lieu qu'il s'amasse une poudre terreuse sur l'argent fin ordinaire; apparemment qu'il reste dans cet argent quelque peu de souffre du regule, qui sert de fondant à sa matiere terreuse, pour paroître en verre de la même maniere que dans les cas précedens : Je suis, Monsieur, &c.

J'ay reçû depuis quinze jours encore une Lettre sur cette même matiere, où un autre Hollandois m'écrit qu'il n'est pas content de la réponse que j'ay fait à la premiere objection; sçavoir, que ce verre pourroit bien n'avoir été produit que par les cendres du charbon qui auroient volé sur l'or, & qui s'y seroient vitrifiées par l'ardeur du Soleil,

à quoy j'avois répondu : que si ce verre n'étoit autre chose que des cendres vitrifiées, il devroit s'y en trouver aussi bien sur l'argent qui est en fonte par le Soleil comme sur l'or, puisque ces cendres ont la même facilité de voler sur l'un comme sur l'autre, & s'y fondre en verre par le même degré de feu; & comme cela n'arrive pas, j'avois jugé que les cendres du charbon qui soûtient l'or pendant qu'il est exposé au Soleil, ne pouvoient pas être la matiere du verre qui se forme sur cet or.

Mon Hollandois m'a repliqué que cette réponse ne satisfait pas à l'objection, puisqu'il est aisé de prouver, dit-il, que les cendres se doivent vitrifier sur l'or, & ne se pas vitrifier sur l'argent au même degré du foyer du verre ardant, ce qu'il prétend faire de cette maniere : Il suppose en premier lieu que dans cette operation ce ne sont pas seulement les rayons qui partent du verre ardant qui agissent sur ces cendres, que ce sont ces mêmes rayons reflechis de dessus le metal en fonte qui agissent ensemble & de concert sur ces cendres : Il suppose en second lieu que ces cendres ne sçauroient être mises en fonte par les seuls rayons qui partent du verre ardant, sans être aidez par les rayons reflechis de dessus un corps capable d'en reflechir en assez grande quantité pour suffire à cette fonte: Et troisiémement il suppose que l'or étant un corps plus compacte que l'argent, qu'il en reflechit une assez grande quantité de rayons pour suffire à la fonte de ces cendres; mais l'argent se trouvant beaucoup plus poreux que l'or, que la plûpart des rayons qui partent du verre ardant se noyent dans les pores de l'argent, & par consequent qu'il ne s'en reflechit pas assez pour mettre ces cendres en fusion, & que c'est-là la vraie raison pourquoy il s'amasse une matiere vitrifiée sur l'or, & une simple poudre sur l'argent qui ne se fond pas en verre, & qu'ainsi l'objection demeuroit dans toute sa vigueur.

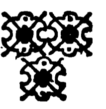
Pour répondre à ce raisonnement selon l'ordre des trois suppositions & de la consequence qu'on en a tirée, j'ay dit touchant la premiere supposition que les rayons reflechis

de dessus les corps en fonte au verre ardant, sont de si peu de consequence qu'on les doit compter pour rien, parceque tout corps fondu prend une superficie convexe, qui dans une petite quantité d'or ou d'argent est parfaitement spherique. Or les rayons de lumiere qui tombent sur une superficie convexe, bien loin d'agir de concert sur quelqu'autre corps, ils s'écartent plutôt & s'affoiblissent, & cela d'autant plus considerablement que la superficie qui reflechit est plus parfaitement spherique, & que la sphere est petite, comme dans le cas present, où elle n'a pas plus de trois ou de quatre lignes de diametre ; aussi quand on approche le doigt de cet or fondu à l'éloignement d'environ un pouce ou d'un pouce & demi à l'endroit où la reflexion se devroit faire sentir, on n'y sent qu'une chaleur tres-legere, qu'on supporteroit pendant une heure entiere sans s'incommoder, au-lieu qu'en s'approchant tant soit peu du foyer du verre ardant, on se sent brûlé dans l'instant de la maniere du monde la plus vive, & par consequent on doit juger que ce n'est que le foyer des rayons qui partent du verre ardant qui font tout l'effet qu'on y remarque, & non-pas les rayons reflechis.

La seconde supposition, qui dit que les cendres ne sçauroient se fondre par les seuls rayons qui partent du verre ardant sans le secours des rayons reflechis, est absolument fausse, ce que je prouve de cette maniere : Quand on expose un charbon au verre ardant, il se couvre en peu de temps de cendres blanches, excepté à l'endroit où donne le vrai foyer, qui est toûjours dégarni des cendres, parceque ce foyer les met en fonte à mesure qu'elles s'y font, & quand on promene ce foyer sur le reste du charbon qui est couvert de cendres, elles disparoissent dans le même instant que le foyer les touche, & le charbon devient en moins d'un clin d'œil aussi net en cet endroit-là comme si on venoit de le laver avec de l'eau, parceque le vrai foyer fond ces cendres dans le moment qu'il les touche, & les réduit par-là en des petits grains de verre, qui sont si petits, que non-seulement on ne les sçauroit voir avec les

yeux ſimples, mais en les cherchant avec une loupe. Je n'ay pas pû les découvrir, & on ne les trouve qu'en les cherchant attentivement avec un bon microſcope, ce qui eſt la cauſe pourquoy ces cendres diſparoiſſent tout d'un coup.

Tout ceci arrive immediatement ſur le charbon, qui eſt un corps fort leger & fort poreux, dans lequel les rayons qui partent du verre ardent ſe noyent preſque tous, & il s'en reflechit ſi peu, qu'en regardant le charbon au travers d'un verre coloré dans le temps que le foyer du verre ardant le touche, on ne s'apperçoit que d'une lumiere tres-foible, au lieu qu'on s'apperçoit d'une lumiere ſi éclatante au travers de ce même verre coloré, quand on regarde de l'argent fondu au Soleil, qu'on en eſt au moins autant ébloüi que quand on y regarde l'or en fonte; ce qui détruit abſolument la troiſiéme ſuppoſition, qui veut qu'il ne ſe faſſe preſque pas de reflexion des rayons ſur l'argent: mais comme il a été prouvé tout à l'heure que la reflexion des rayons ne ſert de rien pour fondre ces petites flameches de cendres, ſurquoi étoit fondé tout le raiſonnement de mon Antagoniſte, il me paroît que la conſequence qu'il en tire tombe d'elle-même, & que la réponſe que j'avois faite en premier lieu ſubſiſte toûjours; ſçavoir, que le verre qui ſe trouve à la place de l'or fin, qui s'évapore au verre ardant, & que la poudre blanche & legere qui reſte aprés l'évaporation de l'argent fin, ne proviennent pas des cendres du charbon, mais de l'or & de l'argent même.



DEMONSTRATIONS

DEMONSTRATIONS
SIMPLES ET FACILES
De quelques proprietez qui regardent les Pendules, avec quelques nouvelles proprietez de la Parabole.

PAR M. CARRÉ.

AYant été averti par un de mes amis, à qui j'ai parlé de cette petite découverte, qu'il y avoit quelque chose de semblable dans les Journaux des Sçavans de Leipsik (ce que j'ai peut-être lû dans le tems, mais dont je ne me souvenois plus, car on ne se souvient pas de tout) j'ai balancé quelque tems à donner ce Memoire. Mais comme je ne m'y suis pas pris de la même maniere que M. Lichtscheid (c'est le nom de l'Auteur) pour déterminer la Ligne courbe dont il est question, & que je démontre d'autres choses & fais d'autres remarques que ce Mathematicien, je m'y suis déterminé d'autant plus volontiers, que je lui en abandonne toute la gloire, ne me réservant que celle d'y avoir pensé aprés lui. 1707. 16. Fevrier.

LEMME.

Les tems des vibrations des Pendules sont entr'eux en raison des racines quarrées des longueurs de ces Pendules.

Soient deux Pendules inégaux *AB*, *AD* mis dans une situation horizontale, & qu'on suppose être descendus l'un en *M* & l'autre en *N*, puis en *m* & en *n* d'une quantité infiniment petite; & soient menées les perpendiculaires ou les sinus *MP*, *NQ* des arcs parcourus. Comme le tems s'exprime par l'espace parcouru divisé par la vîtesse emploïée à le parcourir, & que les vîtesses des mouvemens accelerez sont en raison des racines quarrées des hauteurs d'où ces corps

ont commencé à descendre, l'on pourra exprimer les vîtesses de chaque Pendule aux points *M* & *N* par $V\overline{PM}$ & $V\overline{QN}$; donc le tems par le petit arc *Mm* sera égal à $\frac{Mm}{\sqrt{PM}}$, & le tems par le petit arc *Nn* sera égal à $\frac{Nn}{\sqrt{QN}}$: Et nommant *AB*, *a*; *AD*, *b*; *PM*, *x*; & le petit arc *Mm*, *dz*, l'on aura pour le premier tems $\frac{dz}{\sqrt{x}}$; & pour avoir le second, l'on fera *AB* (*a*). *AD* (*b*) : : *PM* (*x*). $QN = \frac{bx}{a}$; & *AM* (*a*). *AN* (*b*) : : *Mm* (*dz*). $Nn = \frac{bdz}{a}$; donc le tems exprimé par $\frac{Nn}{\sqrt{QN}} = \frac{bdz}{a \times \sqrt{\frac{bx}{a}}} = \frac{dz\sqrt{b}}{\sqrt{ax}}$: ces tems seront donc entr'eux comme $\frac{dz}{\sqrt{x}}$ est à $\frac{dz\sqrt{b}}{\sqrt{ax}}$; mais $\frac{dz}{\sqrt{x}}$. $\frac{dz\sqrt{b}}{\sqrt{ax}}$: : 1. $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$: : $\sqrt{a}$. $\sqrt{b}$; d'où l'on doit conclure que ces tems sont comme les racines quarrées des longueurs des Pendules. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRES.

Il est évident, 1°. que les vîtesses sont comme les tems, car elles sont comme $\sqrt{x}$ à $\sqrt{\frac{bx}{a}}$. Ainsi un Pendule étant quadruple d'un autre, sa vîtesse sera double.

2°. Que les quarrez des tems ou des vîtesses sont comme les longueurs de ces Pendules, ou comme les rayons des arcs qu'ils décrivent; donc ils sont aussi comme ces arcs qui sont les espaces parcourus.

3°. Que les nombres des vibrations des Pendules sont en raison reciproque des racines quarrées des longueurs de ces Pendules.

4°. Il est encore évident que les vîtesses aquises de deux Pendules qui décrivent des arcs semblables, sont en raison des racines quarrées des cordes de ces arcs, ou comme les racines quarrées des sinus droits ou verses de ces arcs; parceque toutes ces lignes sont en même raison que les rayons ou les longueurs de ces Pendules.

5°. Les vîtesses d'un même Pendule décrivant differens

arcs, ſont en même raiſon que les cordes de ces arcs. Car par la proprieté du cercle ces cordes ſont entr'elles comme les racines de leurs ſinus verſes, qui ſont les hauteurs d'où le Pendule eſt deſcendu. Mais les vîteſſes de ce Pendule ſont comme les racines de ces hauteurs; donc, &c.

6°. La premiere vîteſſe d'un Pendule dans un point quelconque de l'arc qu'il décrit en deſcendant, comme en *N* eſt à la premiere vîteſſe que ce même corps auroit dans un point correſpondant de la verticale ſuivant laquelle il tomberoit, comme le ſinus *NI* de cet arc eſt au rayon ou à la longueur du Pendule *AD*. Car ſi l'on mene au point *N* une tangente, il eſt clair que ce Pendule commençant à ſe mouvoir en *N*, il aura en ce point la même détermination de mouvement, & par conſequent la même vîteſſe que s'il ſe mouvoit réellement ſuivant cette tangente, que l'on regarde comme un plan incliné dont la hauteur eſt la ſoûtangente : Or la premiere vîteſſe d'un corps le long d'un plan incliné eſt à celle qu'il auroit ſuivant la hauteur de ce plan, comme cette hauteur eſt au plan incliné, c'eſt à dire dans ce cas comme la ſoûtangente eſt à la tangente : mais la ſoûtangente d'un cercle eſt à la tangente comme le ſinus de l'arc eſt au rayon; donc, &c. Il eſt donc évident que les augmentations de vîteſſe d'un Pendule ſont comme les ſinus des differens arcs qu'il décrit, leſquels vont toûjours en diminuant : en effet ces augmentations ſe font par des tangentes qui deviennent toûjours de plus en plus inclinées, ou qui vont toûjours en s'approchant de l'horizontale, ce qui cauſe à chaque inſtant un nouvelle détermination de mouvement.

Ces principes ſimples & faciles étant poſez, il eſt aiſé de réſoudre un grand nombre de Problemes que l'on peut propoſer ſur cette matiere.

PROBLEME.

Trouver la Ligne courbe que décrit en montant un Pendule qui seroit raccourci successivement & uniformément dans le tems de son mouvement, soit qu'il fasse ses vibrations laterales, soit qu'on le détermine à faire ses révolutions en décrivant la surface d'un Cone.

L'experience apprend que si un Pendule faisant ses vibrations laterales, est arrêté dans son mouvement par un point quelconque de sa longueur, il les fera autour de ce point, & remontera précisément à la même hauteur d'où il est descendu. (L'on fait ici abstraction de la résistance de l'air qui n'est pas sensible dans ces sortes d'experiences). Ainsi un Pendule *AB* étant arrêté en *E* aprés avoir décrit l'arc *BB*, il décrira l'arc *BF* qui a pour centre le point *E*, & remontera à la même hauteur *CB* d'où il est descendu: Car l'on sçait que les hauteurs où s'élevent les Pendules en faisant leurs vibrations, sont égales aux sinus verses des arcs qu'ils décrivent. Que si le point où on l'arrête étoit au-dessous de *C*, c'est à dire moins haut que celui d'où on le laisse tomber, il est visible que pour emploïer tout son mouvement il fera quelques tours à l'entour du point où il est arrêté, & cela plus ou moins selon qu'il tombera de plus ou moins haut. Et il seroit facile de démontrer qu'afin que le corps suspendu décrivit une circonference entiere, il faudroit que sa force centrifuge fût à son poids comme 5 à 1, c'est à dire que le fil de suspension fût tendu par une force sextuple du poids de ce mobile. Que si on l'arrête précisément à une hauteur égale à celle d'où il est descendu comme en *C*, il est clair qu'il décrira un quart de cercle entier. C'est la même chose si au lieu de l'arrêter en differens points, on venoit tout d'un coup à le raccourcir de la même quantité.

FIG. II.

Maintenant si l'on suppose qu'un Pendule *AB* fasse ses révolutions autour du point de suspension *A*, ensorte qu'il décrive la surface d'un Cone qui seroit formé par le mouvement d'un triangle rectangle *ADC* autour de *AD*, qu'il

FIG. III.

y ait un anneau au point *A* au travers duquel passe le fil de suspension, & puisse glisser dedans comme on voudra, & qu'enfin une puissance *R* tire ce fil pour raccourcir successivement le Pendule aprés qu'on l'aura mis en mouvement : Il est clair que le poids *B* ne décrira pas le côté du Cone en montant, c'est à dire à mesure qu'on le raccourcira, parceque conservant toûjours la force de remonter à la même hauteur, il auroit plus de vîtesse qu'il ne lui en faudroit pour décrire, par exemple, la circonference de la seconde révolution, qui seroit plus petite que la premiere si elle étoit prise dans la surface du Cone, ainsi elle doit être plus grande au lieu d'être plus petite, ce qui continuëra jusqu'à ce qu'enfin le Pendule décrive un cercle parallele à l'horizon, que l'on peut considerer en ce cas comme une des bases du solide dont il décrit la surface par ses révolutions. Car soit *D* le centre de la circonference de la base de la surface Conique que le Pendule tend à décrire; si l'on regarde l'arc *BC* comme la moitié de celui qu'il décriroit en faisant des oscillations laterales, alors la ligne *BD* qui est le sinus verse de cet arc *BC* doit être regardée comme la hauteur où ce Pendule s'est élevé; ainsi étant déterminé par sa premiere impression de mouvement à décrire la surface Conique, il se trouvera toûjours au commencement ou à la fin de chaque révolution dans le point extrême du sinus droit de l'arc de sa hauteur, & il aura dans tous les points de ces arcs une égale vîtesse, ce que je prouve ainsi par le calcul.

Je prends un autre point quelconque *E* où je suppose qu'on ait fait monter le Pendule en le raccourcissant, & prenant $EP = BD = a$, tirant la perpendiculaire *PM* qui rencontre l'arc *EM* décrit du centre *A*, & menant du point *E* les cordes *EM*, *EF*, il est clair par la supposition que le Pendule se trouvera au point *M*. Je dis maintenant que la vîtesse du Pendule qui décrit l'arc *EM* est égale à la vîtesse de ce même Pendule lorsqu'il décrit l'arc *BC* : Car nommant AB, r; AE, x; & la vîtesse suivant BC, v; l'on aura par la proprieté du cercle $BC = \sqrt{2ar}$. Et pour avoir

la corde de l'arc *EF*, l'on fera $AB\ (r).\ BC\ (\sqrt{2ar}) :: AE\ (x).\ EF = \frac{x\sqrt{2ar}}{r}$, à cause des triangles semblables *AEF*, *ABC*, & que dans les differens cercles les cordes d'arcs semblables sont entr'elles comme les rayons. De même la corde $EM = \sqrt{2ax}$. Ces choses étant posées, dans les cercles differens les vîtesses d'un Pendule qui parcourt des
* Corol. 4. arcs semblables * sont comme les racines quarrées de ces cordes: l'on dira donc $BC\ (\sqrt{2ar})$ est à $EF\ \left(\frac{x\sqrt{2ar}}{r}\right)$ comme le quarré de la vîtesse en $BC\ (vv)$ est au quarré de la vîtesse en $EF = \frac{vvx}{r}$, donc cette vîtesse $= v\sqrt{\frac{x}{r}}$. Mais dans les mêmes cercles les vîtesses dans differens arcs sont com-
* Corol. 5. me leurs cordes *, donc la corde $EF\ \left(\frac{x\sqrt{2ar}}{r}\right)$ est à la corde $EM\ (\sqrt{2ax})$ comme la vîtesse en $EF\ \left(v\sqrt{\frac{x}{r}}\right)$ est à la vîtesse en *EM* que l'on trouve $= v$; donc la vîtesse en *EM* est égale à la vîtesse en *BC*.

Ce Pendule comme l'on voit décrira en montant une Ligne courbe, dont on demande la nature.

Pour déterminer cette Courbe, soit le Pendule raccourci ensorte qu'il n'ait plus de longueur que *AE*, il est clair que dans cette supposition le Pendule se trouvera au point *M* qui est un de ceux de la Courbe que l'on demande, & le raccourcissant encore d'une quantité infiniment petite *Ee*, & prenant $ep = EP$, & décrivant l'arc *em*, le point *m* sera encore un des points de cette Courbe; ainsi l'arc infiniment petit *Mm* sera l'élement de cette Courbe, & *PM*, *pm* en seront les ordonnées.

Ces choses ainsi posées, l'on voit que cette Courbe doit être telle que tous les arcs *BC*, *EM*, *em* décrits du centre *A*, & de chacun de ses points jusqu'à son axe, doivent être parcourus avec des vîtesses égales ou en tems égaux. L'on aura donc à cause des triangles rectangles *EPM*, *epm*; $\overline{EM}^2 . \overline{em}^2 :: \overline{PM}^2 . \overline{pm}^2$ à cause que $EP = ep$; & $\overline{PM}^2 . \overline{pm}^2 :: AE + AP.\ Ae + Ap$, parce qu'à cause

du cercle PM, pm, sont moïennes proportionnelles entre les parties du diametre.

L'on pourroit donc énoncer ce Probleme en cette sorte, trouver la Courbe dont les quarrez des ordonnées soient toûjours proportionnels à des lignes déterminées, c'est à dire que $\overline{PM}^2$ soit à $AE+AP$ en raison constante. Ainsi nommant AE, x; $EP=BD=a$, donc $AP=x-a$; & $AE+AP=2x-a$; PM, y; & que la raison constante soit comme a est à 1; l'on aura cette analogie $yy.\ 2x-a :: a.\ 1$; donc $yy=2ax-aa$, qui est un lieu à la Parabole que l'on construit ainsi.

Soit menée la ligne DK, & soit prise la partie $DF=EP=a$, que l'on divisera en deux parties égales au point A, & prenant DE égale à la longueur indéterminée AE du Pendule $=x$, donc $AE=x-\frac{1}{2}a$; prenant donc EQ (y) moïenne proportionnelle entre $x-\frac{1}{2}a$, & $2a$, l'on aura $yy=2ax-aa$, qui est l'équation qu'il falloit construire. Fig. IV.

Il est évident que le point F qui est le foyer de la Courbe, est le point de suspension, & que le point A en est le sommet; car alors $x=\frac{1}{2}a$, donc $2ax-aa=0$, & $y=0$, donc un Pendule faisant ses oscillations dans un plan vertical, il montera jusqu'au point A, & delà il tombera perpendiculairement. Que si $x=a$, donc $y=a$, c'est à dire que l'ordonnée qui part du foyer sera égale à la hauteur à laquelle le Pendule monte dans son mouvement, ou au sinus verse de l'arc qu'il décrit qui est le rayon lui-même, & dans ce cas le Pendule décrira une demi-circonference s'il fait ses oscillations lateralement, ou une circonference parallele à l'horizon si on lui a imprimé un mouvement pour le faire décrire la surface d'un Cone, car FN sera la longueur du Pendule. Enfin si x est moindre que $\frac{1}{2}a$, ce Pendule fera ses révolutions autour du point A, & cela plus ou moins selon que x sera plus petite que $\frac{1}{2}a$.

Voilà donc deux belles proprietez de la Parabole qui n'avoient peut-être point été remarquées, dont la premiere, est que si du foyer on décrit une infinité de portions

de circonferences qui se terminent à son axe & à sa courbure, elles seront parcouruës en tems égaux par un Pendule qui aura son point de suspension au foyer. Et la seconde, c'est que tous ces arcs ont des sinus verses égaux. Et il m'a paru que ç'auroit été un Probleme difficile à résoudre, s'il avoit été proposé de cette sorte : Une infinité de portions de circonferences concentriques étant données, trouver la Courbe qui les coupe de maniere qu'un mobile suspendu les parcoure toutes en tems égal. Ou bien une infinité d'arcs concentriques étant donnez, trouver la Courbe qui les coupe, ensorte que tous leurs sinus verses soient égaux. Et ce qu'il y a de remarquable, c'est que tous ces sinus verses sont non-seulement toûjours égaux entr'eux, mais ils sont aussi égaux à une grandeur constante qui est la moitié du parametre, ou à l'ordonnée menée du foyer, ce qui se peut démontrer ainsi.

Soient du foyer F décrits deux arcs quelconques BN, KQ, il est clair que $BF = FN$ rayon & sinus verse de l'arc AN, ce qu'on a appellé a; il faut donc prouver que $EK = a$: Soit $EF = z$, mais FK par la generation $= ED = EF + FB = z + a$, donc $EK = FK - EF$ ou $ED - EF = z + a - z = a$; donc, &c. Ce qui doit toûjours arriver par la proprieté de la Parabole & du cercle ; car l'on sçait que pour mener une perpendiculaire à la Courbe, il faut toûjours prendre la soû-perpendiculaire égale au demi-parametre, & alors la corde menée de K en Q sera perpendiculaire sur la Courbe, donc l'autre corde du demi-cercle décrit du centre F sera la tangente. Voilà donc une nouvelle maniere simple & facile de mener des tangentes à la Parabole. Car décrivant du foyer F comme centre un demi-cercle qui coupe la Parabole en un point, si de ce point l'on mene deux cordes qui se terminent aux extrémitez du diametre, il est évident que l'une sera tangente, & l'autre perpendiculaire à la Courbe.

L'on pourroit encore découvrir la nature de cette Courbe en cette sorte. Les mêmes choses étant posées, on trouvera à cause du triangle rectangle APM, que

$yy = xx$

$yy = xx - xx + 2ax - aa = 2ax - aa$, qui eſt la même équation que cy-deſſus. C'eſt ainſi que M. Lichtſcheid l'a déterminée. FIG. III.

L'on pourroit conclure de la ſolution de ce Probleme le plus beau Theoreme de M. Hugens ſur les forces centrifuges, qui eſt qu'un corps ſe mouvant circulairement dans la ſurface d'un Conoïde parabolique, décrit toutes les circonferences qui compoſent cette ſurface en tems égaux. L'on en peut voir la démonſtration dans les élegantes ſolutions qu'ont données M. le Marquis de l'Hôpital, & M. Saurin des Theoremes de la force centrifuge.

L'on pourroit démontrer d'une maniere ſimple & facile qu'un Pendule étant mis dans une ſituation horizontale, enſorte qu'on lui faſſe décrire des cercles paralleles à l'horizon, & qu'on l'allonge inſenſiblement & ſucceſſivement, ce Pendule étant porté en bas par ſa peſanteur, tandis qu'il continuë de faire ſes révolutions, il décrit une Parabole.

Car par ſa force centrifuge il eſt porté par un mouvement horizontal & uniforme, puiſqu'on ſuppoſe qu'il fait toutes ſes révolutions en tems égaux, mais ſon poids le porte en bas par un mouvement acceleré. Donc, &c.

L'on pourroit encore conclure de ce qu'on vient de dire quelques proprietez de la Parabole. 1°. Que toutes ſes perpendiculaires étant regardées comme des plans inclinez, ſeroient parcouruës par des corps égaux en des tems qui ſont entr'eux en même raiſon que ces perpendiculaires, ou ce qui revient au même, en raiſon des racines quarrées des lignes menées du foyer aux points où ces perpendiculaires coupent la Parabole : car il eſt démontré que ſi un corps parcourt des plans inégaux de même hauteur, les tems qu'il emploïe à les parcourir ſont en même raiſon que les longueurs de ces plans. 2°. Que ces corps en parcourant ces perpendiculaires aquierent la même vîteſſe ; car l'on ſçait que la vîteſſe qu'un corps aquiert en deſcendant le long d'un plan incli-

né, eſt égale à celle qu'il aquiert en parcourant la hauteur de ce plan.

OBSERVATIONS
SUR LA NAISSANCE
ET SUR LA CULTURE DES CHAMPIGNONS.

PAR M. TOURNEFORT.

1707. 2. Mars. LA maniere dont on éleve les Champignons à Paris favoriſe la penſée de ceux qui croïent que les Champignons naiſſent de graine de même que les autres plantes. Pour faire d'excellentes couches à Champignons, c'eſt à dire des couches qui produiſent beaucoup de Champignons dans les ſaiſons de l'année que l'on ſouhaite, il faut emploïer du fumier de cheval qui ſoit mêlé avec un peu de littiere, & par conſequent où il y ait beaucoup plus de crotes de cheval que de paille, tel qu'eſt le fumier que l'on trouve dans les écuries des loüeurs de carroſſes, où l'on épargne plus la littiere que dans les autres écuries. Les Jardiniers ont obſervé que les Champignons les meilleurs & les plus blancs naiſſent du fumier des chevaux qui ſont nourris de paille de Froment & d'Avoine en grain. Les Champignons noirâtres viennent, à ce qu'ils prétendent, ſur le fumier des chevaux à qui on donne du ſon & de la paille de ſeigle.

Pour avoir des Champignons pendant toute l'année, on fait à Paris deux ſortes de couches. Les unes dans les jardins, & les autres à la campagne. Celles des jardins donnent des Champignons depuis la Touſſaints juſques à la fin d'Avril, & celles de la campagne en produiſent depuis le mois de May juſqu'aux premieres gêlées. Ces couches coûtent beaucoup de dépenſe & demandent de grands ſoins; mais auſſi rendent-elles conſiderablement dans de

grandes villes comme Paris, où l'on met des Champignons en tous les ragouts.

Pour travailler aux couches des jardins, on entasse le fumier de cheval dans le mois de Juin pour le laisser en berge, comme parlent les Jardiniers, jusqu'au mois d'Aoust. Dans le mois d'Aoust on étale ce fumier à la hauteur d'un pied, sur le lieu où l'on veut faire les meules ou couches à Champignons afin de le moüiller plus facilement. Cette précaution est necessaire pour disposer à germer les graines des Champignons qui sont naturellement dans le crotin. C'est pour cette raison qu'on l'humecte pendant cinq ou six jours suivant la secheresse de l'Esté, prenant soin de le tourner à la fourche, aprés l'avoir moüillé, afin qu'il s'imbibe également d'eau.

Aprés cette préparation du fumier, on peut commencer les couches à Champignons. On les fait à trois lits que l'on ne dresse que 15 jours ou 3 semaines l'un aprés l'autre. Le premier lit se dresse au cordeau sans tranchée, il doit avoir deux pieds & demi de largeur sur la longueur que l'on juge à propos. Ce lit est plat, élevé d'un pied & demi; mais il ne faut pas que le fumier qui déborde sur les côtés soit rendoublé avec la fourche, parceque les couches se desseicheroient trop dans ces endroits-là. Pour rendre les couches plus solides, on peut mêler avec le vieux fumier un peu de crotin frais sortant de l'écurie. Ce premier lit doit être moüillé tous les deux jours, si le temps est trop sec.

Vers la mi-Aoust, c'est à dire quinze jours aprés que le premier lit a été fait, on travaille au second lit avec le même crotin que l'on a emploïé pour le premier, & que l'on a préparé en l'arrosant suivant le besoin. On éleve ce lit en dos-d'âne de la hauteur d'un pied pardessus l'autre. On le moüille pour entretenir la moëlle de la couche, c'est à dire pour fournir une humidité raisonnable au milieu de la couche. On prend soin d'en regarnir proprement le haut en maniere de faîte, & cette réparation s'appelle le troisiéme lit.

Les ſentiers qui ſont entre les couches doivent avoir quatre pieds & demi de largeur, & même juſqu'à ſix. Gobeter les meules parmi les Jardiniers, c'eſt les couvrir avec du terreau qui a ſervi aux couches des melons. Le plus ſec & le plus vieux eſt le meilleur. Il faut au moins qu'il ait un an, & l'on n'en met ſur la couche que de l'épaiſſeur d'environ un pouce. On couvre les couches huit ou dix jours aprés qu'on les a dreſſées, c'eſt à dire lorſque leur grande chaleur eſt paſſée.

Voici le ſecret pour faire venir les Champignons promptement & en abondance ſur ces couches. Avant que de les couvrir de terreau, on y enfonce à la hauteur d'un pied & à la diſtance de trois pieds en trois pieds ſur la même ligne, une rangée de lardons *A* couche 1. gros comme le poing. Ces lardons ſont des morceaux de fumier préparé, comme l'on va dire, & c'eſt proprement ſemer les Champignons que de larder les couches. Aprés qu'on a diſpoſé ces lardons dans la couche, on la couvre de terreau, & l'on met ſur ce terreau du fumier de littiere tiré de deſſous les chevaux, car la vieille littiere ne feroit que deſſecher les couches. On ne touche plus à ces couches que tous les huit jours pour obſerver ſi elles ſont aſſez chaudes. Pour cela on les découvre peu à peu d'un bout à l'autre. Si la couche eſt refroidie, il faut la couvrir de littiere fraîche. S'il gêle dans le temps que les couches travaillent, pour amuſer la gêlée & l'empêcher de penetrer, il faut les couvrir de fumier moüillé, & mettre ſous ce fumier d'autre fumier bien ſec qui couvre immediatement le terreau. Avec cette précaution la chaleur ſe conſerve dans la couche pendant les plus grands froids. Si les couches ſont trop échauffées, elles pouſſent trop vîte & durent moins. Si elles fument trop, il faut les découvrir & ne laiſſer qu'une demi couverture de fumier pour en moderer la chaleur. Enfin l'uſage apprend aux Jardiniers à menager les couches pour en retirer un profit qui réponde à leurs ſoins. On commence à cüeillir des Champignons en Octobre. Ordinairement cette recolte ſe fait de trois en trois jours, ou tous les quatriémes jours.

Pour préparer des lardons de fumier, il faut entasser du fumier de littiere dans le mois de Fevrier. Six voyes suffisent pour dresser au commencement d'Avril une bonne couche, que l'on peut appeller la pepiniere des Champignons. On y seme de la Poirée & du Persil pour profiter du terrein; mais cela ne contribuë en rien pour la naissance des Champignons. Au commencement du mois d'Aoust les crotes de cheval *BB*, dont cette couche a été faite, commencent à blanchir: car alors elles sont parsemées de petits cheveux ou filets blancs fort déliez, branchus, attachez & tortillez autour des pailles dont le crotin est formé *CD*. Ce crotin alors ne sent plus le fumier, mais il répand une odeur admirable de Champignon. Suivant les apparences ces filets blancs ne sont autre chose que les graines ou les germes développez des Champignons, & tous ces germes étoient renfermez dans les crotes de cheval sous un si petit volume, qu'on ne sçauroit les appercevoir quelque soin que l'on prenne, qu'aprés qu'ils se sont éparpillez en petits cheveux. L'extremité de ces cheveux s'arrondit *EFG*, & devient un bouton lequel grossissant peu à peu se dévelope en Champignon *H*, dont la partie inferieure *I* est un pedicule barbu dans l'endroit où il est enfoncé dans la terre, & chargé par l'autre bout d'une espece de chapiteau arrondi en maniere de calote, laquelle s'étend comme un parepluïe, & ne produit ni fleurs ni graines sensibles. Le dessous en est feüilleté en rayons, & ses lames qui viennent du centre à la circonference peuvent être appellées en quelque maniere les feüilles du Champignon.

Quoique cette espece de Champignon ne soit pas trop bien désignée dans les Auteurs, il semble pourtant que ce soit celle que Jean Bauhin a nommée *Fungus campestris, albus superne, inferne rubens Hist.* 3. 824. On pourroit la nommer *Fungus sativus, equinus*. Elle vient par grosses touffes qui representent une petite forêt dont les pieds ne sont pas également avancez. On trouve une infinité de Champignons naissans aux pieds des autres, & qui ne sont

pas plus gros que la tête d'une épingle, tandis que les plus gros se passent. Chaque touffe de Champignons étoit peut-être enfermée dans la même graine; car les premiers germes du fumier sont branchus, éparpillez par les côtez, & se répandent en tout sens dans le terreau, comme on le voit dans la seconde couche, si bien que l'espace qui est entre les lardons s'en trouve tout garni. Ce n'est pas que les crotes qui sont dans les couches ne produisent quelques touffes de Champignons: mais cela est incertain. Avant que l'on s'avisât de se servir de lardons préparez, les couches ne rendoient pas assez pour fournir à la dépense & pour dédommager le Jardinier des frais qu'il avoit faits. Les Champignons y étoient fort clair-semez, au lieu qu'ils couvrent les couches d'un bout à l'autre si on les menage bien. A la fin d'Avril ou au commencement de May, les meilleures couches sont épuisées, elles n'ont plus de germes; c'est pourquoi on les détruit pour en emploïer le terreau à fumer des arbres & produire des legumes.

Les germes des Champignons ou ces cheveux blancs qui sont dans le fumier préparé se conservent long-temps sans se pourrir, si on les met sur des planches dans un grenier. Ils se dessechent seulement, & reviennent encore quand on les met sur les couches, c'est à dire qu'ils produisent des Champignons.

Hist. Acad. lib. 2. sect. 5. cap. 1. Edit. 1701.

M. Marchant le Pere, ainsi que le remarque M. du Hamel, fit voir à l'Assemblée en 1678 la premiere formation des Champignons dans des crotes de cheval moisies. Cet habile Botaniste démontra ces petits filets blancs dont les extremitez se grossissent en Champignons.

Ceux qui ont écrit qu'il falloit arroser les couches avec la laveure des Champignons pour leur faire produire des Champignons, ont avancé un fait qui est faux, ou pour mieux dire, ils ont pris pour cause ce qui ne l'est pas; car ils se sont imaginez que la laveure des Champignons étoit chargée des graines de ces sortes de plantes: mais outre que les couches ne produisent pas des Champignons par

la vertu de cette laveure, il se pourroit faire que si elles en produisoient quelques-uns, ce seroit parceque l'eau auroit fait éclore les germes qui seroient restez dans le terreau, lequel n'est qu'un fumier de cheval converti en terre.

Les crotes de cheval ne renferment donc pas seulement les graines des Champignons, mais elles ont aussi un suc & une chaleur propres à les faire germer, de même que le suc qui se trouve dans la racine de l'*Eryngium* dans le temps qu'il se pourrit, fait éclore le germe du plus délicat de tous les Champignons qui naisse en Provence & en Languedoc. Ainsi la Mousse fait germer la graine des Mousserons. C'est par la même raison que certaines especes de Champignons, de Morilles & d'Agaric ne viennent qu'aux racines ou au tronc de certains arbres. M. Mery a observé plusieurs fois à l'Hôtel-Dieu de petits Champignons plats & blanchâtres sur les bandes & les attelles appliquées aux fractures des malades, & principalement à ceux qui étoient couchez à côté du réservoir d'eau qui est dans la Salle des blessez, soit que les bandes & les attelles fussent trempées dans l'oxicrat ou dans le vin. M. Lemery a fait la même observation, & remarqué que les attelles étoient de bois de Pommier. Il est hors de doute qu'il faut un suc assaisonné pour faire éclore & pour rendre sensibles les graines de toutes les plantes. Nous apprenons de Dioscoride qu'il y avoit des gens qui assuroient que des morceaux de l'écorce du Peuplier tant blanc que noir enfoncez sur des couches de fumier, il en naissoit des Champignons bons à manger. Ruel rapporte que si l'on découvre le tronc d'un Peuplier blanc vers la racine, & qu'on l'arrose avec du levain délayé dans l'eau, on y voit naître pour ainsi dire des Champignons sur le champ. Il ajoûte que les collines produisent plusieurs sortes de Champignons, si dans la saison des pluïes on en brûle le chaume ou les landes. Je sçay bien que les landes brûlées en Provence, en Languedoc & dans les Isles de Grece poussent beaucoup de Pavots noirs aux premieres pluïes d'Autom-

Fungus Eryngii B M.

ne, & cette plante ſe perd les années ſuivantes, ſi bien qu'on ne la trouve que ſur les terres brûlées. Il me ſemble qu'une des principales raiſons pourquoi les montagnes produiſent des plantes differentes de celles des plaines ou du fond des vallées, eſt la difference du ſuc nourricier qui ſe trouve dans ces endroits. Comment expliquer ſans ce ſecours la naiſſance du Gui & de l'Hypociſte, que l'on ne voit jamais en pleine terre, au moins ſans tenir à quelque autre plante ? L'un eſt attaché ſur les arbres, & l'autre à la racine du Ciſte. Pourquoi le Lierre, la Vigne de Canada, la Parietaire, le Polypode, les eſpeces de Capillaires ſe plaiſent-elles plutôt ſur les troncs des arbres, ſur les murailles & dans les fentes des rochers, ſi ce n'eſt que la terre de ces lieux leur convient mieux ?

Pour revenir à nos Champignons, on les éleve fort utilement en pleine campagne, & leur culture ſert auſſi à démontrer que leur graine eſt naturellement renfermée dans les crotes de cheval. On dreſſe les couches de campagne dans les mois de Novembre & de Decembre, mais ce doit être en terre neuve, c'eſt à dire dans des champs où l'on n'ait pas élevé des Champignons depuis longtemps. Il faut ouvrir une tranchée au cordeau de la longueur que l'on veut, large de trois pieds, profonde d'environ quatre pouces. On la remplit de fumier de cheval de littiere que l'on a pris dans les écuries dés le mois de Juillet, & que l'on a mis en meule dans le champ où l'on veut faire les couches. Pour le premier lit de la couche on emploïe le plus gros fumier, & l'on réſerve pour le ſecond ou pour le haut de la couche celui où il y a le plus de crotes de cheval. Ces crotes doivent être ſeches & moiſies ; car ce qu'on appelle moiſiſſure eſt pour ainſi dire le premier dévelopement des germes des Champignons. Toute la couche ſe dreſſe le même jour. Le premier lit n'a qu'environ huit pouces de hauteur, & le ſecond un pied. Le haut en eſt arrondi de telle ſorte, que le fumier qui ſe trouve ſur les côtez ne doit pas être rendoublé avec la fourche. On couvre cette couche arrondie avec la terre que

que l'on a tirée de la tranchée, mais on n'y en met que de l'épaiſſeur de deux pouces, aprés quoi on l'applatit en dos-d'âne avec la bêche.

On fait pluſieurs couches paralleles dans le même champ, ne laiſſant qu'un ſentier entre deux d'environ deux pieds de largeur & pour couvrir les nouvelles couches on emploïe toûjours la terre que l'on a vuidée de la tranchée. On ne touche point à ces couches juſques à la fin d'Avril ou au commencement de May. Dans ce temps-là, pour ne les pas ébranler, on raſe les herbes dont elles ſe trouvent couvertes, ſans en arracher les racines. Il faut auſſi ſonder les couches avec le doigt en pluſieurs endroits, afin d'obſerver ceux qui commencent à blanchir; car alors on doit les couvrir à la hauteur de trois doigts avec du fumier de littiere pour les tenir fraîches. On laiſſe couverts de terre ceux qui ſont encore noirs. Il faut trepigner ſur la couche ſi la terre en eſt ſabloneuſe, & marcher deſſus (une rangée de pas) afin de l'affermir & de la rendre plus propre à conſerver l'eau qu'on lui donne. On n'a que faire de cette précaution quand les couches ſont couvertes de terre franche.

Ces couches donnent ordinairement des Champignons depuis le mois de May juſques aux premieres gêlées. Aprés avoir trepigné ſur les couches, on moüille les endroits qui ſont blanchis juſques à ce que le fumier dont on les a couverts ſoit bien penetré d'eau: mais il faut bien ſe garder d'arroſer les endroits qui ſont encore noirs, cela ne ſerviroit qu'à les faire pourrir.

On découvre tous les jours les couches dans les endroits blanchis pour en cüeillir les Champignons: mais on n'en découvre qu'une entre deux, & on la recouvre lorſque les champignons ſont cüeillis. Il ne faut les arroſer que fort legerement & pardeſſus la littiere. Ces couches durent environ deux ans, parceque les endroits noirs ſe blanchiſſent inſenſiblement en Automne & dans le Printemps. Aprés que ces couches ſont épuiſées on les détruit, & l'on éleve ſur cette terre des Chicorées & d'au-

tres herbes potageres, lesquelles y profitent merveilleusement.

SUPPLEMENT

AU MEMOIRE

SUR LA VOIX ET LES TONS.

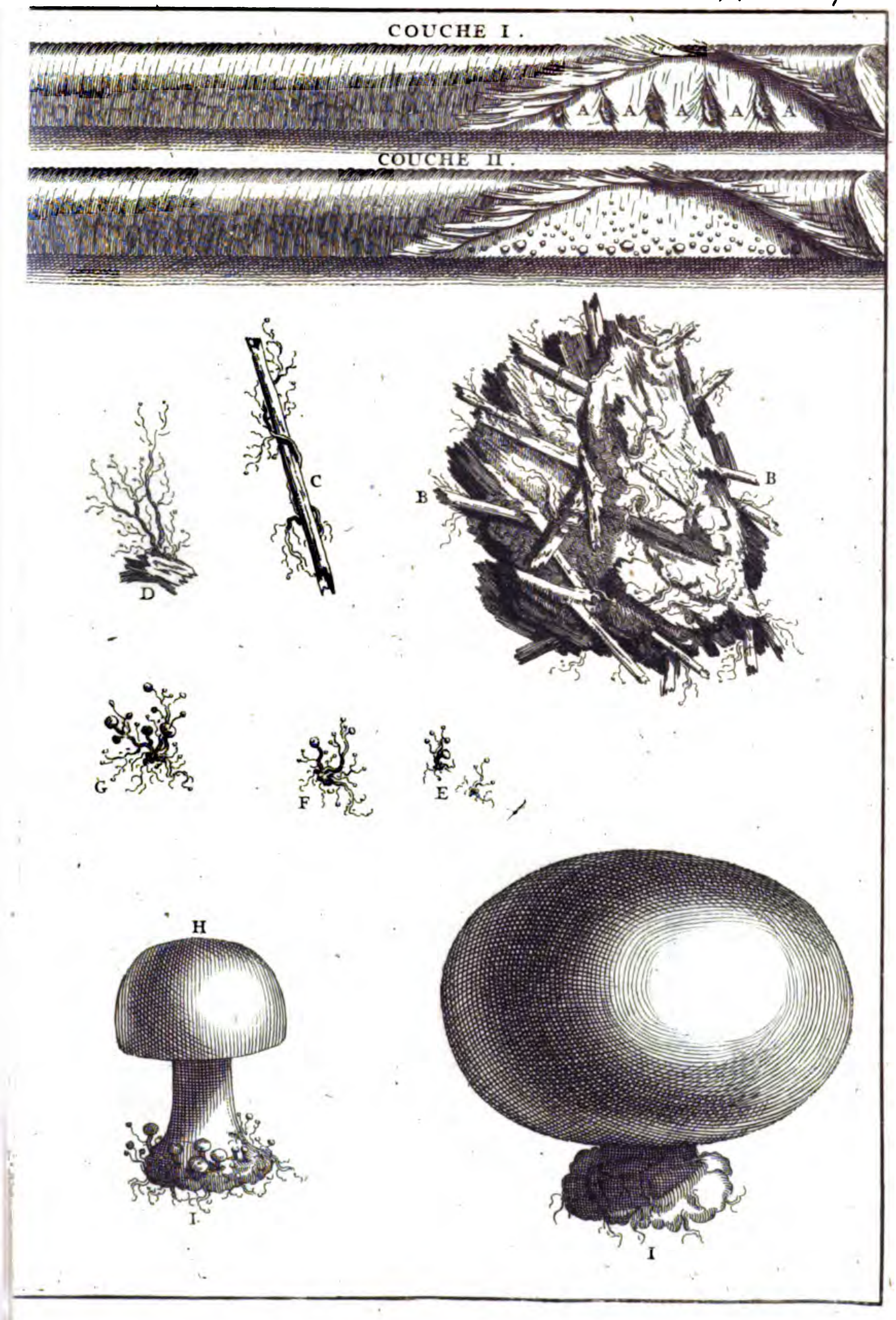
PAR M. DODART.

1707. 16. Mars.

SECONDE PARTIE.

I. *Il y a dans l'homme une glotte visible qui prouve ou confirme sensiblement tout ce qui a été dit de la figure de la glotte vocale en action pour le chant.*

ON peut voir dans les pages 257 & 258 des Memoires de l'Academie de 1700 six instances qui prouvent que la glotte produit tous les tons de bas en haut par les seuls degrez de l'approche mutuelle de ses deux levres. Quoique chacune de ces preuves en particulier, & plus encore toutes prises ensemble me paroissent suffisantes, il faut pourtant avoüer que si l'on pouvoit faire voir ces degrez d'approche dans la glotte même en action, on en seroit encore plus assuré qu'on ne l'est par des raisonnemens & des inductions fondées sur des comparaisons, quoique ces comparaisons soient tirées de choses assez semblables. Il est impossible de rendre visible une glotte en action; mais s'il est impossible de faire voir en action la glotte de la voix que j'appelleray desormais *Vocale* pour abreger, il est tres-facile de voir en action une autre sorte de glotte aussi musicale & presque aussi naturelle que celle-là. Il est vrai que cette glotte n'est presque d'aucun usage. Elle est donc moins importante & moins utile que la glotte vocale, qui est absolument necessaire à la societé civile. Celle-ci est donc par consequent moins estimable. Il n'y a donc pas lieu de s'étonner qu'elle soit moins estimée que la glotte vocale; mais on va voir que toute méprisée qu'elle est, elle ne laisse pas d'être, philosophiquement parlant, tres-digne de consideration. C'est la glotte


COUCHE I.
A A A A A A
COUCHE II.
B
B
C
D
G
F
E
H
I.
I

qui fait le sifflet humain, & que je nommeray pour abreger *Labiale.* Le commun du monde n'est guere accoûtumé à regarder serieusement cet instrument de Musique naturel; peut-être parcequ'il défigure un peu le visage, & qu'il est rare de trouver des personnes serieuses qui sçachent s'en bien servir. Cependant en ce sujet comme en plusieurs autres qui semblent de peu de consequence au vulgaire, il faut toûjours se souvenir d'une regle philosophique tres-importante que je tiens d'Aristote, & que je cite de lui parcequ'elle fait honneur à son Auteur. La voici: *C'est une chose puerile de regarder avec mépris & avec une espece de dégoût les petites choses dont on peut tirer de grandes consequences.* La raison de la regle est que ces choses ne paroissent petites & méprisables qu'à ceux qui n'ont pas l'art de penetrer dans ces petites choses, jusqu'à s'appercevoir des grandeurs qui y sont renfermées.

L'entr'ouverture des levres pour siffler est précisément de la figure de la glotte dans la plûpart de ceux qui sçavent s'aider de leurs levres pour cet usage. *Figure, structure, & usage de la glotte labiale.*

Le changement qui arrive dans les levres pour former le sifflet, est de se froncer pour accourcir leur ouverture naturelle, & pour l'entr'ouvrir en devant. Cette ouverture est presque toûjours, comme j'ay dit, de la même figure que celle que j'ay attribuée à la glotte vocale quand elle est en action pour la voix, & cette ressemblance de figure confirme la conjecture qui m'a porté à avancer que la figure de la glotte vocale étoit differente dans cette action de la figure qu'on y remarque dans les morts. Les levres se fronçant pour former cette ouverture deviennent plus fermes, & par consequent plus capables de ressort & de fremissement. Voilà presque tout l'instrument, & en effet cela seul sans canal & sans autre étenduë que celle de l'ouverture des levres, suffit pour le son & pour tous les tons du sifflet, excepté dans les tremblemens, & peut-être même dans les passages où les notes se suivent de fort prés. Car je croy avoir observé que dans ces occasions, l'épaisseur des levres plissées ne leur laissant pas assez

de ſoupleſſe pour proportionner l'ouverture aux notes précipitées que le Muſicien veut executer par cet inſtrument, la langue preſente ſa pointe à l'ouverture en dedans, & ſupplée avec beaucoup de facilité, de vîteſſe, & de juſteſſe à ce que les levres ne peuvent faire que dans un mouvement plus lent. Ces mouvemens de la langue ſont ſenſibles dans les tremblemens; car le demi-ton d'enhaut s'execute par l'élevation de la partie de la langue à la hauteur de l'ouverture dont elle diminuë le petit diametre autant qu'il faut pour ce demi-ton, & le demi-ton d'enbas s'execute par le rabaiſſement de la langue qui dégage l'entr'ouverture des levres. Et en effet, on ſent dans les longs tremblemens qui précedent les cadences finales, cette eſpece de flottement de la pointe de la langue. La ſuite fournira une ſeconde preuve tres-ſenſible & comme démonſtrative de cette verité.

Voilà pour ce qui regarde la ſtructure & l'uſage de cet inſtrument de Muſique naturel.

II. *La glotte labiale fait viſiblement tous les mouvemens attribués à la vocale pour la production des tons.*

J'ay dit dans le Memoire de la voix de l'homme, que le petit diametre de la glotte diminuë à chacune de ſes deux extremitez à chaque changement de ton & de parcelle de ton, paſſant du bas en haut de l'étenduë muſicale. Or aprés tout ce qui a été dit de la figure de la glotte labiale par comparaiſon à la glotte vocale, il eſt bien aiſé de voir ſi celle-là a les mêmes uſages que celle-ci, & ſi elle les remplit par les mêmes mouvemens. On ne peut douter des uſages, puiſque la ſeule ouverture des levres fait tous les tons, demi-tons, feintes, &c. entonne auſſi juſte à l'uniſſon que la voix, & ſuit ſur le pied de la premiere note entonnée, celles qui ſuivent haut & bas avec la même juſteſſe par les mouvemens d'éloignement ou d'approche des levres. Cela prouve viſiblement tout ce que j'avois dit de la glotte vocale; car dans la glotte labiale on n'a pas beſoin de prouver par le raiſonnement les degrez d'approche des levres, comme on eſt obligé de faire à l'égard des levres de la glotte vocale. Il n'y a point à deviner ni à raiſonner. On les voit. On remarque donc que le petit

diametre de cette glotte diminuë quand le ton hausse, & qu'il augmente quand le ton baisse. Ce changement est insensible de quelque ton que ce soit au ton prochain; mais il est tres-manifeste quand le ton monte ou baisse par de grands intervalles, par exemple, d'un ton à son octave haut ou bas. Ce changement de dimension est moins sensible à proportion dans les autres accords. Mais ces grands changemens suffisent pour conclure tous les autres changemens insensibles, & pour confirmer tout ce qui a été dit de la glotte à cet égard, touchant les degrez d'approche necessaires pour entonner les parcelles de ton. Car les intervalles qui donnent les differences sensibles à la vûë dans le petit diametre de cette glotte visible, comprennent & supposent les differences insensibles que ces intervalles contiennent virtuellement; & qui nieroit la consequence que je tire des sensibles aux insensibles, se rendroit semblable à quelqu'un qui ne pouvant nier le progrés sensible de l'aiguille d'un Cadran en l'espace d'une heure, nieroit le mouvement insensible de minute en minute qui produit à la 60[e] minute la difference sensible de l'heure presente à celle qui vient de passer.

Et des mouvemens visibles de cette glotte on conclut avec certitude les mouvemens invisibles de la glotte vocale.

A l'occasion de la glotte labiale je dois dire icy que j'ay observé trois exemples vivans d'une troisiéme glotte aussi musicale que la vocale & la labiale. C'en est une qui résulte de l'application des deux bords de la pointe de la langue au palais pour la production d'un autre sifflet. J'appelleray celle-cy *Linguale*. Elle n'est ni moins juste ni moins prompte que la glotte labiale. Je n'y trouve qu'une seule difference, c'est qu'avec celle-cy on ne peut executer qu'imparfaitement les tremblemens qui précedent presqu'inévitablement toutes les cadences de la plûpart des grands airs de nôtre Musique. Et la raison de cette difference est que cette glotte suppose la langue appliquée plus ou moins au palais, mais toûjours fixement appliquée. Or cette glotte linguale n'ayant pas non plus que la labiale la liberté necessaire pour augmenter & diminuer alternativement son petit diametre aussi prompte-

Observation d'une troisiéme glotte aussi musicale & aussi naturelle, mais moins commune que la seconde, quoiqu'elle soit de la même espece.

ment qu'il faudroit pour executer agreablement les tremblemens, tous les airs qu'on execute avec cette glotte sont necessairement privez de cet agrément, parceque derriere cette troisiéme glotte il n'y a point de seconde langue dont la pointe puisse hausser & baisser alternativement pour diminuer & dégager le diametre de la glotte, & par consequent rien qui puisse executer avec vîtesse & facilité les deux demi-tons qui composent les tremblemens. Cette difference est, sinon une démonstration, au moins une confirmation de la part que j'ay donnée à la langue dans les tremblemens executés pour le sifflet de la glotte labiale. J'ay pourtant un exemple qui prouve que si la langue appliquée au palais pour fermer cette troisiéme glotte, ne peut executer les tremblemens avec vîtesse & facilité, elle ne laisse pas de les executer par elle-même, mais fort pesamment. Et cette difference paroît d'autant plus dans cet exemple, que la même personne execute les tremblemens dans l'usage du sifflet ordinaire avec beaucoup d'agrément, & cela sans doute parceque dans le sifflet ordinaire la pointe de la langue est libre, au lieu qu'elle est appliquée dans l'autre, & qu'il n'y a rien derriere cette troisiéme glotte qui puisse suppléer avec la même liberté.

Cette défectuosité en cette espece de sifflet humain fait que ceux qui n'ont que celui-là, n'entreprennent d'executer que de petits airs d'une mesure fort coupée, comme menuets, branles gais, & autres petites pieces dont les cadences n'éxigent aucuns tremblemens, ou au plus de tres-courts; de sorte qu'on s'y apperçoit beaucoup moins de cette défectuosité dans ces petites pieces que dans les grands airs.

Ceux qui sifflent ainsi, sifflent les levres entr'ouvertes; de maniere que la premiere fois que j'observay cette maniere de siffler des airs, entendant siffler tout prés de moy fort proprement & fort prestement un menuet, je ne reconnus le siffleur qui avoit les levres legerement entr'ouvertes, que quand ayant regardé autour de moy, je n'y vis personne qu'un jeune garçon qui venoit à moy, & qui

ne put répondre à ce que je lui demandois qu'en interrompant l'air qu'il siffloit. J'ay connu par l'examen que j'en ay fait, qu'il pratiquoit cette maniere de siffler guidé par le seul exemple de son pere, qui siffle tres-juste en cette maniere, quoique ce ne soit qu'un portefaix tres-pauvre, & qui ne peut rien avoir appris en cela que ce que la nature & l'instinct lui ont enseigné.

Observation incidente, qu'il y a des gens qui sifflent sans aucune interruption, quoiqu'ils reprennent haleine comme tous les autres joüeurs d'instrumens à vent.

Je reviens à la glotte labiale, pour dire en passant que j'ay observé dans le sifflet labial que quelques-uns l'executent de sorte qu'il semble qu'ils ne reprennent point leur haleine, comme tous ceux qui joüent des instrumens à vent sont obligez de faire. Cette necessité de reprendre vent interrompt inévitablement la continuité du son, ce qu'on peut considerér comme un défaut dans cette espece d'instrumens embouchés, &, qui pis est, comme une incommodité considerable pour ceux de cette profession, surtout quand il leur survient de ces indispositions de poûmon, qui sont augmentées par une respiration aussi précipitée que le doit être celle de cette espece de Musiciens toutes les fois qu'ils doivent respirer en joüant de ces instrumens. Car il y a même de ces indispositions qui par cette seule raison les rendent absolument incapables de tout exercice de leur art.

A peu prés comme il y a des Emailleurs qui soufflent continuellement dans leur chalumeau, quoiqu'ils reprennent haleine comme les autres Emailleurs.

Il y a plusieurs Emailleurs qui paroissent avoir le même talent, & qui ont en effet celui de lancer continuellement la flame de leur lampe sur leur ouvrage par un cours d'air continu qu'ils tirent de leur bouche; mais la continuité du son dans le sifflet sans aucune vraïe interruption, se fait par une manœuvre tres-differente de celle qui fait la continuité du souffle de ces Emailleurs. Car ceux-ci ne rendent leur souffle continu, que parcequ'ils separent la profondeur de leur bouche comme en deux chambres de plein-pied, par le moyen de l'approximation des deux muscles peristaphylins, qui pour cela joignent leur tranche avec la luette, de sorte que ces trois pieces par leur contiguité font comme une petite cloison continuë : car les choses étant en cet état, la bouche emplie d'air jus-

qu'au point d'emplir les joües, les joües s'abbattant par leur mouvement propre tiennent lieu de paneaux pour pousser dehors l'air contenu dans la chambre de devant de la bouche, & donner le temps à d'autres paneaux qui sont les deux côtez & le diaphragme, de se dilater pour respirer l'air par le nez derriere la cloison, & pour le transmettre à l'instant du poûmon par la chambre de derriere dans la chambre de devant au travers de la cloison qui s'entr'ouvre en ce moment pour cet effet; de sorte que le souffle ne peut manquer d'être continu, quoique la respiration soit toûjours alternativement composée d'inspiration & d'expiration. Mais dans le sifflet continu c'est tout le contraire; car la bouche demeurant dans son état ordinaire, c'est à dire, ne faisant qu'une chambre, & la respiration se faisant à l'ordinaire, mais la glotte changeant seulement un peu d'attitude, l'air respiré passant par cette glotte devient aussi sonnant en dedans que l'air expiré l'est en dehors, & cela ou dans le même ton comme dans les ports de voix, ou changeant de ton selon l'intention de celui qui siffle, de sorte que l'inspiration n'interrompt nullement la continuité du chant. J'ay trois exemples vivans de cette maniere de siffler sans interruption, & tout ensemble sans aucun préjudice de la liberté de la respiration.

III.

L'effet des 3. glottes pour la production des tons est absolument indépendant de tout corps d'instrument, & de toute dimension du corps à la difference des instrumens à vent artificiels qui en sont dépendans.

Il y a donc dans l'homme outre la glotte vocale deux instrumens de musique naturels. Ces trois instrumens de Musique ont entr'eux cela de commun, qu'ils sont également indépendans de toutes les dimensions d'où dépend l'effet des instrumens de Musique artificiels. De cette proprieté generale des instrumens de Musique naturels qui les distingue des instrumens artificiels, il s'ensuit deux propositions importantes en Physique, pour l'essence du son, & pour la cause des tons. La premiere de ces propositions est celle-ci.

D'où il s'ensuit, 1. L'établissement de l'essence du son qui est l'impression de l'air lancé dans l'air dormant.

Le passage de l'air lancé d'une certaine vîtesse dans l'air dormant écarté par l'air lancé suffit pour le son, étant joint avec le fremissement que ce passage cause dans l'ouverture

verture par où l'air est lancé, & peut-être encore avec le froissement mutuel de ces deux airs l'un par l'autre & l'un contre l'autre.

La seconde proposition est celle-ci. La seule difference de vîtesse de l'air sonnant dans l'air dormant, jointe aux differens intervalles de vibrations qui résultent des differens degrez de fermeté dans le ressort de l'instrument, c'est à dire dans la seule ouverture fremissante sans aucun autre corps d'instrument, suffit pour produire tous les tons.

2. La cause des tons dans les degrez de vîtesse de l'air sonnant dans l'air dormant.

La premiere proposition n'est nouvelle que dans sa précision & dans sa preuve. Hors cela elle est fort ancienne. Car on la trouve dans ce qui nous reste d'Anaxagore, plus ancien que Platon d'environ 18 Olympiades, c'est à dire d'environ 72 ans, car il fut maître de Socrates dont Platon fut disciple *.

Ce n'est pas non-plus d'aujourd'hui qu'on connoît le

* L'expression de ce Philosophe me paroît remarquable, surtout dans un Auteur d'une si grande antiquité. *La voix se fait*, dit-il, *le souffle étant poussé avec force dans l'air solide, & retournant à l'oreille comme par contre-coup*. Cette expression *d'air solide* est remarquable, comme tres-propre à expliquer comment un liquide mû peut faire un si grand effet dans un liquide dormant de la même espece. On croit comprendre comment l'air poussé contre un corps solide produit un son, & encore mieux comment un corps solide heurtant contre un corps solide produit le même effet. Mais on a de la peine à s'imaginer comment un air mû dans un air dormant peut faire un si grand effet. Cependant cela est aussi aisé à comprendre que le même effet produit par un liquide contre un solide, puisqu'il est aussi aisé à comprendre que le même effet produit par le choc d'un solide contre un solide. Car il est plus que probable que ce choc ne produit le son, que parceque l'air dormant contenu entre ces deux corps, est lancé par leur choc mutuel dans l'air dormant des environs, & qu'il le fend avec violence. Les corps solides ne font jamais de bruit par leur rencontre qu'en ce cas & par cette raison. Mais l'air lancé dans un autre air fait un son, & même souvent un tres-grand son sans intervention d'aucun corps solide; pourquoi cela? C'est parce qu'alors l'air dormant tient lieu de solide par rapport à l'air lancé, & que cette espece de solide est capable d'une ondulation propre à transmettre le son. Or que l'air dormant puisse être consideré comme solide, on en voit une preuve surprenante dans l'élevation des fusées volantes à chapiteau, qui pesant en tout jusqu'à plus de quatre livres, ne laissent pas de s'élever plus de 90 toises au-dessus de l'horison, sur l'unique fondement de l'air dormant consideré comme immobile à l'égard du torrent de flamme, dont la colonne s'appuïant sur cet unique fondement, souleve jusques aux nuës un corps si pesant. Les poissons qui remontent les eaux rapides, font voir qu'un liquide peut être consideré comme solide même sans être dormant.

ſifflet humain. Ainſi le fonds de tout ceci eſt fort ancien. Mais je ne ſçay ſi quelqu'un s'eſt aviſé juſques ici de dire que le ſon n'eſt autre choſe que le coup de l'air mû de vîteſſe dans l'air dormant, & de tirer de l'inſtrument du ſifflet naturel ordinaire la preuve de ces deux propoſitions.

Preuve de l'eſſence du ſon par les trois glottes, & ſur tout par la glotte labiale.

Cette preuve réſulte ſi manifeſtement des trois glottes, & ſur tout de la glotte labiale, qu'il ne faut que ſe ſouvenir de ce qui a été dit de ſa ſtructure & de ſa manœuvre pour voir clairement cette preuve. Car l'effet de cette glotte pour le ſon & pour les tons eſt manifeſtement indépendant de toute profondeur de canal. Puiſque le ſon n'eſt produit que par l'air ſortant de cette ouverture dans le vague de l'air dormant, & que les tons de ce ſon dépendent manifeſtement de la vîteſſe & de la quantité de l'air lancé dans l'air dormant.

Dans tous les autres inſtrumens à vent l'air eſt coupé par un biſeau, ou battu par le fremiſſement d'une anche; il heurte l'un & l'autre, & de plus il frape le canal qui ſert de corps à l'inſtrument. Si les ſifflets artificiels ont peu de profondeur, ils en ont un peu: ce ſont des corps capables d'une réſiſtance manifeſte au coup de l'air: cette réſiſtance le briſe, & le biſeau le diviſe; mais dans le ſifflet humain, & ſur tout dans le labial, on n'apperçoit pour cauſe de ſon que l'air lancé dans l'air dormant.

Preuve de la cauſe des tons par la glotte labiale.

Quant à la cauſe des tons qui conſiſtent dans les degrez de vîteſſe de l'air lancé dans l'air dormant, la preuve n'en eſt pas moins claire que celle de la nature du ſon. Elle eſt renduë ſenſible par la même glotte. On a dit dans le Memoire que les tons hauſſent à proportion que la vîteſſe de l'air lancé augmente, & baiſſent à proportion qu'elle diminuë, & que la force du ſon dans chaque ton augmente à proportion de la quantité de l'air lancé augmentée, & diminuë à proportion de la quantité du même air diminuée. Tout cela eſt rendu ſenſible par la glotte labiale, on voit la quantité, & on touche la vîteſſe.

On meſure la quantité de l'air lancé par la difference viſible du petit diametre de cette eſpece de glotte, & on

mesure la vîtesse par l'impression de cet air lancé reçû dans le creux de la main, ou par le mouvement qu'il imprime dans quelque corps tres-mobile opposé au cours de cet air, comme la flamme. Car cette impression & ce mouvement varient sensiblement & visiblement à chaque changement de ton, & tres-sensiblement dans les grands intervalles, comme de quinte ou d'octave, à proportion que la glotte labiale s'ouvre pour baisser le ton en soufflant plus fortement. Car la main presentée à ce cours d'air sonnant, sent plus de fraîcheur à proportion que le ton hausse, & moins à proportion qu'il baisse, c'est à dire à proportion que la vîtesse augmente ou diminuë. Et l'on connoît la même difference de vîtesse par l'agitation plus grande, ou moindre d'un corps leger opposé au même cours d'air dans les tons plus hauts ou plus bas.

A l'occasion de ceci je ne dois pas obmettre que l'air peut être lancé par la glotte labiale, & même par la glotte linguale d'une maniere qui ne produit aucun sifflement, & qu'il ne laisse pas d'être capable en cet état de tons tres-distincts & tres-justes. Car l'effet de cet air ne laisse pas d'être sensible à l'oreille, & sur tout à l'oreille de celui qui jette ce souffle musical. Je me suis apperçû de ce souffle & de son ton, toutes les fois que ceux qui sçavent siffler des airs veulent forcer au-delà de leur étenduë haut ou bas. Car alors au lieu de jetter un son, ils ne jettent qu'un souffle; mais ce souffle ne laisse pas d'être au ton qu'ils produiroient, s'ils pouvoient rendre ce souffle sonnant. Si cette observation est hors de la Musique pratique, elle n'est pas hors de la Musique theorique, & sur tout de la Physique. Et elle n'est pas inutile à cet égard, puisqu'elle donne occasion à plusieurs reflexions qui confirment ce qui a été dit sur le son & sur les tons. Car, 1°. Les tons forcez tant hauts que bas de ce souffle qui ne produit nul son que celui du souffle, sont accompagnez de toute la manœuvre des levres qui conviendroit à jetter un son. Non-seulement l'ouverture est telle qu'il convient au ton puisqu'elle l'execute, mais le froncement & la contention des levres

s'y trouvent de sorte qu'on ne voit pas pourquoi le son ne s'ensuit pas, si ce n'est que l'ouverture necessaire pour le ton au-dessous de l'étenduë musicale est trop large pour le son, l'air lancé ne souffrant pas assez de violence pour causer aucun fremissement aux levres, & que l'ouverture necessaire pour le ton au-dessus de cette étenduë est trop étroite & trop bandée pour pouvoir être ébranlée par une aussi petite quantité d'air que celle qu'elle laisse échaper. 2°. Cela fait soupçonner que le seul coup de l'air sonnant dans l'air dormant ne fait pas le son, si le fremissement de l'ouverture n'y concourt. Et cela se confirme par ce qu'on observe dans tous les tons de l'étenduë musicale de cet instrument : car si dans cette étenduë les levres étant bandées par le froncement proportionné à la suite des tons, on vouloit ménager l'air de sorte qu'il n'en résultât qu'un souffle du ton convenable à l'ouverture, on n'en viendra jamais à bout, on affoiblira le son, mais il y en aura toûjours. Que faut-il donc faire pour soûtenir le ton, & parcourir de suite tous ceux de l'étenduë musicale, sans produire le son naturel dans cet instrument ? Il ne faut que lâcher les levres ; alors on aura le ton sans le son, parcequ'une partie relâchée n'est plus capable de ressort, & par consequent plus de fremissement, & en consequence plus de son. Mais il ne faut pas dissimuler, 3°. Qu'il arrive dans ce relâchement que la glotte des levres s'entr'ouvre davantage pour le ton du souffle que pour celui du son, c'est à dire qu'elle devient plus longue & plus large au moins au dehors, au contraire de ce qui devroit arriver suivant la theorie du fort & du foible dans les tons, & suivant la pratique des Joüeurs de haut-bois, qui serrent l'anche pour affoiblir le son. Cependant on remarquera, 1°. Que les proportions résultantes de la theorie des tons pour les differences d'ouverture qui conviennent à leurs differences, s'accordent avec les ouvertures qui donnent les tons à ce souffle dans l'étenduë musicale de cet instrument, si on compare entr'eux les tons & les degrez d'entr'ouverture dans cette étenduë du souffle

musical. 2°. Que s'il paroît quelque difference d'ouverture entre celle qui produit le ton du son, & celle qui donne le même ton au souffle, & si celle-ci est plus grande que celle-là, au lieu que celle-là devoit être plus grande que celle-ci, ce ne peut être qu'une augmentation apparente de l'ouverture du dehors résultante du relâchement des levres; car cette augmentation pourroit être supplcée par l'approche de la langue, qui retréciroit par le dedans la glotte dilatée & relâchée, de sorte qu'elle soûtiendroit le même ton sans que langue lui communiquât aucun nouveau son, étant alors molle & flottante comme elle l'est, & comme je crois l'avoir observé, quoique je ne puisse l'assurer, n'ayant fait que l'entrevoir au travers de la glotte labiale; car tout cela se passe au dedans, conduit par un instinct aveugle, & executé par des mouvemens imperceptibles à toute attention; mais on peut entrevoir par cette ouverture ce qui se passe au dedans. 3°. Quand il seroit vrai que l'ouverture interieure seroit conforme à l'exterieure dans le souffle musical, peut-être suffiroit-il pour résoudre cette contrarieté apparente du souffle au son, de dire que ce sont deux choses d'un genre si different, qu'il suffit pour conserver la regle dans toute sa force à l'égard des tons en l'un & en l'autre, qu'elle subsistât dans le souffle musical dans les proportions en l'un & en l'autre, sans être semblable dans les quantitez en l'un & en l'autre.

IV. La difference des instrumens à vent artificiels d'avec les naturels, n'est qu'apparente: delà s'ensuit la solution d'une tres-grande difficulté, & contre cette comparaison l'on doit cette solution à la glotte labiale.

J'avois dit que la preuve est nouvelle, mais à parler proprement, le fonds de la preuve est presque aussi ancien que le monde. Il n'y a que l'application qui soit nouvelle, & peut-être ne l'est-elle qu'à mon égard; car tout ce que je puis dire est que je ne me souviens pas de l'avoir remarquée en aucun Auteur. Quoiqu'il en soit, on peut tirer de ces deux propositions la solution de la plus grande des difficultez qu'on puisse proposer sur la comparaison des instrumens de Musique artificiels, & les instrumens de Musique naturels. Cette question consiste à demander comment on peut expliquer les instrumens de Musique

naturels par les inſtrumens de Muſique artificiels, comme Caſſerius, Fabricius & le Pere Merſenne ont tâché de faire, & tous d'une maniere aſſez confuſe, & la difficulté conſiſte en ce que les inſtrumens de Muſique naturels n'ont ni les dimenſions du corps des inſtrumens de Muſique artificiels, ni même toutes les dimenſions des anches, & que cependant ſans aucune ſemblable dimenſion de corps, & ſans aucune profondeur d'anches ils ne laiſſent pas de produire à l'uniſſon le même ton que le plus grand tuyau du poſitif de l'Orgue, c'eſt à dire le 8e pied. Voilà la queſtion, voici la réponſe. Quelque difference qu'il y ait dans les dimenſions entre les inſtrumens de Muſique naturels & les artificiels, tout bien conſideré, il ſemble qu'on peut dire que dans les artificiels comme dans les naturels, la ſeule quantité du mouvement de l'air fait les tons. Quoique les dimenſions ſoient indiſpenſablement neceſſaires dans les inſtrumens artificiels, ces dimenſions n'y ſont abſolument neceſſaires qu'entant que ſans cela ils ne peuvent produire cette quantité de mouvement, qui par elle-même produit immediatement le ſon & les tons, & le fort & le foible dans chaque ton. Je dis la ſeule quantité de mouvement; mais il faut entendre par cette quantité de mouvement deux choſes, la vîteſſe de l'air & ſa quantité. La vîteſſe plus grande & moins grande fait ſeule tous les tons, la quantité fait le fort & le foible dans chaque ton, comme il a été dit dans le Memoire ſur la voix. Il faut donc prouver que dans les inſtrumens artificiels, comme dans les naturels, la ſeule quantité de mouvement fait les tons par elle-même. En voici la preuve.

L'induction tirée des inſtrumens à chordes & des inſtrumens de percuſſion prouve cette ſolution.

Dans le Claveſſin, la Harpe, & tous les inſtrumens de ce genre, les chordes les plus longues, les plus groſſes, & les moins bandées ont le plus grand ſon & le plus bas, parceque toutes ces dimenſions de longueur, diametre, & intervalles de vibrations ſont neceſſaires à ces inſtrumens pour mouvoir la quantité ſuffiſante d'air avec les intervalles requis entre les vibrations de la chorde pour produire dans l'air un tel ſon de baſſe. Par la même raiſon

dans les Violons, les Violes, les Luths, le Theorbe, & les autres instrumens de ce genre, &c. dont les chordes sont d'une égale longueur, mais differemment accourcies par les touches du manche qui reglent celles de la main gauche du joüeur de Luth, de Theorbe ou de Viole, les chordes les plus grosses, les plus libres, & les moins bandées font le ton le plus bas, qui est en chaque chorde, le son qu'elle jette touchée à vuide de la seule main droite; & réciproquement les plus accourcies, les plus menuës & les plus bandées font le ton le plus haut par la raison opposée, c'est à dire moins d'air mû plus vîte & par des ondulations plus frequentes. Par cette même raison d'un mouvement plus ou moins vîte dans une moindre ou plus grande quantité d'air, par des vibrations plus ou moins pressées selon que le son est le plus haut ou le plus bas dans les instrumens à vent, le tuyau le plus long & le plus large à proportion fait le ton le plus bas. Le tuyau le plus court & le plus étroit sonne le plus haut. Ainsi dans les instrumens de percussion comme les Cloches, les Tambours, &c. du plus grand & du moindre diametre. Or dans tout cela on voit clairement que tous les instrumens de Musique de tous les genres remuënt plus d'air plus lentement & par des ondulations moins frequentes dans les tons bas, moins d'air plus vîte & par des ondulations plus frequentes dans les tons hauts. Car une longue & grosse chorde, une chorde moins bandée, une longue flute, une cloche plus large & plus profonde remuënt plus d'air & moins vîte & par des ondulations plus lentes & moins frequentes, qu'une chorde plus courte d'un moindre diametre & plus bandée; & de même on voit qu'une flute moins longue & d'un moindre diametre, & qu'une cloche de moindres dimensions remuënt moins d'air plus vîte & par des ondulations plus frequentes.

Delà il s'ensuit qu'encore que les differentes dimensions de tous les instrumens artificiels soient absolument necessaires pour être occasion des differens tons, ces dimensions n'en sont que l'occasion, & que la cause formelle des *Et cette solution montre la vraie cause des sons.*

tons de la part de l'air eſt la quantité de volume & de vîteſſe, & les deux inſtrumens naturels de Muſique de l'homme tant pour la voix que pour le ſifflet en ſont une double preuve, puiſque ces deux inſtrumens naturels executent tous les tons ſans avoir les dimenſions indiſpenſablement neceſſaires dans les inſtrumens artificiels pour parvenir au même effet. Car la raiſon de cette difference eſt que le ſon étant produit immediatement par l'air mû, & les differens tons par les differences de ſa quantité & de ſon mouvement, cette quantité & ces degrez de mouvement de l'air ne peuvent être reglez que par les dimenſions dans les inſtrumens inanimez, au lieu que la quantité préciſe de l'air & les degrez de ſon mouvement, ſont reglez dans les inſtrumens naturels par l'œconomie de la dilatation & du reſſerrement des trois glottes, la vocale, la labiale & la linguale, & du plus ou moins de force dont l'air interieur eſt pouſſé par les differentes ouvertures au travers de l'air dormant exterieur. Or ces deux genres d'inſtrumens naturels & artificiels étant ſi differens dans leur mechanique & ſi ſemblables dans leur effet, c'eſt à dire dans la production des tons, il me paroît évident que la cauſe préciſe & principale de cet effet doit être commune entre les deux genres, comme l'effet eſt commun entr'eux, & je n'y vois rien de commun que l'air avec ſes differentes quantitez de volume & de mouvemens.

Et la cauſe formelle du ſon.

On doit donc la certitude de cette connoiſſance de la cauſe formelle du ſon & des tons à la connoiſſance des trois glottes, & ſur tout à la glotte labiale, parce qu'au delà de cette glotte l'air ſonnant ne rencontre nul corps d'inſtrumens, mais le ſeul air dormant; au lieu que l'air ſonnant ſortant de la glotte gutturale rencontre les cavitez de la bouche & du nez, qui peuvent paſſer pour une eſpece de corps d'inſtrument, quoiqu'incapable de former le ton par ſes dimenſions, ni le ſon par lui-même, encore qu'il ſoit capable de répondre au ſon par le reſonnement, & aux tons par les changemens de profondeur qui ont été expliquez dans le premier Memoire.

D'où s'enſuit qu'on doit la preuve de l'un & de l'autre à la glotte labiale.

Il

Il reste à faire l'application de tout ce que j'ay dit sur la multiplication des glottes, à la Theologie naturelle. Ce sera la matiere d'un dernier Memoire.

METHODE GENERALE

Pour déterminer la nature des Courbes formées par le roulement de toutes sortes de Courbes sur une autre Courbe quelconque.

PAR M. NICOLE.

DE toutes les Courbes qui peuvent être engendrées par les roulemens d'une Courbe quelconque donnee, tant sur une ligne droite, que sur une autre Courbe aussi connuë; on n'a examiné jusqu'à present que celles qui sont formées par le roulement d'un cercle sur une ligne droite, ou sur un autre cercle qui eût un raport quelconque avec le premier, soit qu'on supposât le point décrivant dans chacun de ces cas, ou sur la circonference du cercle qui roule, ou qu'il se rencontrât dedans ou dehors cette circonference. Comme j'ai entrepris depuis quelque tems de faire un Traité sur toutes les Cycloïdes & Epicycloïdes, j'ai été porté naturellement à examiner si en faisant rouler une Courbe quelconque sur une autre, je ne pourrois pas trouver l'équation qui exprimeroit la nature de la Courbe décrite, par un point pris sur la Courbe qui roule, ou bien dedans ou dehors cette Courbe. Le succés a beaucoup surpassé mon attente; car j'ai trouvé non-seulement une methode generale pour déterminer les équations des Courbes qui peuvent être formées par le roulement d'une Courbe quelconque sur une ligne droite, mais encore de celles qui peuvent être décrites par les roulemens de toutes les Courbes imaginables sur toutes les Courbes possibles; & ces équations sont toûjours telles,

1707. 29. Mars.

qu'elles ne contiennent que les ſeules indéterminées qui expriment les coordonnées de ces Courbes lorſqu'elles ſont geometriques, & ces ſeules indéterminées, mêlées avec leurs differences infiniment petites, lorſqu'elles ſont mechaniques. Mais dans tout ce que j'ai trouvé ſur cette matiere, ce qui m'a parû le plus digne d'attention eſt que toutes les Courbes geometriques qui roulent ſur elles-mêmes, forment d'autres Courbes auſſi geometriques, & qu'ainſi cette proprieté n'eſt pas particuliere au cercle, mais ne lui eſt propre que parcequ'il eſt du nombre des Courbes geometriques. Voilà donc une infinité de Courbes geometriques qui étoient encore inconnuës, puiſque chacune de celles qui nous ſont connuës ſont propres à en engendrer d'autres à l'infini. Cette methode eſt ſi generale, qu'elle ſert auſſi à trouver quelle Courbe il ſeroit neceſſaire de faire rouler, ou ſur une ligne droite, ou ſur une autre Courbe donnée, pour qu'elle formât par ce roulement une autre Courbe auſſi donnée quelconque, & de même ſur quelle Courbe il faudroit faire rouler une Courbe donnée pour qu'elle décrivît une autre Courbe donnée quelconque. De maniere que deux de ces trois Courbes étant données, ſçavoir la Courbe qui roule, celle ſur laquelle cette premiere roule, & la troiſiéme engendrée par ce roulement, on déterminera toûjours par cette methode la troiſiéme.

PROBLEME GENERAL.

Trouver les Equations qui expriment la nature des Courbes qui peuvent être engendrées par les roulemens de toutes les Courbes poſſibles ſur une autre Courbe quelconque, ſoit qu'on ſuppoſe le point qui décrit la Courbe dans la circonference de la Courbe qui roule, ou qu'il ſoit dedans ou dehors cette circonference.

FIGURE I. & II. Soit une Courbe quelconque *AB* qui roule ſur une autre Courbe quelconque *AGZ*, en commençant au point *A* ſommet de ces deux Courbes : ſi l'on prend un point

fixe C dedans ou dehors la circonference de la Courbe AB, il eſt clair que ce point C décrira la Courbe CLM, dont on demande l'équation qui en exprime la nature.

Pour trouver cette équation, on ſuppoſera que la Courbe AB eſt parvenuë dans la ſituation IGK dans laquelle elle touche en G la Courbe AGZ, où le point décrivant C tombe au point M, & dans laquelle l'axe AP ſe trouve dans la poſition RMN: Il eſt clair, 1°. Que l'arc AG de la Courbe AGZ eſt égal à l'arc IG de la Courbe IGK, puiſqu'il eſt neceſſaire que tous les points de l'arc AG ſe ſoient rencontrés ſucceſſivement ſur tous ceux de l'arc IG pour que la Courbe AB ſoit parvenuë dans la ſituation IGK. Il eſt encore évident que ſi du point touchant G on tire au point décrivant M la droite GM, cette ligne GM ſera perpendiculaire à la Courbe CM; car conſiderant la Courbe AB ou ſon égale IGK comme l'aſſemblage d'une infinité de petites droites Gg, & de même la Courbe AGZ comme la ſomme d'une infinité de petites droites Gg égales chacune à ſa correſpondante dans la Courbe IGK. Il eſt manifeſte que la Courbe CM ſera l'aſſemblage d'une infinité de petits arcs de cercle Mm, qui auront pour centre ſucceſſivement tous les points touchants G, & qui ſeront décrits chacun par le point décrivant M ou C; d'où il ſuit que la ligne GM menée du centre G de l'arc Mm à cet arc lui eſt perpendiculaire.

Maintenant ſoit menée du point touchant G la tangente GN commune aux deux Courbes AGZ, IGK, qui rencontre leurs axes FA, EM prolongées aux points T & N, & du point G ſoit élevée la perpendiculaire FE à cette tangente qui eſt auſſi perpendiculaire aux deux Courbes AGZ, IGK, & qui rencontre leurs axes aux points E & F. Soient encore menées les ordonnées GQ, GR, MP aux Courbes AGZ, IGK, CLM, & les ordonnées gq, gr, mp infiniment proche des premieres, & les petites lignes GS, nm paralleles à FP, & Go parallele à ME; l'on nommera enſuite AP, x; PM, y; AQ, z; QG, t; IR, u; RG, r; & la connuë AC ou MI, c; l'on aura Pp ou $nm = dx$;

$Mn = dy$; qQ ou $Gs = dz$; $sg = dt$; rR ou $Go = du$; & $go = dr$.

Or puisque la ligne GM est perpendiculaire sur Mm, les triangles Mnm & MDG sont semblables ; car ôtant des angles GMm & DMn qui sont chacun égaux à un droit, le même angle DMm les restes GMD & mMn sont égaux, & de plus les angles Mnm & MDG sont droits, on aura donc cette proportion $GD\ (t-y)$. $DM\ (x+z)$ :: $mn\ (dx)$. $nM\ (dy)$, qui donne l'égalité (A) $dy = \frac{xdx+zdx}{t-y}$. Et à cause des angles droits MDG & MRG, l'on a $MD^2 + DG^2 = MR^2 + RG^2$, ce qui est en termes analytiques l'égalité (B) $xx + 2zx + zz + yy - 2ty + tt = cc \pm 2cu + uu + rr$. Cela posé, les triangles semblables Gsg, GQT & Gog, GRN, GRE donneront ces analogies $gs\ (dt)$. $sG\ (dz)$ :: $GQ\ (t)$. $QT = \frac{tdz}{dt}$, $go\ (dr)$. $oG\ (du)$ :: $GR\ (r)$. $RN = \frac{rdu}{dr}$ & $Go\ (du)$. $og\ (dr)$ :: $GR\ (r)$. $RE = \frac{rdr}{du}$. D'où il suit $GE\ (\sqrt{GR^2 + RE^2}) = \frac{r}{du}\sqrt{du^2 + dr^2}$.

Maintenant à cause des triangles semblables TQG, TPV, on a cette proportion $TQ\ \left(\frac{tdz}{dt}\right)$. $QG\ (t)$ :: TP ou $TQ - QP\ \left(\frac{tdz}{dt} - x - z\right)$. $PV = \frac{tdz - xdt - zdt}{dz}$. Et menant MH perpendiculaire sur GN, les triangles NEG, NMH seront encore semblables, ce qui donnera cette analogie NE ou $NR + RE\ \left(\frac{rdu}{dr} + \frac{rdr}{du}\right)$. $EG\ \left(\frac{r}{du}\sqrt{du^2 + dr^2}\right)$ :: NM ou $NR - RM\ \left(\frac{rdu}{dr} - u \mp c\right)$. $MH = \frac{rdu - udr \mp cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$. Mais parceque les angles MVH & TGQ sont égaux, & que les angles MHV & TQG sont droits, les triangles TQG & MHV sont semblables, ce qui donnera encore cette proportion.

$TQ\ \left(\frac{tdz}{dt}\right)$. TG ou $\sqrt{TQ^2 + QG^2}\ \left(\frac{t}{dt}\sqrt{dz^2 + dt^2}\right)$ :: $MH\ \left(\frac{rdu - udr \mp cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}\right)$.

$MV = \frac{rdu - udr \mp cdr}{dz} \times \frac{\sqrt{dz^2 + dt^2}}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$. Ainſi $PV + VM = PM$ ſera l'égalité (C) $\frac{tdz - xdt - zdt}{dz} + \frac{rdu - udr \mp cdr}{dz} \times \frac{\sqrt{dz^2 + dt^2}}{\sqrt{du^2 + dr^2}} = y$.

On aura donc les trois égalités *A*, *B*, *C*.

A. $dy = \frac{xdx + zdx}{t - y}$.

B. $xx + 2zx + zz + yy - 2ty + tt = cc \pm 2cu + uu + rr$.

C. $y = \frac{tdz - xdt - zdt}{dz} + \frac{rdu - udr \mp cdr}{dz} \times \frac{\sqrt{dz^2 + dt^2}}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$.

Par le moïen desquelles on trouvera l'équation qui exprime la nature d'une quelconque des trois Courbes *AGZ*, *IGK* & *CLM*, les deux autres étant données. Car il eſt viſible que lorſque deux quelconques de ces trois Courbes ſeront déterminées, les trois égalités ne ſeront plus compoſées que de quatre inconnuës, & pourront par conſequent être réduites à une, qui ne contiendra plus que deux de ces inconnuës, leſquelles exprimeront les coordonnées de la Courbe cherchée. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Si l'on ſuppoſe $c = o$, c'eſt à dire que le point décrivant ſoit ſur la circonference de la Courbe qui roule, les trois égalités *A*, *B*, *C*, ſe changeront en celles marquées en *D*, *E*, *F*.

D. $\frac{xdx + zdx}{t - y} = dy$. *E*. $xx + 2zx + zz + yy - 2ty + tt = uu + rr$. FIG. III.

F. $y = \frac{tdz - xdt - zdt}{dz} + \frac{rdu - udr}{dz} \times \frac{\sqrt{dz^2 + dt^2}}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$, qui ſerviront à trouver l'équation de celle qu'on voudra des trois Courbes *AGZ*, *MGK* & *ALM*, les deux autres étant données.

COROLLAIRE II.

Si l'on ſuppoſe $z = u$ & $t = r$, c'eſt à dire que les Courbes *AGZ*, *IGK* ſoient les mêmes, les égalités *B* & *C* ſe changeront en celles marquées *G* & *H*.

G. $xx + 2zx + yy - 2ty = cc \pm 2cz$, & *H*. $y =$

$y = \frac{2tdz - xdt - 2zdt \mp cdt}{dz}$, qui ferviront à trouver l'équation de celle qu'on voudra des deux Courbes *AGZ* ou *CLM*, l'autre étant connuë.

COROLLAIRE III.

Si l'on fuppofe dans ce dernier cas $c = o$, les égalités *G* & *H* fe changeront en celles marquées *I* & *L* (*I*), $xx \mp 2zx \mp yy - 2ty = o$, & (*L*) $y = \frac{2tdz - xdt - 2zdt}{dz}$, qui ferviront à trouver l'équation de celle qu'on voudra des deux Courbes *AGZ*, *ALM*, lorfque le point décrivant eft fur la circonference de la Courbe qui roule.

COROLLAIRE IV.

Il fuit de ce que les égalités *G* & *I* ne contiennent point de differentielles, & de ce que les égalités *H* & *L* ne renferment que les differences *dt* & *dz*; que toutes les fois que la Courbe *AGZ* fera geometrique, la Courbe *CLM* ou *ARM* fera auffi geometrique. Car quand la Courbe *AGZ* eft geometrique, l'on a une valeur de *t*, qui ne contient point de difference *dz*, laquelle étant mife en fa place dans les égalités *G* & *H* pour le cas du Corollaire II; & dans les égalités *I* & *L* pour le Coroll. III, & auffi pour *dt* fa valeur en *dz* changera ces égalités de maniere, que la premiere de chacun de ces deux Corollaires ne fera plus compofée que des indéterminées *x*, *y* & *z*, fans mêlange d'aucune difference *dt*, *dz*, *dy* ni *dx*, & de même la feconde ne contiendra plus que les indéterminées *x* & *z*; d'où il fuit que la valeur de *z* tirée de cette derniere égalité, étant fubftituée en fa place dans l'égalité *G* pour le fecond Corollaire, & dans l'égalité *I* pour le troifiéme, la changera de telle forte qu'elle ne fera plus compofée que des indéterminées *x* & *y*, fans aucun mêlange des differences *dx* & *dy*, & par confequent exprimera la nature d'une Courbe geometrique. Voici donc une belle proprieté des Courbes geometriques qui n'avoit encore été remarquée par

personne, sçavoir, que toutes les Courbes geometriques roulant sur elles-mêmes en forment d'autres aussi geometriques, soit que le point décrivant soit pris sur la circonference de la Courbe qui roule, ou qu'il se rencontre dedans ou hors cette circonference.

COROLLAIRE V.

Si l'on suppose la Courbe *AGZ* devenir une ligne droite perpendiculaire sur *FP*, il est évident que la tangente *GN* sera aussi perpendiculaire sur *FP*, puisqu'alors elle se confond avec *AGZ*; d'où il suit que la ligne *MH* $\left(\frac{rdu - udr \mp cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}\right)$ sera alors parallele & égale à *AP* (x), ainsi l'on aura pour premiere égalité $x = \frac{rdu - udr \mp cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$. Il est encore évident que la ligne *AQ* ou z est alors $= o$; & par consequent que l'égalité *A* se change en celle-ci $dy = \frac{xdx}{t-y}$, ou en mettant pour $t - y$ (*DG*) sa valeur $\sqrt{MG^2 - MD^2}$ qui est $\sqrt{cc \pm 2cu + uu + rr - xx}$, elle devient $dy = \frac{xdx}{\sqrt{cc \pm 2cu + uu + rr - xx}}$. On aura donc les deux égalités (*M*) $x = \frac{rdu - udr \mp cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$, & (*N*) $dy = \frac{xdx}{\sqrt{cc \pm 2cu + uu + rr - xx}}$, pour servir à trouver quelle est la Courbe *CLM* engendrée par le roulement d'une Courbe quelconque *IGK* sur une ligne droite, ou bien quelle doit être la Courbe *IGK* pour qu'elle forme par son roulement sur une ligne droite une autre Courbe donnée quelconque *CLM*, le point décrivant étant pris dedans ou dehors la Courbe qui roule. FIG. IV. & V.

Si dans ce dernier cas on suppose $c = o$, les égalités *M* & *N* deviendront $x = \frac{rdu - udr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$ & $dy = \frac{xdx}{\sqrt{uu + rr - xx}}$, qui serviront à trouver l'une des deux Courbes *MGK* ou *ARM*, l'autre étant donnée, & le point décrivant étant supposé sur la circonference de la Courbe qui roule. FIG. VI.

EXEMPLE I.

Pour les Courbes formées par le roulement d'une Courbe quelconque sur une ligne droite.

Soit la Courbe *IGK* un cercle dont le diametre eſt $2a$, & dont l'équation par conſequent eſt $r = \sqrt{2au - uu}$, qui a pour differentielle $dr = \frac{adu - udu}{\sqrt{2au - uu}}$: Si donc on ſubſtituë dans les égalités *M* & *N* pour r & dr ces valeurs, elles ſe changeront en celle-ci $x = \frac{du\sqrt{2au - uu} - \overline{u \mp c} \times \frac{adu - udu}{\sqrt{2au - uu}}}{adu} \times \sqrt{2au - uu}$, & $(O)\ dy = \frac{xdx}{\sqrt{cc \pm 2cu + 2au - xx}}$, dont la premiere ſe réduit à $x = \frac{au \mp ac \pm cu}{a}$, qui donne $u = \frac{ax \pm ac}{a \pm c}$: Si donc on met cette valeur de u dans l'égalité O, on aura $dy = \frac{xdx}{\sqrt{cc + 2ax \pm 2ac - xx}}$ pour l'équation de la Courbe *CLM* qui eſt alors une Cycloïde allongée ou accóurcie.

Corol. V.

Si l'on ſuppoſe $c = o$, elle deviendra $dy = \frac{xdx}{\sqrt{2ax - xx}}$ qui eſt celle de la Cycloïde ordinaire.

EXEMPLE II.

Pour les Courbes formées par le roulement d'une Courbe quelconque ſur elle-même.

Soit la Courbe *AGZ* ou *IGK* un cercle dont l'équation ſoit $t = \sqrt{2az - zz}$, qui a pour differentielle $dt = \frac{adz - zdz}{\sqrt{2az - zz}}$. Si on ſubſtituë pour t & dt ces valeurs dans les égalités *G* & *H*, elles ſe changeront en celles-ci $xx + 2zx + yy - 2y\sqrt{2az - zz} = cc + 2cz$, & $y = z\sqrt{2az - zz} - \overline{x - 2z - c} \times \frac{a - z}{\sqrt{2az - zz}}\ (P) = \frac{2az - ax + zx - ac + cz}{\sqrt{2az - zz}}$. De la premiere on tire $2y\sqrt{2az - zz} = xx + 2zx + yy - cc - 2cz$, & de la ſeconde auſſi $y\sqrt{2az - zz} = 2az - ax + zx - ac + cz$, par conſequent on a $xx + 2zx + yy - cc - 2cz = 4az - 2ax + 2zx -$

$- 2a$

$-2ac+2cz$, qui ſe réduit à $xx+yy-cc-4cz=4az-2ax-2ac$, d'où l'on tire $(Q)\ yy=4az-2ax-2ac-xx+cc+4cz$, & en quarrant l'égalité P on a encore $yy=\frac{4aazz-4aazx+aaxx+4azzx-2azxx+zzxx-4aacz+2aacx-2aczx+aacc+4acz^2-2aczx+2cz^2x-2acz^3+cz^2}{2az-zz}$. Si donc on compare ces deux valeurs de yy, on aura l'égalité $4aazz-4aazx+aaxx+4azzx-2azxx+zzxx-4aacz+2aacx-2aczx+4aczz-2aczx+2czzx+aacc-2accz+cczz=\overline{4az-2ax-2ac-xx+cc+4cz}\times\overline{2az-zz}=8aazz-4az^3-4aazx+2azzx-4aacz+2aczz-2azxx+zzxx+2accz-cczz+8aczz-4cz^3$, qui ſe réduit en effaçant les termes qui ſe détruiſent à l'égalité $4aazz-4az^3+6aczz-2azzx+4accz-2cczz-4cz^3=aaxx+2aacx-4aczx+2czzx+aacc$, ou en diviſant par aa & tranſpoſant, il vient l'égalité $xx+2cx-\frac{4czx}{a}+\frac{2czzx}{aa}+\frac{2zzx}{a}=4zz-\frac{4z^3}{a}+\frac{6czz}{a}+\frac{4ccz}{a}-\frac{2cczz}{aa}-\frac{4cz^3}{aa}-cc$; & en réſolvant cette égalité, il vient $x+c-\frac{2cz}{a}+\frac{czz}{aa}+\frac{zz}{a}=\sqrt{4zz-\frac{4z^3}{a}+\frac{6czz}{a}+\frac{4ccz}{a}-\frac{2cczz}{aa}-\frac{4cz^3}{aa}-cc+cc-\frac{4ccz}{a}+\frac{4cczz}{aa}+\frac{2cczz}{aa}-\frac{4ccz^3}{a^3}+\frac{ccz^4}{a^4}+\frac{2czz}{a}-\frac{4cz^3}{aa}+\frac{2cz^4}{a^3}+\frac{z^4}{aa}}$, qui ſe réduit à $x+c-\frac{2cz}{a}+\frac{czz}{aa}+\frac{zz}{a}=\sqrt{4zz-\frac{4z^3}{a}+\frac{8czz}{a}+\frac{4cczz}{aa}-\frac{8cz^3}{aa}-\frac{4ccz^3}{a^3}+\frac{ccz^4}{a^4}+\frac{2cz^4}{a^3}+\frac{z^4}{aa}}$, ou $x+c-\frac{2cz}{a}+\frac{czz}{aa}+\frac{zz}{a}=\frac{z}{aa}\sqrt{4a^4-4a^3z+8a^3c+4aacc-8aacz-4accz+cczz+2acz^2+a^2z}=\frac{z}{aa}\times\overline{a+c}\times\overline{2a-z}=0$. On aura donc en mettant à même dénomination $aax+aac-2acz+czz+azz=2aaz+2acz-azz-czz$; ou $aax+aac-4acz+2czz+2azz-2aaz=0$, qui donne $zz-\frac{4acz-2aaz}{2a+2c}+\frac{aax+aac}{2a+2c}=0$, dont la réſolution donne $z=\frac{2ac+aa}{2a+2c}\pm\sqrt{\frac{-aax-aac}{2a+2c}+\frac{4aacc+4a^3c+a^4}{\overline{2a+2c}^2}}$, qui ſe réduit à

$z = \frac{2ac + aa \pm a\sqrt{-2ax + 2ac - 2cx + 2cc + aa}}{2a + 2c}$. Si donc on met cette valeur de z dans l'égalité Q, il viendra $yy = cc - xx - 2ac - 2ax + 4ac + 2aa \pm 2a\sqrt{aa + 2ac + 2cc - 2ax - 2cx}$, ou bien ($R$) $y = \pm\sqrt{2aa + cc + 2ac - 2ax - xx \pm 2a\sqrt{aa + 2ac + 2cc - 2ax - 2cx}}$, qui est l'équation des Cycloïdes geometriques allongées & accourcies.

COROLLAIRE.

Si l'on suppose $c = 0$, c'est à dire que le point décrivant soit sur la circonference du cercle qui roule, l'équation R deviendra $y = \pm\sqrt{2aa - 2ax - xx \pm 2a\sqrt{aa - 2ax}}$, qui est celle de la Cycloïde geometrique simple.

EXEMPLE III.

Pour les Courbes formées par le roulement d'une Courbe quelconque sur une autre aussi quelconque, le point décrivant étant sur la circonference de celle qui roule.

Soit la Courbe AGZ un cercle dont le rayon soit b, & la Courbe AB ou MGK un autre cercle dont le rayon soit a, l'on aura GQ (t) $= \sqrt{2bz - zz}$ & GR (r) $= \sqrt{2au - uu}$, dont les differences sont $dt = \frac{bdz - zdz}{\sqrt{2bz - zz}}$ & $dr = \frac{adu - udu}{\sqrt{2au - uu}}$.

Corol. I. Mettant donc ces valeurs dans les égalités E & F en la place de t, dt, r, & dr, elles deviendront (R) $xx + 2zx + yy - 2y\sqrt{2bz - zz} = 2au - 2bz$, & $y = \sqrt{2bz - zz} - \frac{x - z}{\sqrt{2bz - zz}} \times \overline{b - z} + \frac{du\sqrt{2au - uu} - u \times \frac{adu - udu}{\sqrt{2au - uu}}}{dz} \times \frac{bdz \times \sqrt{2au - uu}}{\sqrt{2bz - zz} \times adu}$, dont la derniere se réduit à $y = \frac{bz - bx + zx + bu}{\sqrt{2bz - zz}}$, ou en mettant à même dénomination, à (Q) $y\sqrt{2bz - zz} = bz - bx + zx + bu$, dont le quarré est $2bzyy - zzyy = bbzz - 2bbzx + bbxx + 2bzzx - 2bzxx + zzxx + 2bbzu - 2bbux + 2buzx + bbuu$, d'où l'on tire en transposant

$$zz - \frac{2bzyy - 2bbzx - 2bzxx + 2bbzu + 2buzx}{bb + 2bx + xx + yy} = \frac{2bbux - bbuu - bbxx}{bb + 2bx + xx + yy},$$

& en résolvant l'égalité du second degré, il vient

$$z = \frac{byy + bbx + bux - bbu - bux}{bb + 2bx + xx + yy} \mp \sqrt{\frac{2bbux - bbu^2 - b^2x^2}{bb + 2bx + xx + yy} \frac{+ bby^4 + 2b^3xyy + b^4x^2 + 2b^2x^2y^2 + 2b^3x^3 + b^2x^4 - 2b^3uy^2 + b^4u^2 - 2b^4xu - 2b^3ux^2 - 2b^2uxy^2 - 2b^3ux^2 - 2b^2uxx + 2b^3u^2x + bbuuxx}{\overline{bb + 2bx + xx + yy}^2}},$$ qui

se réduit en mettant à même dénomination à l'égalité (S)

$$z = \frac{byy + bbx + bxx - bbu - bux \pm by\sqrt{yy + 2bx + xx - 2bu - ux}}{bb + 2bx + xx + yy}.$$ Maintenant pour faire que cette valeur de z ne soit composée que des seules indéterminées x & y, on tirera de chacune des égalités R & Q une valeur de $\sqrt{2bz - zz}$, afin qu'étant comparées on tire de cette comparaison une valeur de u, qui étant substituée dans l'égalité S la rende telle qu'elle ne contienne plus que les indéterminées x & y. De l'égalité R on tire $\sqrt{2bz - zz} = \frac{xx + 2zx + yy - 2au + 2bu}{2y}$, & de l'égalité Q aussi $\sqrt{2bz - zz} = \frac{bu - bx + zx + bu}{y}$. On aura donc $xx + 2zx + yy + 2bz - 2au = 2bz - 2bx + 2zx + 2bu$, qui se réduit à $xx + yy + 2bx = 2au + 2bu$, d'où l'on tire $u = \frac{xx + yy + 2bx}{2a + 2b}$. Si donc on substituë cette valeur dans l'égalité S, on aura

$$z = b \times \frac{yy + bx + xx - \overline{b - x} \times \frac{xx + yy + 2bx}{2a + 2b}}{bb + 2bx + xx + yy} \frac{\pm y\sqrt{yy + 2bx + xx - 2b - \frac{x^2 - y^2 - 2bx}{2a + 2b} \times \frac{xx + yy + 2bx}{2a + 2b}}}{bb + 2bx + xx + yy},$$ ou en

réduisant & mettant à même dénomination, il vient (T)

$$z = \frac{b}{2a + 2b} \times \frac{2ayy + 2abx + 2axx + byy - bxx - x^3 - xyy \pm y\sqrt{yy + 2bx + xx} \times \sqrt{4a^2 + 4ab - x^2 - y^2 - 2bx}}{bb + 2bx + xx + yy}.$$

A present soit mis dans l'égalité (O) $dy = \frac{xdz + zdx}{t - y}$ pour t sa valeur $\sqrt{2bz - zz}$, Corol. I.

on aura $dy = \frac{xdz + zdx}{\sqrt{2bz - zz} - y}$, & ensuite pour z & $\sqrt{2bz - zz}$ aussi leurs valeurs prises dans les égalités Q & T, il viendra

$$dy = \frac{x\,dx + \frac{bdx}{2a+2b} \times \frac{2ay^2 + 2abx + 2axx + byy - bxx - x^3 - xyy \pm y\sqrt{yy+2bx+x^2} \times \sqrt{4a^2+4ab-x^2-y^2-2bx}}{bb+2bx+xx+yy}}{\frac{bz - bx + zx + bu}{y} - y}.$$

Et en mettant à même dénomination, & dans le denominateur pour u & z leurs valeurs, on aura $dy = \frac{dx}{2a+2b} \times$ $2ab^2x + 4abx^2 + 2ax^3 + 2axy^2 + 2b^3x + 4b^2x^2 + 2bx^3 + 2bxyy + 2aby^2 + 2ab^2x + 2abx^2 + bbyy - bbxx - bx^3 - bxyy \pm by\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx} \times \sqrt{yy+2bx+xx}$, divisé par $\overline{bb+2bx+xx+yy} \times \frac{-bx-yy}{y} + \frac{bxx+byy+2bbx}{2ay+2by} + \frac{bb+bx}{2ay+2by}\,\overline{2ay^2 + 2abx + 2axx + byy - bxx - x^3 - xy^2 \pm y}$ $\sqrt{yy+2bx+xx} \times \sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx}$, qui se réduit (en effaçant les termes qui se détruisent, & en mettant le dénominateur à même dénomination à l'égalité

$$dy = \frac{ydx \times \overline{4ab^2x + 6abx^2 + 2ax^3 + 2axy^2 + 2b^3x + 3bbx^2 + bx^3 + bxy^2 + 2aby^2 + b^2y^2 \pm by\sqrt{4a^2+4ab-y^2-x^2-2bx}\sqrt{x^2+y^2+2bx}}}{\overline{-2abx-2ay^2-by^2+bx^2} \times \overline{b^2+2bx+x^2+y^2} + \overline{bb+bx} \times \overline{2ay^2+2abx+2ax^2+by^2-bx^2-x^3-xy^2 \pm y\sqrt{4a^2+4ab-y^2-x^2-2bx}\sqrt{x^2+y^2+2bx}}}$$

ou à
$$dy = \frac{ydx \times \overline{2a+b} \times \overline{2bbx + 3bxx + x^3 + xyy + byy \pm by\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx}\sqrt{xx+yy+2bx}}}{-bx^2y^2 - by^4 - 2b^2xy^2 - 4abxy^2 - 2ax^2y^2 - 2ay^4 + \overline{b+x} \times \mp by\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx}\sqrt{xx+yy+2bx}}$$

qui se réduit encore en divisant le numerateur & le dénominateur par $y\sqrt{xx+yy+2bx}$ à l'égalité . . .

$$dy = \frac{dx \times \overline{2a+b} \times \overline{b+x}\sqrt{xx+yy+2bx} \pm by\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx}}{\overline{2a+b} \times -y\sqrt{xx+yy+2bx} + \overline{b+x} \times \mp b\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx}}$$

qui est celle qui exprime la nature de la Courbe *AM* qui est alors une Epicycloïde.

COROLLAIRE.

Si l'on suppose le rayon du cercle *AGZ* infini, l'équation se changera en cette autre $dy = \frac{bbdx\sqrt{2bx}}{bb\sqrt{4ab-2bx}}$, puisque tous les autres termes sont nuls par rapport à $bb\sqrt{2bx}$ &

$bbV4ab-2bx$, laquelle devient $dy = \frac{xdx}{V2ax-xx}$ qui eſt l'équation de la Cycloïde ordinaire. Et c'eſt auſſi ce qui doit arriver; car lorſque le rayon *FA* eſt infini, la circonference du cercle *AGZ* eſt infiniment grande, & par conſequent ſa partie *AG* eſt une ligne droite; d'où il ſuit que la Courbe *AM* eſt alors engendrée par le roulement du cercle *MGK* ſur la ligne droite *GB*, ce qui eſt la generation de la Cycloïde ſimple.

AUTRE METHODE GENERALE pour trouver les Equations qui expriment la nature des Courbes qui peuvent être formées par le roulement d'une Courbe quelconque ſur la même Courbe poſée dans une ſituation renverſée par rapport à la premiere.

Si l'on fait rouler la Courbe quelconque *ABF* ſur une autre *AGK* qui lui ſoit égale & ſemblable, le ſommet *A* décrira la Courbe *AME* dont on trouvera la nature en cette ſorte.

Soit ſuppoſée la Courbe *ABF* parvenuë dans la ſituation *MGH*, dans laquelle elle touche en *G* la Courbe *AGK*, où le point décrivant *A* tombe en *M*, & où l'axe *AT* ſe trouve dans la ſituation *RM*. Il eſt évident que l'arc *AG* eſt égal à l'arc *MG*, puiſqu'il faut que tous les points de l'arc *MG* ſe ſoient rencontrés ſucceſſivement ſur tous ceux de l'arc *AG*, pour que la Courbe *ABF* ſoit parvenuë dans la ſituation *MGH*. Si à preſent du point touchant *G* on mene la tangente *GT* & la perpendiculaire *CGL* à cette tangente, il eſt clair que cette tangente *GT* coupera les axes *CA* & *LM* dans un même point, puiſque les Courbes *AFK*, *MGH* ſont les mêmes. Or elle ne peut couper ces deux axes dans un même point, qu'au point *T* où ces deux axes ſe coupent, & ce point *T* doit être tel que $AT = MT$. Cela fait, ſoit encore mené les appliquées *GQ*, *GR* & *PM* aux Courbes *AGK*, *MGH*, *AME*, & les cordes *AG*, *MG*, il eſt évident que $AQ = MR$, $AG = MG$, $GQ = GR$ & $RL = QC$. Or

puiſque l'angle AGM eſt coupé en deux également par la tangente GT, & que menant AM l'angle $GAM = GMA$, il eſt clair que les triangles GAD & GMD ſont égaux & ſemblables, & partant que l'angle ADG eſt droit & que $AD = MD$; d'où il ſuit que la ligne AM eſt parallele à CL, & que menant MO parallele à GT, MD ſera égale à GO. Cela poſé, on nommera AP, x; PM, y; AQ ou MR, z; QG ou RG, t; & menant les appliquées mp, gq infiniment proche de MP & GQ, & les petites lignes Mt & GS paralleles à CA, on aura Pp ou $Mt = dx$, $tm = dy$, Qq ou $GS = dz$ & $Sg = dt$. Maintenant à cauſe que GC eſt perpendiculaire à la Courbe AGK, les triangles GSg & GQC ſont ſemblables, puiſqu'ôtant des angles $CGS + SGg$ & $GgS + SGg$ qui ſont égaux à un droit, le même angle SGg, les reſtes CGS, ou ſon égal GCQ & GgS ſont égaux, & que de plus les angles CQG & GSg ſont droits. Les triangles GSg & GCQ ſont donc ſemblables, ce qui donne ces analogies $GS\ (dz).\ Sg\ (dt) :: GQ\ (t).\ QC = \frac{tdt}{dz} = RL$, & $GS\ (dz).\ Gg\ (\sqrt{dz^2 + dt^2}) :: GQ\ (t).\ GC = \frac{t\sqrt{dz^2 + dt^2}}{dz} = GL$. Mais parceque les angles GRL & MOL ſont droits, & que l'angle GLR eſt commun aux deux triangles MOL & GRL, il eſt viſible que ces deux triangles ſont ſemblables, & qu'ainſi l'on aura cette proportion $GL\ \left(\frac{t\sqrt{dz^2 + dt^2}}{dz}\right).\ RL\ \left(\frac{tdt}{dz}\right) :: ML$ ou $AQ + QC\ \left(z + \frac{tdt}{dz}\right).\ OL = \frac{zdzdt + tdt^2}{dz\sqrt{dz^2 + dt^2}}$, & partant $OG = GL - OL = \frac{t\sqrt{dz^2 + dt^2}}{dz} - \frac{zdzdt - tdt^2}{dz\sqrt{dz^2 + dt^2}} = \frac{tdz - zdt}{\sqrt{dz^2 + dt^2}} = MD$. Or puiſque AM ou $2MD\ (\sqrt{PM^2 + AP^2}) = \sqrt{xx + yy}$, l'on aura l'égalité $\sqrt{xx + yy} = \frac{2tdz - 2zdt}{\sqrt{dz^2 + dt^2}}$, dont le quarré eſt $xx + yy = \frac{4ttdz^2 - 8tzdtdz + 4zzdt^2}{dz^2 + dt^2}$, d'où l'on tire $y = \pm \frac{\sqrt{4ttdz^2 - 8tzdtdz + 4zzdt - xxdz^2 - xxdt^2}}{\sqrt{dz^2 + dt^2}}$; & à cauſe des triangles ſemblables CQG, APM, on aura cette analogie CG

$\left(\frac{\sqrt{dz^2+dt^2}}{dz}\right)$. CQ $\left(\frac{tdt}{dz}\right)$ :: AM ou $\sqrt{xx+yy}$ $\left(\frac{2tdz-2zdt}{\sqrt{dz^2+dt^2}}\right)$. AP (x) qui donne cette égalité $x = \frac{2tdtdz - 2zdt^2}{dz^2+dt^2}$. Ainsi l'on aura les deux égalités A & B.

$$A.\ y = \pm \frac{\sqrt{4ttdz^2 - 8tzdtdz + 4zzdt^2 - xxdz^2 - xxdt^2}}{dz^2+dt^2}.$$

$$B.\ x = \frac{2tdtdz - 2zdt^2}{dz^2+dt^2}.$$

pour exprimer la nature de la Courbe AM. Car il est évident que lorsque la Courbe AGK ou MGH sera déterminée, c'est à dire que l'on aura la valeur de t en z, l'égalité B se changera par la substitution de cette valeur en la place de t, en une autre qui ne sera plus composée que des inconnuës x & z, d'où l'on tirera une valeur de z en x, qui étant mise en sa place dans l'égalité A aprés y avoir substitué pour t & dt leurs valeurs en z, la rendra telle qu'elle ne contiendra que les seules inconnuës x & y, & par consequent exprimera alors la nature de la Courbe AM.

COROLLAIRE.

Il suit de ce que les égalités A & B ne contiennent point les differences dx & dy, que toutes les fois que la Courbe AGK ou MGH sera geometrique, la Courbe AM sera aussi geometrique.

EXEMPLE I.

Soit la Courbe AGK ou MGH un cercle dont le diametre soit $2a$, on aura GQ ou GR $(t) = \sqrt{2az - zz}$, & $dt = \frac{adz - zdz}{\sqrt{2az-zz}}$, lesquelles valeurs de t & dt étant substituées dans les égalités A & B, elles se changeront en celles-ci,

$$y = \pm dz \frac{\sqrt{8az - 4zz - 8az + 8zz + \frac{4aaz^2 - 8az^3 + 4z^4}{2az-zz} - xx - \frac{aaxx + 2azxx - zzxx}{2az-zz}}}{\sqrt{dz^2 + \frac{aadz^2 - 2azdz^2 + zzdz^2}{2az-zz}}}$$

& $x = \dfrac{2adz^2 - 2zdz^2 - \frac{2aazdz^2 + 4azzdz^2 - 2z^3dz^2}{2az-zz}}{dz^2 + \frac{aadz^2 - 2azdz^2 + zzdz^2}{2az-zz}}$, qui se ré-

duiſent à $y = \pm \frac{\sqrt{4aazz - aaxx}}{a} = \pm \sqrt{4zz - xx}$, & (O) $x = \frac{2aaz - 2azz}{aa}$. De cette derniere on tire $zz - az = -\frac{1}{2}ax$, dont la réſolution eſt $z = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{1}{2}ax}$. Si donc on met cette valeur de z dans l'égalité C, on aura $y = \pm \sqrt{2aa - 2ax - xx \pm 2a\sqrt{aa - 2ax}}$ qui eſt l'équation de la Cycloïde geometrique.

EXEMPLE II.

Soit la Courbe AGK ou MGH une parabole dont le parametre ſoit a; on aura $t = \sqrt{az}$, dont la difference eſt $dt = \frac{adz}{2\sqrt{az}}$. Mettant ces valeurs de t & dt en leurs places dans les égalités A & B, elles ſe changeront en ces autres $y = \pm dz \frac{\sqrt{4az - 4az + \frac{aazz}{az} - xx - \frac{aaxx}{4az}}}{\sqrt{dz^2 + \frac{aadz^2}{4az}}}$, &

$$x = \frac{adz^2 - \frac{2aaz\,dz^2}{4az}}{dz^2 + \frac{aadz^2}{4az}}$$

, qui ſe réduiſent à (C) $y = \pm \frac{\sqrt{4aazz - 4azxx - aaxx}}{\sqrt{4az + aa}}$; & (D) $x = \frac{2az}{4z + a}$. De l'égalité D on tire $4zx + ax = 2az$ ou $z = \frac{ax}{2a - 4x}$, & ſubſtituant cette valeur de z dans l'égalité C, on aura $y = \pm$

$$\frac{\sqrt{\frac{4a^4xx}{4aa - 16ax + 16xx} - \frac{4aax^3}{2a - 4x} - aaxx}}{\sqrt{\frac{4aax}{2a - 4x} + aa}}$$

, ou en mettant à même dénomination $y = \pm \frac{\sqrt{4a^4xx - 8a^3x^3 + 16aax^4 - 4a^4xx + 16a^3x^3 - 16aax^4}}{\sqrt{2a - 4x} \times \sqrt{4aax + 2a^3 - 4aax}}$ qui ſe réduit à $y = \pm \frac{\sqrt{8a^3x^3}}{\sqrt{2a - 4x} \times \sqrt{2a^3}} = \pm \frac{2x\sqrt{x}}{\sqrt{2a - 4x}}$ qui eſt l'équation de la Courbe décrite par le ſommet de la parabole ABE roulant ſur ſon égal AGK, laquelle eſt geometrique.

EXEMPLE III.

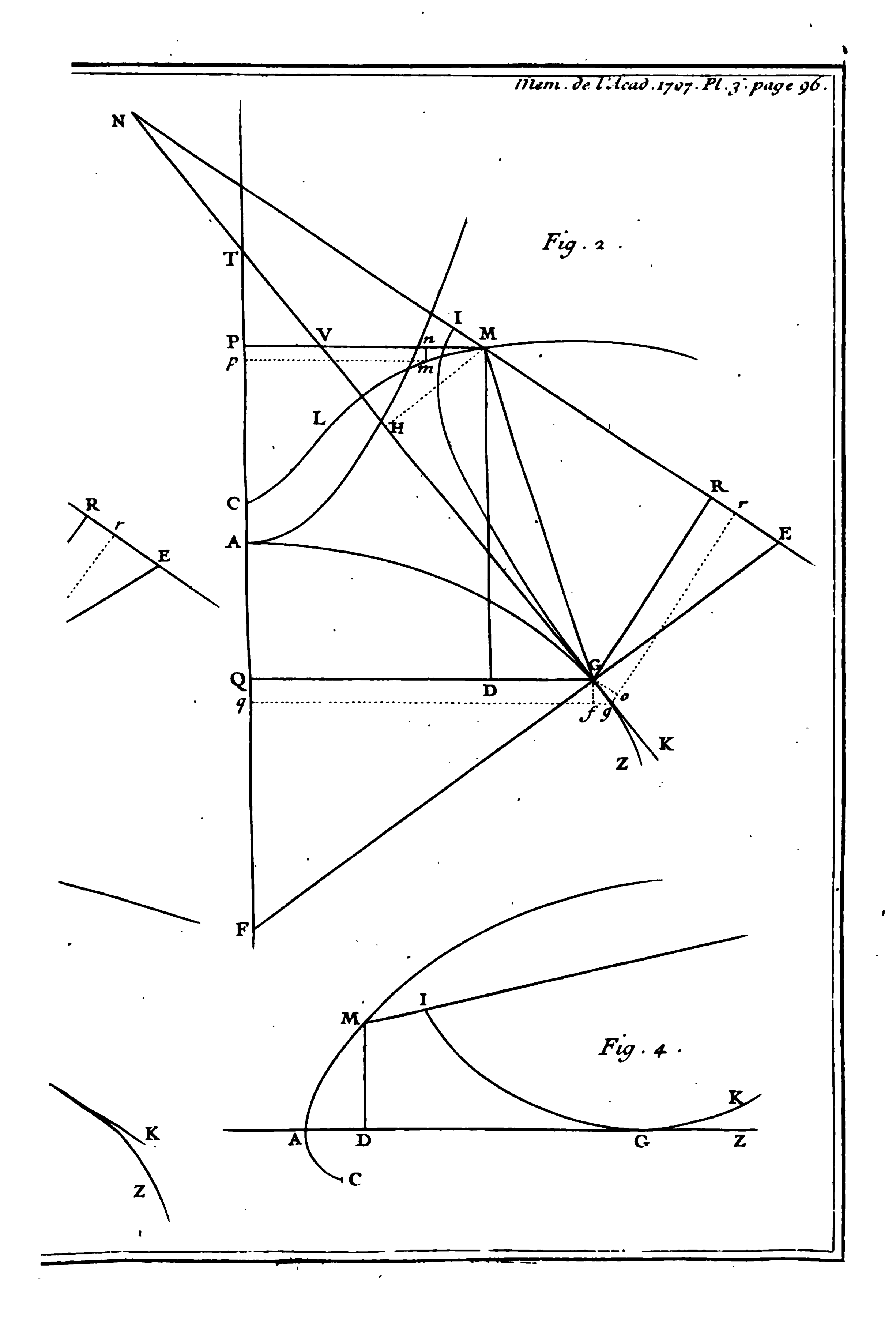

Fig. 2.
N
T
P
V
n
I
M
p
m
L
H
C
A
R
r
E
Q
D
G
q
f
g
o
K
Z
F
Fig. 4.
M
I
K
A
D
G
Z
C

Fig. 5.

I M L C K A D G Z

Fig. 7

V M m D R L O G K H

Fig. 6.

G M R K A G Z

EXEMPLE III.

Soit la Courbe *AGK* une parabole cubique dont l'équation ſoit $aaz = t^3$, qui donne $t = \sqrt[3]{aaz}$, & $dt = \frac{adz}{3\sqrt[3]{azz}}$. Subſtituant ces valeurs dans les égalités *A* & *B*, elles deviendront $y = \pm dz \frac{\sqrt{4a\sqrt[3]{azz} - \frac{8az\sqrt[3]{a}}{3\sqrt[3]{z}} + \frac{4aaz}{9\sqrt[3]{aaz}} - xx - \frac{aaxx}{9z\sqrt[3]{aaz}}}}{\sqrt{dz^2 + \frac{aadz^2}{9z\sqrt[3]{aaz}}}}$

& $x = \frac{\frac{2adz^2\sqrt[3]{a}}{3\sqrt[3]{z}} - \frac{2aazdz^2}{9z\sqrt[3]{aaz}}}{dz^2 + \frac{aadz^2}{9z\sqrt[3]{aaz}}}$, qui ſe réduiſent à (*C*) $y = \pm \frac{\sqrt{16aazz - 9zxx\sqrt[3]{aaz} - aaxx}}{\sqrt{9z\sqrt[3]{aaz} + aa}}$, & (*D*) $x = \frac{4aaz}{9z\sqrt[3]{aaz} + aa}$. De l'égalité *D* on tire $aax + 9zx\sqrt[3]{aaz} = 4aaz$, ou $9zx\sqrt[3]{aaz} = 4aaz - aax$, dont le cube eſt $81 \times 9z^3x^3 \times aaz = 64a^6z^3 - 48a^6zzx + 12a^6zxx - a^6x^3$, ou $81 \times 9x^3z^4 - 64a^4z^3 + 48a^4zzx - 12a^4zxx + a^4x^3 = 0$, dont la réſolution donne une valeur de z, qui étant miſe en ſa place dans l'égalité *C*, cette égalité *C* exprimera la nature de la Courbe formée par une parabole cubique roulant ſur elle-même.

EXAMEN DES EAUX DE VICHI ET DE BOURBON.

PAR M. BURLET.

PEndant le ſéjour que j'ai fait à Vichi & à Bourbon l'année derniere, je me ſuis appliqué autant que mes occupations me l'ont pû permettre, à verifier pluſieurs 1707. 23. Mars.

experiences déja faites sur les Eaux minerales de ces lieux, & à en faire quelques nouvelles, pour découvrir avec plus de certitude & de précision la nature de leur mineral.

Comme ces Eaux sont fort renommées dans le Royaume, surtout depuis environ soixante ans, les Medecins des lieux, & plusieurs autres qui s'y sont transportés, ont travaillé à nous en donner des analyses, & à expliquer leurs vertus medecinales.

Outre les Livres imprimés sur les Eaux de Vichi & de Bourbon, qui sont entre les mains de tout le monde; j'ai vû des Memoires manuscrits de Mrs Spon & Garnier Medecins de Lyon, qui firent il y a plus de 20 ans un voyage exprés en Auvergne & dans le Bourbonnois, pour examiner dans leurs sources les Eaux minerales de ces Provinces. L'on m'a aussi communiqué les analyses & les experiences de M. Saignette Medecin de la Rochelle faites en l'année 1696 au mois d'Octobre: celles de Mrs Chomel & Geoffroy de cette Academie, faites en 1699 & 1704. Je rapporterai plusieurs choses de ces analyses & experiences dans ce Memoire que j'ai l'honneur de lire à la Compagnie.

Des Eaux de Vichi.

Des sept Fontaines minerales qui sont à Vichi, je n'en ai examiné que six, sçavoir les deux Puits des Capucins, celui de la Grille, du gros Boulet, les deux Fontaines Gargniés. L'eau de la septiéme qui est celle des Celestins étoit sale & bourbeuse, parcequ'on remuoit alors des terres prés de cette Fontaine, & il n'y avoit pas lieu de l'examiner.

Les deux Puits des Capucins paroissent n'avoir qu'une même source, & l'eau en est tout à fait la même. Elle a un degré de chaleur fort considerable: elle paroît d'abord dans le bassin louche & comme blanchâtre, dans le verre neanmoins elle est plus claire & plus limpide. Son odeur est forte, & semble participer quelque chose du souffre

commun allumé : elle eſt au goût d'un ſel vif & piquant, & deſagreable à boire. Elle conſerve ſa chaleur fort longtems. On ne trouve qu'un demi degré de chaleur de difference entre le petit Puits quarré & le grand Puits des Capucins. Le Thermometre dont je me ſuis ſervi avoit neuf pouces & demi de long, non compris la boule; exposé à l'air, ſa liqueur étoit à 24 lignes : elle a monté, plongé dans le grand Puits quarré, à 51 lignes, & dans le petit Puits quarré à 51 lignes $\frac{1}{2}$.

L'Eau des Puits des Capucins mêlée avec la diſſolution d'Alun & l'eſprit de Vitriol, a fermenté conſiderablement; mêlée avec l'eau de chaux, elle eſt devenuë ſeulement troûble. Elle n'a point rougi le papier bleu, & n'a pris qu'une tres-foible teinture avec la Noix de galles: elle n'a point changé la couleur de la ſolution du Tourneſol, elle a verdi celle du Sirop violat. Tous ceux qui ont fait ces eſſais, ont trouvé la même choſe à tres-peu de difference prés.

Ayant fait évaporer 4 livres de cette Eau dans une terrine, il m'eſt reſté deux dragmes & ſoixante grains de réſidence; c'eſt à quelques grains prés ce qu'a trouvé M. Chomel, qui ſur huit livres marque avoir tiré cinq dragmes & demi de réſidence.

Pour connoître avec plus de juſteſſe & de préciſion le poids de la réſidence ſur une certaine quantité d'eau, je me ſuis ſervi, à l'exemple de M. Geoffroy, d'un petit vaiſſeau de verre large & plat, peſant demie once & huit grains; j'y ai mis évaporer lentement ſur les cendres chaudes ſix gros & trente-deux grains d'eau; aprés l'évaporation j'ai trouvé au fonds & aux parois du verre une réſidence blanche, ſeiche, adherente : ayant repeſé le verre, ſon poids étoit augmenté de prés de trois grains $\frac{1}{2}$, par où j'ai conclu que chaque pinte de cette Eau contenoit environ cent vingt-ſix grains de réſidence.

L'Eau de la Grille eſt un peu moins chaude que celle des Puits des Capucins. Y ayant plongé le Thermometre, ſa liqueur a monté à cinquante lignes, elle contient

aussi presque le même poids de résidence. Cette Eau est celle dont boivent la plûpart des malades: elle est d'une saveur qui tire sur le salé lixiviel, fort claire & limpide, sortant à gros boüillons de sa source, & envoyant une odeur de salpetre fondu. Elle conserve sa chaleur aussi long-tems que celle des Capucins, & par tous les essais on n'y trouve gueres de difference.

L'Eau du gros Boulet est tiede, assez limpide, d'un goût plus piquant que l'Eau de la Grille, d'une odeur qui semble participer quelque chose du fer. La bouë qui se trouve dans une espece de petit ruisseau, qui sert comme de déchargeoir à cette Fontaine, est noire. L'ayant fait secher, il m'a paru qu'avec la pierre d'Aimant j'avois enlevé quelques particules. Cette Eau est assez d'usage, elle est plus forte & plus purgative que celle de la Grille. Dans les maladies d'obstruction on la boit seule, ou mêlée avec l'eau de la Grille. Mêlée avec l'infusion de Noix de galles, elle devient d'une couleur bien plus ambrée & plus foncée que l'Eau de la Grille. Par l'évaporation elle a donné sur pinte prés de 18 grains de résidence plus que l'Eau de la Grille. Par les essais j'ai trouvé la même chose qu'à l'Eau de la Grille & des Puits des Capucins: elle fermente avec tous les acides, & le papier bleu rougi par un acide y reprend sa couleur. Cette Eau, comme la plus forte, est celle qu'on transporte ordinairement à Paris pour la faire boire aux malades qui ne peuvent aller sur les lieux.

L'Eau des Fontaines Gargniés ou du petit Boulet est froide, d'une saveur qui tire sur l'acide. On la fait boire sur les lieux avec succés pour les jaunisses, les nephretiques, &c. Elle est moins chargée de sel que celle du gros Boulet. Elle fermente aussi avec les acides, mais moins sensiblement que l'eau du gros Boulet. La couleur qu'elle donne à l'infusion de Noix de galles, tire sur celle de vin paillet.

Les Fontaines dont nous venons de parler sont les seules cultivées & entretenuës à Vichi. Elles ne sont que peu éloignées les unes des autres. Il y a beaucoup d'autres

ſources dans le voiſinage de Vichi d'Eaux minerales qui ne paroiſſent pas differentes de celles-là, ſurtout des froides. Me promenant à Haute-rive à trois quarts de lieuës de Vichi, je trouvai une ſource boüillonnante d'une Eau aigrette, & qui ne differoit en rien de l'Eau du petit Bouler. A trente pas delà, dans le lit même de la riviere d'Allier, qui étoit pour lors à ſec, je trouvai deux autres ſources d'une Eau piquante, qui me parut tiede. Je ſuis perſuadé que qui feroit la recherche de ces ſources dans le territoire de Vichi, en trouveroit un grand nombre.

Le ſel dont les Eaux de Vichi ſont impregnées paroît être le même dans toutes les ſources. Par tous les eſſais de Chimie ce ſel eſt reconnu un ſel mineral alkali, qui dans les Fontaines chaudes a vrai-ſemblablement quelques portions plus volatiles combinées avec des ſouffres. Quelque ſoin neanmoins qu'on prenne & quelque experience qu'on ait tenté de faire pour recüeillir ces ſouffres, l'on n'a pas tout à fait réüſſi. M. Foüet, qui a la direction des Eaux de Vichi depuis long-tems, ſoûtient qu'il n'y a rien de bitumineux dans ces Eaux ; qu'ayant examiné toutes les réſidences avec un ſoin extrême, il n'a pû y découvrir que de la terre & du ſel : que ce ſel eſt un vrai nitre fort different de nôtre ſalpetre, mais le même que le Natrum des Anciens.

Pour moi j'ai crû avoir trouvé dans la réſidence des Eaux de Vichi quelque portion ſulphureuſe ; car ayant mis de cette réſidence ſur des charbons ardens dans une chambre où il n'y avoit pas de jour, aprés quelque petillement des parties ſalines, il s'eſt élevé de petites flammes bleuâtres, dont l'odeur approchoit de celle de la poudre à canon qui prend feu. J'ai de plus tenu pendant quelques jours cette réſidence en diſſolution dans l'eſprit de vin, & j'ai obſervé qu'il y avoit quelques particules graſſes qui furnageoient. Cela m'a paru plus ſenſible aprés avoir ſeparé du ſel la terre, & l'avoir miſe dans l'eſprit de vin ; car quelques jours aprés il s'eſt formé à la ſuperficie une pellicule qui paroiſſoit toute onctueuſe.

Outre quelque petite portion de ſouffre, j'ai crû avoir encore découvert dans la réſidence des Eaux, ſurtout dans celles de la Grille, du gros Boulet & des Fontaines Gargniés quelques particules de fer; car m'étant ſervi de la pierre d'Aimant, j'ai ſûrement enlevé quelques particules. Perſonne, que je ſçache juſqu'à preſent, n'avoit fait cette experience.

Il paroît donc vrai-ſemblable de conclure qu'il y a un ſel mineral alkali dominant dans les Eaux de Vichi, avec quelque legere portion de ſouffre, de fer, & peut-être de vitriol. Pluſieurs perſonnes ont ſoupçonné que ce dernier mineral entroit pour quelque choſe dans les Eaux de Vichi, parcequ'elles ont une ſaveur où l'on démêle quelque pointe, & qu'elles prennent une teinture avec la poudre de Noix de galles: mais ils ont prétendu que c'étoit un vitriol volatil, qu'on ne pouvoit recüeillir ni reconnoître par les eſſais ordinaires. Sur ce doute je renouvellai une experience qui avoit été faite par des Medecins de Lyon. Je couvris la grille de la Fontaine qui retient ce nom, & le petit Puits quarré des Capucins avec le papier bleu teint avec le Tourneſol que je laiſſai toute la nuit, & le lendemain je n'obſervai aucun changement à la couleur du papier. Ayant rougi le même papier bleu avec l'eſprit de vitriol, & en ayant recouvert les Fontaines, je trouvai le lendemain qu'il avoit repris ſa couleur bleuë naturelle.

Cette experience ſemble confirmer qu'il n'y a aucun acide volatil dans les Eaux de Vichi, & que le ſel qui s'en éleve l'hyver, & qui s'attache aux voutes & aux murailles, ſurtout dans l'endroit où l'on douche, n'eſt point different de celui qu'on tire par l'évaporation, & qu'il eſt alkali.

Je dirai ici en paſſant qu'il s'éleve une ſi grande portion de ce ſel l'hyver, & que dans le voiſinage des Fontaines chaudes l'air en eſt ſi fort rempli, que les perſonnes qui y demeurent en ſont fort incommodées.

Une jeune Doucheuſe de Bourbon voulut s'établir à Vichi, & elle ſe logea dans le logis du Roy prés le Bain des

pauvres : l'air chargé de ſel & la fumée même des Eaux fit une impreſſion ſi vive ſur ſa poitrine, que malgré ſa jeuneſſe & ſa forte conſtitution, elle y mourut en fort peu de tems d'une eſpece de conſomption.

Tout le monde ſçait que les vertus principales des Eaux de Vichi, ſont de purger & de pouſſer par la voïe des urines & de la tranſpiration. Les Eaux froides comme celles des Fontaines Gargniés & l'eau tiede du gros Boulet, ſont plus purgatives que les Eaux chaudes de la Grille & des deux Puits des Capucins, & ces dernieres auſſi agiſſent plus ſenſiblement par la tranſpiration.

On peut conjecturer que le mineral dont ces Eaux ſont plus ou moins chargées, eſt le principe par lequel elles agiſſent differemment. Je ne ferai point ici une diſſertation pour expliquer la chaleur & les autres effets de ces Eaux. On trouve dans tous les Ouvrages imprimés ſur cette matiere des ſyſtemes & des hypotheſes de Phyſique qui expliquent ces phenomenes naturels, & chacun pourroit avoir droit de hazarder le ſien. Je dirai ſeulement que les malades que j'ai vûs ſur les lieux, m'ont donné occaſion de faire quelques obſervations déja faites par les Medecins qui ont écrit de ces Eaux, mais qu'on ne doit pas craindre de repeter, parcequ'elles ſont utiles dans la pratique de la Medecine. Elles ſeront courtes ces obſervations, ſoûtenuës de faits & d'exemples ſenſibles.

Comme les Eaux de Vichi ſont vives, & qu'elles portent prés d'un gros & demi de ſel ſur pinte, on doit être circonſpect à en preſcrire l'uſage. Elles font des fontes ſubites, & donnent tres-aiſément la fiévre. Souvent les premiers jours elles ne purgent que peu ou point du tout, & dans la ſuite elles purgent trop. Elles conviennent & réüſſiſſent aſſez dans les maladies cauſées par la crudité & l'empâtement de la lymphe, dans celles qui réſultent des obſtructions des premieres voïes, dans les abreuvemens pituiteux des nerfs & du cerveau ; encore doit-on prendre garde que les malades ne ſoient point épuiſés, qu'ils ſoient d'une conſtitution forte & robuſte. Elles ſont pernicieuſes dans les ma-

ladies de poitrine, dans les temperamens secs & atrabilaires.

Un jeune Chanoine du Puits en Auvergne, malade d'un asthme habituel, & qui avoit craché du sang quelques années auparavant, mourut le 7e jour qu'il bût avec étouffement, fiévre continuë & le crachement de sang renouvellé.

Une Religieuse de Lyon, d'une petite complexion, malade d'une affection melancolique, ne bût que deux jours, & la fiévre survint avec des accidens pressans. On ne la soulagea qu'en lui prescrivant les remedes qui conviennent à la superpurgation.

Un Curé de Dauphiné malade d'une jaunisse avec enflure de jambes, le 3e jour de boisson eût un saignement de nez, & un flux hemorroïdal dont il pensa mourir.

Non-seulement on doit avoir une entiere attention à bien connoître les maladies ausquelles ces Eaux conviennent, mais on ne les doit pas même ordonner sans obliger les malades de faire les remedes de préparation necessaires.

M. Tessé Avocat au Parlement d'une réputation distinguée, au premier voyage que fit M. le premier President de Harlay à Vichi, y bût des Eaux sans précaution, & je crois même sans besoin. Elles lui donnerent une si cruelle dyssenterie, que tous les remedes qu'on lui fit devinrent inutiles, & qu'il en mourut fort peu de tems aprés.

On pourroit toutes les années dans le grand nombre des malades de toutes especes qui vont à ces Eaux, avoir occasion de faire des observations de cette nature ; & on peut dire même qu'on en feroit toûjours de nouvelles. Cette partie historique des effets des Eaux deviendroit d'une grande utilité pour les Medecins, dont la plûpart n'ont qu'une connoissance imparfaite & de tradition, pour ainsi dire, de la maniere d'agir des Eaux.

Je passe presentement à celles Bourbon ; & parcequ'il ne reste pas assez de tems pour finir mon Memoire, la Compagnie me permettra d'en remettre la lecture à l'Assemblée prochaine.

DES

DES RESISTANCES
DES TUYAUX CYLINDRIQUES
Pour des charges d'eau & des diametres donnés.

PAR M. PARENT.

SOit un tuyau *ACBGFE* situé verticalement, lequel soit rempli d'une liqueur dont on connoiſſe la peſanteur ſpecifique, comme par exemple d'eau, dont le pied cubique peſe 70 livres. Il s'agit icy de trouver l'effort que toute cette eau fait pour déchirer la petite bande ou zone *ACBD acbd* du bas du tuyau, comme en *Cc*. 1707. 16. Mars. FIG. I.

Et pour y parvenir je tire le diametre de la baſe *COD*, (*Fig.* 1. & 2.) & je conſidere que toute la liqueur qui appuïe ſur la ſurface du demi-cercle *BCD* fait effort pour ſeparer la demi-circonference *CBD* de l'autre demi-circonference *CAD* en *Dd* & en *Cc*, & que toute celle qui eſt contenuë dans le demi-cercle *CAD* fait de même effort pour ſeparer cette partie de la premiere dans les mêmes parties *Cc*, *Dc*, *L*, & ces efforts en *Cc* & *Dd* ſe font en ſens contraire ſelon les tangentes *HCI*, *IDM*. De plus menant encore le diametre *AB* perpendiculaire à *CD*, on peut regarder toute la force appliquée au quart de cercle *DNB* comme emploïée à faire la ſeparation en *Dd*, & toute la force appliquée au quart *BXC* comme emploïée contre la réſiſtance *cC*. FIG. II.

Suppoſant donc le quart de cercle *BND* diviſé en un nombre innombrable de parties *BN*, *Nn*, &c. & prenant les petits ſecteurs *BON*, *NOn*, &c. pour exprimer les efforts de la liqueur perpendiculaires à ces mêmes parties, leſquels efforts ſont entr'eux comme les parties mêmes *BN*, *Nn*, ſuivant le principe connu des Hydrauliques, &c. ou comme les rayons mêmes du cercle *ON*, *on*, &c. &

divisant ces efforts ON, on, &c. dans les perpendiculaires PN, pn, &c. à CD, & dans les paralleles OP, op, &c. pris sur CD même, les perpendiculaires PN, pn, &c. multipliées par les moitiés des arcs BN, Nn, &c. correspondants marqueront encore les efforts selon ces mêmes sinus PN, pn. Donc la somme de tous les efforts perpendiculaires au quart BND, est à la somme de tous les efforts perpendiculaires à CD, comme la somme des produits des rayons ON, on par les moitiés des arcs BN, Nn, &c. à la somme des produits des sinus PN, pn, &c. par les mêmes demi-arcs BN, Nn, &c. ou comme le quart du cercle OBD est à la moitié du quarré du rayon, ce qui est maintenant connu; ou (si l'on aime mieux) comme le demi-cercle CBD est au quarré du rayon, c'est à dire, comme le quart du circuit BND est au rayon, ou enfin comme le circuit entier est au double du diametre.

FIG. II. Si de plus on mene la corde Bn (*Fig.* 2.) & que l'on considere que de l'effort selon ON contre l'arc BNn il en résulte deux autres selon BN, nN, qui sont les dilaniateurs de la bande en B & n; ou (si l'on veut) que des résistances contraires selon NB, Nn, il s'en compose une troisiéme selon NO dans l'état de l'équilibre, & que les arcs BN, Nn soient supposés égaux, la droite Bn marquant l'effort de la liqueur contre la partie BNn, les rayons OB, On exprimeront les efforts selon BN, nN, à cause que les côtés du triangle OBn sont perpendiculaires aux directions BN, Nn, ON, ce qui est aussi connu. Donc aussi comme la somme de toutes les cordes Bn du quart BnD (c'est à dire comme le quart même BnD) est au rayon OB; ainsi la somme de tous les efforts perpendiculaires au quart BnD est à l'effort dilaniateur selon NB ou nN, ainsi le circuit entier au double du diametre comme cy-dessus. On aura donc aussi, comme le circuit entier est au rayon, ainsi l'effort de la liqueur contre tout le circuit a son effort dilaniateur en B & n.

Il suit évidemment delà un paradoxe surprenant; sçavoir, que le tuyau AG & la bande Ab (*Fig.* 1.) demeu-

rant toûjours de même hauteur, plus le diametre *AB* de de la base sera grand, & plus la liqueur aura de force pour déchirer la bande *Ab*; parceque, selon l'analogie cy-dessus, la somme des efforts contre le circuit *ACBD* augmentant à proportion du diametre *AB*, l'effort selon la tangente *NB* ou *nB* augmentera aussi dans la même proportion, contre ce qui paroît naturellement. Car on est porté naturellement à croire que comme chaque partie égale de la bande *Ab* est également chargée, tandis que la hauteur *AC* demeure la même, de quelque grandeur que soit le diametre *AB*; aussi il suffit qu'elle soit également forte afin de faire une résistance égale : ce qui est cependant entierement opposé à tout ce qu'on vient de démontrer cy-dessus.

Nommant donc *r* le rayon *OD* de la base du tuyau; le circuit *ACBD*, *c*; la hauteur du tuyau *H*; celle de la bande *Ab*, *h*; son épaisseur *E*; on aura pour toute la colonne qui pese contre cette bande (Hhc) : Et supposant la hauteur *H* mesurée en pieds, il ne restera que de multiplier cette valeur par le poids d'un pied cubique de cette liqueur, sçavoir par exemple par 70 liv. pour avoir le poids de l'eau qui agit contre la bande ($Ab = 70Hhc$). ce qui donnera l'analogie ($c \mid r \parallel 70Hhc \mid 70Hhr$). On aura donc ($70Hhr$) pour l'effort dilaniateur de l'eau de riviere, & pour les autres liqueurs à proportion. Fig. I. & II.

Enfin si l'on separe une bande *QTVR* (*Fig.* 3.) de même metal que le tuyau *AG*, sçavoir de cuivre, de plomb, &c. laquelle soit suspenduë verticalement en *Q*, & qui soit déchirée par le poids *S* attaché au bas; nommant *l* la largeur *TV* de la bande à l'endroit de la rupture, *e* son épaisseur, *p* le poids dilaniateur *S*, on aura encore cette autre analogie. Comme la surface de rupture *el* de la bande *QR* est à la surface de rupture de la bande $Ab = hE$, ainsi le poids ($S = p$) à l'effort dilaniateur de la bande *Ab* en $Cc = 70Hhr$, ce qui donnera l'égalité ($pE = 70Hrel$), d'où l'on tirera les égalités $\left(E = \frac{70Hrel}{p}\right)$ & $\left(H = \frac{pE}{70rel}\right)$, Fig. III.

où il faut se souvenir de mesurer toûjours E & e avec une même mesure, de réduire toûjours le produit Hr en pieds quarrés & parties, ou de mesurer toûjours H & r en pieds & parties, de même que l qui est de même espece que H.

Fig. I. & III. Soit par exemple dans l'experience que M. Mariotte rapporte dans son Mouvement des Eaux (pag. 380. 1[e] Edition) d'une bande & d'un tuyau tous deux de fer blanc, (l = 3 lig. $\frac{1}{4}$ ou $\frac{13}{576}$ de pied), (r de $\frac{1}{2}$ pied), (p de 120 liv.) $E = e$, on aura $H = \frac{120 \times 576}{70 \times 13} = \frac{24 \times 576}{7 \times 13}$ ou 152 pieds, au lieu de 102 que cet Auteur a estimés, sur une soudure crevée qu'il a pris au lieu de la matiere propre du tuyau, & cela sans avoir égard aux mechaniques cy-dessus; mais considerant seulement tout le poids de l'eau soûtenu par le contour du bas tuyau, comme un poids suspendu à une bande de fer blanc, contre ce que nous venons de démontrer. Il avance au même endroit, *qu'on ne doit pas faire état de ce que le poids de l'eau est distribué par toute l'étenduë de la bande quoique ce soit en déchirant*, ce qui va détruire la seconde mechanique que nous avons apportée, & qui par consequent ne sçauroit se soûtenir. Enfin voici le raisonnement que cet Auteur fait à la page suivante. *Si le diametre du tuyau est double, il faudra deux fois plus d'épaisseur; car les mêmes parties du tuyau ne seront pas plus chargées, & elles sont seulement doubles*. Or il est évident que ce raisonnement se détruit; car puisque les mêmes parties sont également chargées, il devoit conclure au contraire qu'elles ne doivent avoir que la même épaisseur, sans s'embarrasser si la charge totale est double, puisque cette charge étant double & le nombre des parties doubles, c'est toûjours la même charge pour chacune, & que ce qui fait crever une partie, c'est l'effort qu'elle souffre indépendamment des autres.

On trouve dans le Livre intitulé, *divers Ouvrages de Mathematique & de Physique de cette Academie*, imprimé en 1693, une regle pareille du même M. Mariotte,

qu'il prétend démontrer par ce raisonnement. *D'un côté*, dit-il, *le poids de l'eau* (sur la base) *est en raison doublée des diametres* (la hauteur demeurant toûjours la même); *mais les circonferences des tuyaux sont entr'elles dans la raison* (simple) *des mêmes diametres : si donc le diametre* (de la base) *est double, le poids de l'eau* (sur cette base) *sera quadruple, & la circonference* (du tuyau) *sera double, ce qui rendra sa résistance double* (supposant toûjours la même épaisseur). *Donc il ne restera que la simple raison des diametres, en supposant que l'eau separe la circonference du tuyau, comme un bâton qu'on tireroit directement.* Où il paroît que nôtre Auteur prend ici l'effort que l'eau fait sur la base (au lieu de prendre celui qu'elle fait contre le circuit) pour le comparer avec la résistance du même circuit, ce qui repugne. D'ailleurs il prend toûjours toute la résistance du circuit du tuyau, au lieu de la résistance de chaque partie, ce qui est contraire à ce que l'on a remarqué cy-dessus.

Au reste ce Sçavant nous donne en cet endroit pour principe : *Qu'un tuyau de cuivre de* 30 *pieds de haut & de* 6 *pouces de diametre doit avoir* $\frac{1}{2}$ *ligne d'épaisseur.* Aprés quoy il est aisé de trouver les épaisseurs convenables pour toutes sortes de hauteurs & de diametres, en augmentant ou diminuant ces épaisseurs à mesure que les hauteurs ou diametres augmentent ou diminuënt.

Dans le même Volume pag. 516., on trouve un écrit de M. Romer en 1680., où il dit : *Que personne n'avoit encore expliqué suffisamment la proportion des tuyaux de conduite, pour des hauteurs & des diametres donnés.* Il donne ensuite des propositions qu'il croit devoir y servir. Sa seconde est : *Que l'eau force les tuyaux sous des hauteurs égales dans le rapport de leurs diametres.* La raison qu'il en apporte est la même que celle de M. Mariotte cy-dessus, ainsi je ne m'arrêteray pas à la refuter. Il établit ensuite dans sa quatriéme : *Que les forces des tuyaux sont en raison doublée de leurs épaisseurs* (tout le reste demeurant égal.) Au lieu qu'il est constant qu'elles sont en ce cas en même proportion que ces mêmes épaisseurs, qui marquent le nombre de leurs fibres.

Pour la prouver il compare les differentes bandes dont ces tuyaux ſont composés, à des anneaux de differens diametres & groſſeurs dont un cone droit ſeroit revêtu en dehors de ſa ſurface; mais il eſt évident que des bandes qui ſont des plans, ne ſçauroient être comparées à des anneaux qui ſont des priſmes; ainſi cette preuve eſt nulle.

Enfin ce même Auteur nous rapporte une experience faite à Verſailles, dans laquelle *Un tuyau de plomb de* 16 *pouces de diametre, épais de* 6 *lignes* $\frac{1}{3}$, *a ſoûtenu* 50 *pieds de charge.* D'où il eſt aiſé de trouver les forces de pareils tuyaux pour des diametres & des hauteurs données.

C'eſt de ces deux experiences que nous avons tiré la Table ſuivante.



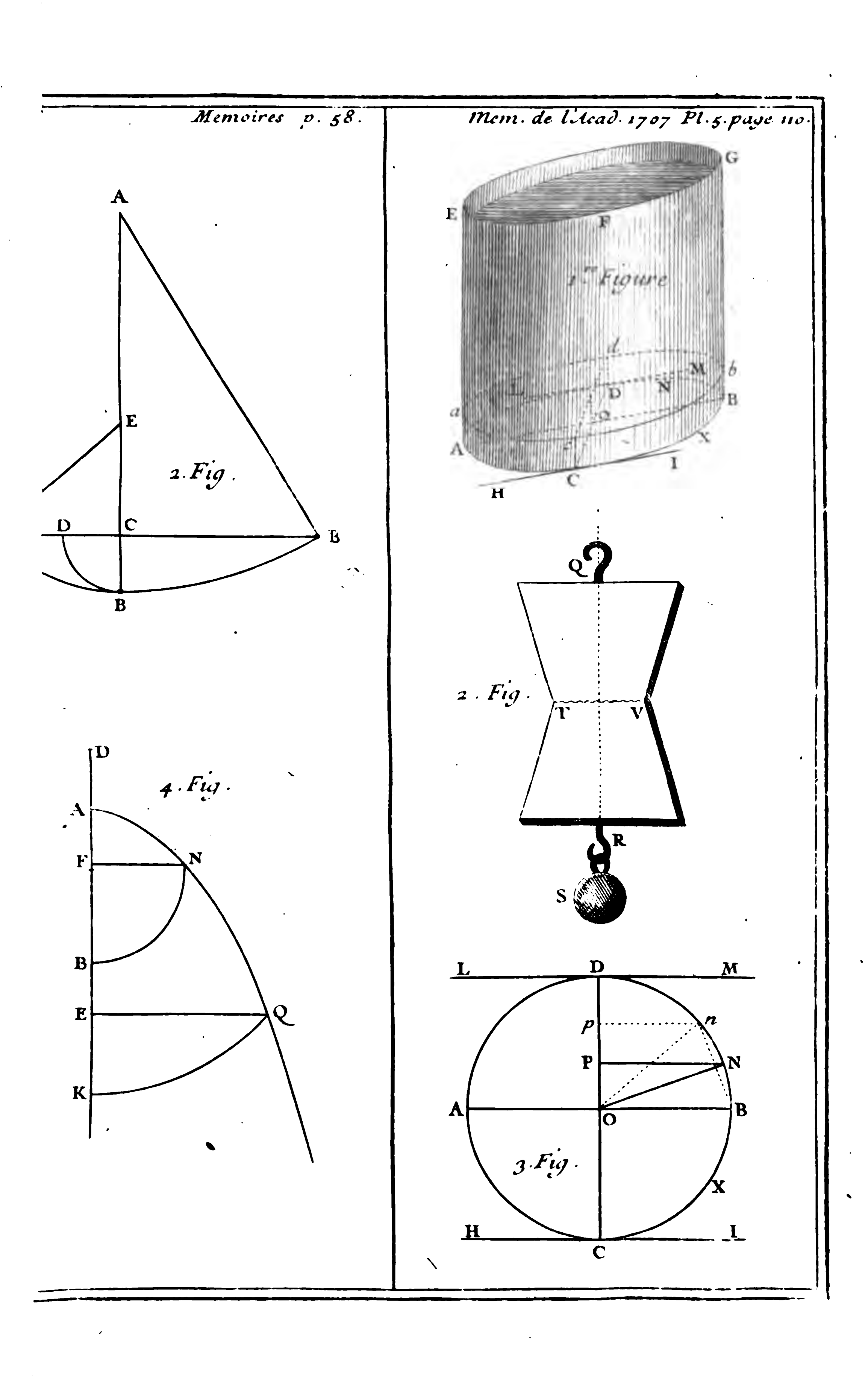

Memoires p. 58.
Mem. de l'Acad. 1707 Pl. 5. page 110.
A
E
2. Fig.
D
C
B
B
D
4. Fig.
A
F
N
B
E
Q
K
G
E
F
1.re Figure
d
M
b
L
D
N
B
a
A
X
I
C
H
Q
2. Fig.
T
V
R
S
L
D
M
p
n
P
N
A
O
B
3. Fig.
X
H
I
C

TABLE CONTENANT LES EPAISSEURS des Tuyaux de conduite pour differents diametres jusqu'à 20 pouces, & pour des hauteurs differentes jusqu'à 100 pieds.

DIAMETRES DES TUYAUX EN POUCES.

HAUTEURS DES TUYAUX EN PIEDS.

		2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
		L. P.	EPAISSEURS DES TUYAUX EN LIGNES ET EN POINTS.								
10	Plomb.	0—1	0—2	0—3	0—4	0—5	1—0	1—1	1—3	1—2	1—4
	Cuivre.	0—1	0—1	0—1	0—1	0—2	0—2	0—2	0—3	0—3	0—3
20	Plomb.	0—2	0—4	1—1	1—2	1—4	1—5	2—1	2—3	2—5	3—1
	Cuivre.	0—1	0—1	0—2	0—3	0—3	0—4	0—5	0—5	1—0	1—1
30	Plomb.	0—3	1—0	1—2	1—5	2—2	2—5	3—3	3—5	4—2	4—5
	Cuivre.	0—1	0—2	0—3	0—4	0—5	1—0	1—1	1—2	1—3	1—4
40	Plomb.	0—4	1—2	1—5	2—3	3—1	3—5	4—2	5—0	5—4	6—2
	Cuivre.	0—1	0—3	0—4	0—5	1—1	1—2	1—3	1—5	2—0	2—1
50	Plomb.	0—5	1—3	2—2	3—1	4—0	4—4	5—5	6—2	7—1	8—0
	Cuivre.	0—2	0—3	0—5	1—1	1—2	1—4	2—0	2—1	2—3	2—5
60	Plomb.	1—0	1—5	2—5	3—5	4—5	5—4	6—4	7—4	8—4	9—3
	Cuivre.	0—2	0—4	1—0	1—2	1—4	2—0	2—2	2—4	3—0	3—2
70	Plomb.	1—1	2—1	3—2	4—3	5—4	6—4	7—4	8—5	10—0	11—0
	Cuivre.	0—2	0—5	1—1	1—3	2—0	2—2	2—4	3—1	3—3	3—5
80	Plomb.	1—2	2—3	3—4	5—0	6—2	7—4	8—5	10—1	11—2	12—4
	Cuivre.	0—3	0—5	1—2	1—5	2—1	2—4	3—1	3—3	4—0	4—3
90	Plomb.	1—3	2—5	4—1	5—4	7—1	0—3	9—5	11—2	12—4	14—1
	Cuivre.	0—3	1—0	1—3	2—0	2—3	3—0	3—3	4—0	4—3	5—0
100	Plomb.	1—3	3—1	4—4	6—1	8—0	9—3	11—0	12—4	14—1	15—5
	Cuivre.	0—3	1—1	1—4	2—1	2—5	3—2	3—5	4—3	5—0	5—3

EXAMEN DES EAUX DE BOURBON.

PAR M. BURLET.

1707. 4. Avril.

LES Eaux chaudes de Bourbon n'étoient autrefois en usage que pour baigner: peu de personnes osoient en boire. C'est pour cela qu'on appelle encore aujourd'hui Bourbon l'Archambault, Bourbon les bains.

Ces Eaux avant Mrs Delorme & Aubri, Medecins celebres de Moulins, n'étoient point dans cette réputation où elles sont aujourd'hui. Ce sont eux qui en ont étendu & appliqué l'usage à un grand nombre de maladies interieures, & qui ont appris à n'en pas redouter l'abondante boisson.

Il y a trois Puits à Bourbon contigus & placés sur la même ligne, qui communiquent les uns aux autres par des ouvertures, & une même source fournit également l'Eau à ces trois Puits. Elle est presque toûjours à la même hauteur de 7 pieds ou environ, & elle ne décroît pas même dans les chaleurs & les secheresses les plus grandes. L'Eau de ces Puits bout d'une maniere sensible, & elle exhale une fumée assez abondante.

On remarque que la surface de cette Eau, quand elle n'est point agitée, paroît un peu terne, & qu'il s'y forme comme une pellicule grasse & onctueuse, si mince neanmoins & si superficielle, que quelques efforts qu'on fasse, & quelque soin qu'on prenne, on ne peut la recüeillir.

L'Eau de Bourbon est tres-claire & tres-limpide dans le verre, sans presque aucune odeur, d'une chaleur vive, mais qui n'a rien d'âcre ni de brûlant: d'une saveur qui tire sur le salin lixiviel, bien plus foible & bien moins sensible que dans l'Eau de Vichi.

Ayant plongé le même Thermometre dont je me suis servi à Vichi dans le Puits du milieu, la liqueur a monté à prés

prés de 54 lignes; de maniere que l'Eau de Bourbon a deux degrés de chaleur sur l'Eau la plus chaude de Vichi.

Cette chaleur des Eaux de Bourbon se conserve tres-long-tems, & une eau commune chauffée au même degré, & la plus boüillante même est refroidie, quand celle-cy est encore plus que tiede.

Tout le monde sçait que ces Eaux tirées de leur source, & remises incessâment sur le feu, ne boüillent pas plus promptement que l'eau commune la plus froide. On sçait encore que dans ces Eaux, quoique tres-chaudes, les plantes ne s'y fletrissent point.

Pour découvrir le principe mineral des Eaux de Bourbon, je me suis servi des mêmes essais, & ai presque fait les mêmes experiences que celles que j'ai faites sur les Eaux de Vichi. Voici la difference que j'y ai trouvée.

Ayant mêlé de l'Eau des Bains avec la dissolution de sel de Nitre filtrée, il ne s'y fait ni lait virginal, ni caillé, ni précipitation, l'eau est demeurée claire.

Ayant ajoûté à ce mêlange quelques goutes d'esprit de Vitriol, il s'y est fait dabord un lait virginal, qui s'est précipité ensuite en une espece de caillé blanc. La même chose est arrivée en faisant cette experience sur les Eaux de Vichi.

La dissolution de Couperose qui avoit la couleur d'un verd naissant, mêlée avec l'Eau des Bains, l'a jaunie d'abord, puis y a fait un caillé par floccons, lesquels se précipitant peu à peu ont pris une couleur rougeâtre. Le même changement est arrivé, mais bien plus promptement & plus sensiblement dans les Eaux de Vichi.

L'Eau de Bourbon, non-plus que celle de Vichi, n'a point changé la couleur de la solution du Tournesol.

L'Eau de Bourbon mêlée avec le vinaigre distillé, l'aigre de souffre & les autres acides; boüillonne & fermente, mais plus obscurément que l'Eau de Vichi.

Le papier bleu rougi par l'esprit de Vitriol, a repris aussi sa couleur dans l'Eau de Bourbon.

La poudre de Noix de galles qui donne une couleur de

vin paillet à l'eau de Vichi, n'a point ou peu changé l'Eau de Bourbon.

L'Eau de Vichi verdit le ſirop Violat, celle de Bourbon ne lui donne qu'une couleur de griſdelin.

Cette même Eau mêlée avec l'infuſion de Roſes rouges ſans acide, ne l'a point changée ; mais l'ayant mêlée avec la teinture de Roſes rougie par l'eſprit de Vitriol, elle l'a renduë d'un beau violet amarante.

Par tous ces premiers eſſais la raiſon fait d'abord concevoir, que le mineral qui domine dans les Eaux de Bourbon, eſt auſſi un ſel alkali, qui ne paroît gueres different du ſel alkali des Eaux de Vichi. Pour s'en aſſûrer davantage, & démêler les autres principes de ces Eaux, j'en ai fait faire l'analyſe de la maniere ſuivante.

J'ai fait mettre 12 livres d'eau des Bains dans une terrine pour la faire évaporer lentement ſur le feu. Dés qu'elle a commencé à chauffer, elle a donné une odeur de mou de vin cuit ; & à meſure qu'elle s'eſt évaporée, l'eau s'eſt renduë de plus en plus ſalée au goût. Il eſt reſté aux bords de la terrine une réſidence blanchâtre, inſipide, & qui craquoit ſous la dent.

L'Eau conſumée & réduite à huit ou neuf onces, je l'ai fait filtrer, il s'en eſt ſeparé & attaché au papier gris une matiere épaiſſe, graſſe & comme mucilagineuſe, qui aprés la filtration finie peſoit une dragme & quinze grains pour le moins.

La liqueur filtrée remiſe ſur le feu s'eſt encore évaporée, & quand elle a commencé à faire une pellicule, je l'ai fait porter à la cave : il s'eſt formé quelques criſtaux fort brillants, tres-minces, & qui paroiſſoient taillés à facettes. Ce que j'en ai pû ramaſſer quand ils ont été deſſechés, ne peſoit que cinq ou ſix grains : leur ſaveur étoit fort douceâtre, & d'un vrai goût lixiviel.

Enfin l'évaporation faite juſqu'à ſiccité, il eſt reſté au fond de la terrine trois gros & plus de deux ſcrupules de réſidence ſaline.

J'ai examiné enſuite toutes ces portions, dont la ſomme

monte à cinq dragmes ou environ : sçavoir, une dragme & quinze grains de matiere mucilagineuse adherente au papier gris, cinq ou six grains de cristaux, trois dragmes & deux scrupules de résidence, & dix ou douze grains de substance blanchâtre ratissée sur les parois de la terrine à mesure que l'eau décroissoit.

M. Duclos par son examen a trouvé que ces Eaux transportées avoient 59 grains de résidence par pinte. M. Geoffroy qui les a examinées sur les lieux en a trouvé soixante & trois. Et par nôtre calcul nous trouvons la même chose, à fort peu de difference prés.

Par l'examen de ces portions separées, il m'a paru que cette substance blanchâtre adherente & qui craque sous la dent, n'est qu'une pure terre alkaline, car elle fermente un peu avec les acides.

Que la matiere mucilagineuse attachée au papier gris, est encore cette même terre, mais mêlée de matiere sulphureuse & de quelque legere portion de fer.

La substance sulphureuse dans cette portion se manifeste d'une maniere sensible en engraissant le papier, & y laissant une impression d'huile. D'ailleurs jettée sur les charbons ardens, elle y rougit d'abord, noircit ensuite en jettant quelques petites étincelles.

Avec le coûteau aimanté j'ai enlevé quelques particules de fer de la terre noire qui est restée aprés l'avoir calcinée.

Les trois gros & deux scrupules de résidence saline contenoient un sel lixiviel, mêlé de quelque portion de terre ; & ce sel par tous les essais n'a pas paru different du sel des eaux de Vichi tiré aussi par évaporation. Il a fermenté violemment avec les acides de toutes especes.

Par cette analyse on trouveroit presque les mêmes principes dans les Eaux de Bourbon que dans celles de Vichi, mais dans des proportions differentes.

M. Saignette prétend qu'aprés avoir examiné avec une grande attention la résidence saline des Eaux de Bourbon, & aprés avoir démêlé les differens sels qui la composent,

il a trouvé, sans pouvoir en douter, presque portion égale de sel marin & de sel alkali; que ces deux sels lui ont paru fort distincts & par leur figure & par les épreuves qu'il en a faites.

Qu'ayant mis 14 livres des Eaux de Bourbon evaporer, il avoit eu aprés une suffisante évaporation par la cristallisation à froid, des cristaux pentagones & hexagones longs, de la figure & du goût du sel sucrain, ou sel calcarius décrit dans M. Lister, faisant le maroquin entre les dents, d'une legere stipticité, douceâtre, & qui se boursouffloient au feu comme l'alun, sans avoir d'acidité apparente, non-plus que de saveur alkaline. Qu'ayant ensuite fait évaporer la liqueur davantage, il avoit eu des cristaux de sel alkali distinct, & du sel salin ou marin grumelé, qui se trouvoient tels sans équivoque.

Je n'ai pû verifier cette experience dans toutes ces circonstances marquées; & dans les trois dragmes & deux scrupules de résidence saline qui m'est restée, je n'y ai pû démêler par les essais & reconnoître qu'un sel alkali, comme je viens de le dire, dont le mêlange avec toute sorte d'acides excite de violentes fermentations.

M. Geoffroy dans le Memoire qu'il m'a communiqué, assure qu'aprés beaucoup de recherche, & aprés l'examen le plus exact du sel contenu dans la résidence de ces Eaux, il avoit reconnu un peu de sel marin mêlé avec le sel alkali mineral de ces Eaux.

Il me reste encore quatre ou cinq onces de résidence que j'ai eu la précaution d'apporter; je l'examinerai avec M. Geoffroy, quand il lui plaira, afin de déterminer, s'il est possible, sous quelle quantité & sous quelle proportion ce sel se trouve mêlé dans les Eaux de Bourbon. Car qu'il y soit presque en partie égale avec l'alkali mineral, il y a beaucoup lieu d'en douter, quoiqu'en dise M. Saignette, & les Medecins des lieux qui ont souvent fait l'analyse de leurs Eaux, le nient fort positivement.

Un Auteur moderne qui depuis quelques années sous le nom de Pascal, a donné un Traité des Eaux de Bourbon,

rejette la plûpart des analyses de ces Eaux faites par le secours du feu. Il prétend que si l'on fait évaporer ces Eaux au Soleil, le sel tiré par cette évaporation lente & douce, est fort different de celui tiré par le moïen du feu; qu'il touche les acides, sans les exciter à aucune fermentation sensible; qu'il ne précipite aucune dissolution faite par un menstruë acide, & en un mot qu'il n'est point alkali. Il avance que le sel des Eaux de Bourbon a le caractere d'un sel Androgin, & qu'il est composé d'un acide volatil & d'un alkali fixe, dont l'alliage qui n'est pas à l'épreuve du feu, à cause qu'il est trop âcre & trop penetrant, résiste à la chaleur du Soleil qui évapore ces Eaux d'une maniere lente & douce, & fait ou que ce sel demeure dans son entier, ou qu'une partie de son volatil s'y conserve, & que ce qu'il y a de fixe en demeurant empreint, il n'est capable d'aucuns de ces effets qui conviennent aux sels lixivieux que le feu a rendus ouverts, vuides & permeables aux acides. Il ajoûte qu'il y a dans les Eaux de Bourbon un autre principe actif intimément répandu, un souffre vif, mobile, animé, qui n'est sensible que par sa chaleur, qui par sa subtilité & sa dissipation prompte échape à toutes les recherches analytiques de la Chimie, qui pour la plûpart sont tres-infideles, & qui par consequent ne peuvent nous donner que de fausses ou tres-imparfaites connoissances des principes des mixtes. C'est donc, selon lui, un sel nitreux purifié, rempli de parties volatiles, qui est le sel naturel des Eaux de Bourbon, & non ce sel alkali fixe qui nous reste aprés l'évaporation, & qui n'est tel que par l'action du feu. Cet Auteur soûtient son hypothese par beaucoup de preuves & d'experiences bien raisonnées.

Il est trop vrai, & je l'avouë avec lui, qu'il y a dans les Eaux de Bourbon & vrai-semblablement dans celles de Vichi, dont j'ai déja parlé, & dans toutes les Eaux minerales chaudes beaucoup de parties volatiles & sulphureuses, qui ne restent point dans les résidences : mais je ne puis croire que le sel tiré par l'évaporation du Soleil, soit

si different de celui tiré par celle du feu; que l'action des rayons du Soleil soit si lente & si douce, qu'elle ne change presque point la tissure du sel des Eaux, & qu'on le retrouve sous sa forme naturelle.

La saison trop avancée & le peu de séjour que j'ai fait à Bourbon ne m'ont pas permis de verifier cette experience de l'évaporation des Eaux par le Soleil; & l'Auteur même avouë qu'elle lui a été communiquée, & qu'il n'a pû la faire lui-même. Il est certain que l'évaporation faite au Bain de sable laisse un sel vraiement alkali; cette évaporation neanmoins est lente & douce. Et s'il faut raisonner des Eaux de Bourbon par rapport à celles de Vichi, le sel qui naturellement & sans le secours d'aucun agent étranger s'éleve de ces dernieres, & se cristallise aux voûtes pendant l'hyver, n'est point different de celui qu'on retire par le feu, il est alkali & prouvé tel par tous les essais.

Il seroit inutile de s'étendre davantage sur la discussion & la recherche des principes mineraux des Eaux de Bourbon. Dans ces matieres il est des bornes qu'on ne peut gueres outrepasser.

Il me reste à dire quelque chose des vertus medecinales de ces Eaux: mais elles sont si universellement reconnuës, & on en a déja tant écrit, que je me contenterai de rapporter quelques observations que j'ai eu lieu de faire, qui peuvent être de quelque utilité dans la pratique de ces Eaux.

Comme elles sont fort peu purgatives, & qu'il est d'usage de les aider, ou par le mêlange des Eaux de Vichi qui le sont beaucoup plus, ou par l'addition de quelques sels, comme le sel Vegetal, la crême de Tartre, le sel Polychreste de la Rochelle, &c. j'ai trouvé que l'*Arcanum duplicatum* de Mynsich, qu'il nomme autrement *Sal è duobus*, *sal sapientiæ* leur donnoit une efficacité bien superieure à celle de tous ces autres sels, & que les personnes qui n'étoient point purgées avec le secours de ces sels ordinaires, l'étoient beaucoup par l'addition de celui-ci. On ne le connoissoit point du tout à Vichi & à Bourbon,

& aucun des Medecins n'en avoit fait uſage. On ſçait que ce ſel eſt tiré de la tête morte de la diſtillation de l'eau forte, & que c'eſt par conſequent un ſel lixiviel bien alkaliſé, qui réſulte de la partie fixe du nitre & du vitriol. Il a une legere ſtipticité mêlée de quelque amertume, qui le rend fort ſubtil & fort penetrant. Il ſe fond tres-aiſément, il s'allie avec le ſel naturel de ces Eaux, dont il augmente de beaucoup la vertu purgative, ſans qu'elles en agiſſent moins pour cela par les voies des urines & celles de la tranſpiration. J'en ai vû de merveilleux effets, & je ne doute point que dans la ſuite ce ſel ne devienne & à Vichi & à Bourbon d'un uſage tres-familier. La doſe eſt d'ordinaire d'un gros & demi à deux gros dans les deux premiers verres de boiſſon, de deux jours l'un, ou même tous les jours, quand les Eaux ſont lentes & qu'elles ne purgent point, comme il arrive tres-ſouvent.

J'ai remarqué qu'on vomit aiſément ces Eaux quand on en boit trop, ſurtout les premiers jours, & qu'on en preſſe la boiſſon.

L'Eau de Bourbon priſe en lavement adoucit beaucoup, elle reſſerre même, & on s'en ſert dans les dyſſenteries, auſſi-bien que dans les coliques. On la donne chaude comme elle ſort des Puits, ſans que les malades ſe plaignent de ſa trop grande chaleur. On ne pourroit recevoir ni retenir une Eau commune chauffée au même degré.

Quand il faut fondre, redonner aux liqueurs leur premiere fluidité, ranimer dans le ſang & dans les viſceres les levains qui s'y trouvent déprimés & languiſſans, c'eſt pour lors qu'elles agiſſent preſque à coup ſûr: mais ſi elles trouvent des humeurs trop mobiles & des fermens agités, elles cauſent le plus ſouvent du deſordre, & on eſt obligé d'en faire ceſſer l'uſage. Elles ſont cependant bien moins vives, & ont quelque choſe de plus doux & de plus balſamique que celles de Vichi. Le merite de ces Eaux, comme de tous les autres remedes, dépend beaucoup de la justeſſe de leur application.

Il eſt bien important que les malades qui ont bû & pris

les Bains de Bourbon évitent pendant quelque tems avec toutes ſortes de précautions les injures de l'air, & ſurtout les vents du Nord, les pluïes, les broüillards; parceque leurs corps par l'action de ces Eaux animées ſe trouvant tout ouverts & comme percés à jour, s'il m'eſt permis de me ſervir de cette expreſſion, la moindre impreſſion du froid les reſſerre, il ſe fait des reflux de la matiere tranſpirable, d'où naiſſent de grandes & ſubites maladies. C'eſt pour cette raiſon que la ſaiſon Printanniere qui devance l'Eſté eſt préferable à celle de l'Automne que l'Hyver ſuit de ſi prés, & les malades n'ont pas les mêmes accidens à craindre au retour des Eaux. Tous les Praticiens qui ont manié les Eaux n'ont pas manqué de faire cette obſervation, & elle m'a bien été confirmée par ce qui arriva & que je ne pûs empêcher à l'Illuſtre Malade que j'avois l'honneur d'accompagner. En révenant de Bourbon il ne reſſentit que tres-legerément l'impreſſion d'un broüillard pour avoir eu fort peu de tems une des glaces de ſon carroſſe baiſſée, & dans le moment il eut une fluxion conſiderable ſur le viſage & la langue, qui ne ceſſa qu'à meſure qu'on le rechauffa, & que la tranſpiration interceptée fut rétablie.

OBSERVATIONS

De Saturne, de Mars & d'Aldebaram vers le tems de la conjonction de Saturne avec Mars, au mois de Septembre 1706 à l'Obſervatoire.

PAR M. DE LA HIRE.

1707. 13. Avril. LEs deux Planetes Saturne & Mars étant fort proche l'une de l'autre & peu éloignées de l'œil du Taureau *Aldebaram* dans le tems de leur conjonction, je crus qu'il falloit les obſerver avec ſoin comme étant des points qui peuvent ſervir à rectifier leurs mouvemens.

Je

Je commençay donc dés le 6ᵉ Septembre au matin à observer leur passage au meridien & leur hauteur meridienne, & je trouvay que le centre de Mars passa au meridien à $5^h\ 0'\ 56''$, & sa vraie hauteur meridienne étoit de $60°\ 4'\ 38''$. Le centre de Saturne passa ensuite au meridien à $5^h\ 10'\ 43''$, & sa vraie hauteur meridienne étoit de $60°\ 3'\ 43$, ensorte que leur difference de declinaison n'étoit pas d'une minute.

Aldebaram passa aussi au meridien un peu aprés à $5^h\ 21'\ 33''$, & sa vraie hauteur meridienne étoit de $57°\ 3'\ 22''$.

Le 7ᵉ au matin le centre de Mars passa au meridien à $4^h\ 59'\ 9''$, sa vraie hauteur meridienne étoit de $60°\ 11'\ 28''$.

Saturne passa ensuite au meridien à $5^h\ 7'\ 13''$, & sa vraie hauteur meridienne étoit de $60°\ 3'\ 48''$.

Aldebaram passa au meridien à $5^h\ 17'\ 59''$, & je trouvay sa vraie hauteur meridienne de $57°\ 3'\ 12''$.

Le 8ᵉ au matin le centre de Mars passa au meridien à $4^h\ 57'\ 19''$, sa vraie hauteur meridienne étoit de $60°\ 16'\ 48''$.

Le centre de Saturne passa au meridien à $5^h\ 3'\ 41''$, & sa vraie hauteur meridienne étoit de $60°\ 3'\ 58''$.

Aldebaram vint aprés au meridien à $5^h\ 14'\ 16''$, & sa vraie hauteur meridienne étoit de $57°\ 3'\ 12''$ comme le jour précedent, & moindre que le 6ᵉ de $10''$; c'est-pourquoy dans la suite nous prendrons pour cette hauteur $57°\ 3'\ 15''$.

Le 10ᵉ le centre de Mars passa au meridien à $4^h\ 53'\ 33''$.

Le centre de Saturne y passa ensuite à $4^h\ 56'\ 33''$, & sa vraie hauteur meridienne étoit de $60°\ 4'\ 18''$.

Le 11ᵉ au matin qui étoit le jour de la conjonction, le centre de Mars passa au meridien à $4^h\ 51'\ 40''$, sa vraie hauteur meridienne étoit de $60°\ 34'\ 49''$.

Le centre de Saturne y passa ensuite à $4^h\ 53'\ 1''$, & sa vraie hauteur meridienne étoit de $60°\ 3'\ 49''$.

J'observay un peu aprés à $5^h\ 11'$ avec le micrometre la distance entre Mars & Saturne, & je la trouvay de $36'\ 16''$.

Aldebaram avoit dû passer à $5^h\ 3'\ 34''$, comme je l'ay conclu des observations précedentes & de la suivante.

Le 13ᵉ au matin Saturne précedoit Mars, & son centre passa au meridien à 4ʰ 45′ 53″, sa vraie hauteur meridienne étoit de 60° 3′ 38″.

Le centre de Mars passa ensuite au meridien à 4ʰ 47′ 45″, & sa vraie hauteur meridienne étoit de 60° 45′ 49″.

Aldebaram vint aprés au meridien à 4ʰ 56′ 23″.

Je pris aussi à 5ʰ 15′ avec le micrometre la distance entre Mars & Saturne, & je la trouvay de 50′.

On peut connoître par la suite de ces observations le mouvement de ces Planetes, tant entr'elles que par rapport à Aldebaram, tant en ascension droite qu'en declinaison, & j'ay conclu que ces deux Planetes ont été en conjonction ascensionelle le 11ᵉ Septembre à 9ʰ 9′ du soir, & que leur difference de declinaison étoit alors de 34′ 54″ dont Mars étoit plus Septentrional. Car au tems de la conjonction la vraie hauteur du centre de Mars auroit été de 60° 38′ 33″, & celle de Saturne de 60° 3′ 39″ dans le parallele de l'Observatoire. Et posant la hauteur de l'Equateur de 41° 10′ 0″, on a la declinaison Septentrionale de Saturne de 18° 53′ 39″, & celle de Mars de 19° 28′ 33″.

Mais aussi la vraie hauteur meridienne d'Aldebaram étant de 57° 3′ 15″, il s'ensuit que la difference de declinaison entre Aldebaram & Saturne étoit de 3° 0′ 24″ dont Saturne étoit plus Septentrional.

Maintenant pour ce qui est de l'ascension droite, on sçait qu'Aldebaram passa au meridien le 11ᵉ à 5ʰ 3′ 34″ du matin; & comme on voit aussi que Saturne ne se rapproche d'Aldebaram que de 1″ ½ par jour, on aura au tems de la conjonction la distance de Saturne à Aldebaram de 10′ 32″ d'heure: mais ayant converti cette distance en degrés de l'Equateur, on auroit 2° 38′. Mais à cause du mouvement propre du Soleil pendant ces 10′ 32″ qui sera alors de 25″ de degré, on aura pour la difference ascensionelle de Saturne à Aldebaram au tems de la conjonction 2° 37′ 35″.

Enfin si je pose l'ascension droite d'Aldebaram dans ce même tems comme elle se trouve par mes Tables de 64°

46′ 26″, celle de Saturne ſera au tems de ſa conjonction en aſcenſion droite avec Mars de 62° 8′ 51″.

Le Pere Goüye m'ayant communiqué les obſervations de la même conjonction de ces Planetes, leſquelles ont été faites à Marſeille par le P. Laval Profeſſeur Royal d'Hydrographie dans l'Obſervatoire des PP. Jeſuites, je les ay comparées avec les miennes que je viens de rapporter.

La methode dont le P. Laval s'eſt ſervi eſt un peu differente de la mienne ; cependant il a toûjours comparé Saturne & Mars avec Aldebaram comme j'ay fait, & il rapporte auſſi pluſieurs hauteurs meridiennes de cette Etoile, ce qui ſert à confirmer la hauteur du Pole à Marſeille.

Premierement ayant pris un milieu entre toutes les hauteurs meridiennes de l'Etoile Aldebaram à Marſeille, leſquelles ne ſont éloignées les unes des autres que de quelques ſecondes, on la poſera au tems de ces obſervations de 62° 34′ 28″, dont ôtant la refraction de 38″ pour cette hauteur, il reſtera pour la vraie hauteur d'Aldebaram 62° 33′ 50″. Mais par les obſervations précedentes je l'ay determinée à l'Obſervatoire de 57° 3′ 15″ ; donc la difference de hauteur de Pole ou de latitude entre l'Obſervatoire Royal à Paris & l'Obſervatoire des PP. Jeſuites à Marſeille ſera de 5° 30′ 35″, à 20″ prés de celle que j'avois donnée dans mes Tables ſur d'autres obſervations faites dans la même Ville, mais peut-être en des lieux un peu differens.

Maintenant pour ce qui eſt de Saturne ſi je prends un milieu entre les hauteurs meridiennes obſervées par le P. Laval le 11 & le 13 Septembre, leſquelles ſont peu differentes entr'elles, & dans un tems où Saturne ne changeoit pas ſenſiblement de hauteur, j'auray 65° 35′ 20″, dont ôtant la refraction de 33″ il reſtera 65° 34′ 47″, & je l'ay trouvée icy de 60° 3′ 39″, donc difference 5° 31′ 8″, & par Aldebaram nous avons 5° 30′ 35, ce qui ne differe pas d'une demi-minute.

Pour Mars comme sa declinaison changeoit considerablement chaque jour, il faut en comparer les observations séparément, & ajoûter 3″ pour le changement de hauteur qui arrive à cause de la difference des meridiens pour rapporter l'observation de Marseille à celle de Paris.

Le 9ᵉ Septembre le P. Laval observa la vraie hauteur meridienne de Mars corrigée par la refraction & par la difference des meridiens de 65° 54′ 1″, & à Paris je l'ay concluë des précedentes & des suivantes que j'avois faites de 60° 22′ 49″, d'où l'on tire la difference des meridiens de 5° 31′ 12″ qui est plus grande de 37″ que celle qu'on tire des observations d'Aldebaram.

Le 10 Septembre le P. Laval observa la vraie hauteur meridienne de Mars corrigée comme la précedente de 65° 59′ 1″, & je l'ay trouvée icy de 60° 28′ 49″, ce qui donne une difference de hauteur de 5° 30′ 12″ plus petite de 23″ que celle qu'on a déterminée par Aldebaram.

Mais si l'on prend un milieu entre ces deux differences dont l'une est plus grande & l'autre plus petite, on en aura une moïenne de 5° 30′ 23″ ½, qui n'est differente de celle trouvée par Aldebaram que de 11″ ½, ce qui ne merite pas d'y faire attention.

Il reste à comparer les differences ascensionelles de ces Planetes avec Aldebaram. On observa à Marseille le 11 Septembre la difference du passage par le meridien entre Saturne & Aldebaram de 10′ 20″, & à Paris je l'avois trouvée de 10′ 33″, donc la difference sera de 13. Le 12 à Marseille de 10′ 27″, à Paris de 10′ 31″, difference 4″, ce qui n'est que peu éloigné.

Pour Mars le 11 Septembre la difference des passages par le meridien entre la Planete & l'Etoile à Marseille de 11′ 40″, & à Paris de 11′ 54″, difference 14″. Le 12 la difference de ces passages étoit à Marseille de 10′ 11″, & à Paris de 10′ 15″, difference 4″. Ces differentes differences peuvent venir de la position du quart de cercle du P. Laval, lequel n'est pas arrêté fixe dans le meridien comme celui dont nous nous servons; & il peut arriver qu'en baissant

où élevant le quart de cercle pour observer ces deux Astres l'un aprés l'autre, il change de vertical; car sans cela ces sortes d'observations doivent s'accorder entr'elles à une ou deux secondes prés. Mais quoique ce soit qui en puisse être la cause, elles ne sont pas assez considerables pour n'en pas conclure le tems de la conjonction de ces Planetes en ascension droite à tres-peu prés, comme on les a déterminées cy-devant.

J'ay supposé icy que la difference des meridiens entre l'Observatoire Royal & Marseille étoit de 12′ 30″ d'heure comme elle est marquée dans mes Tables, ce qui se confirme par les observations suivantes de l'Immersion du premier Satellite de Jupiter dans son ombre faites en Decembre 1706, que le P. Laval avoit ajoûtées à son Memoire, & dont j'en ay faite une à l'Observatoire.

Le 2 Decembre 1706 à 3h 12′ 31″ du matin à Marseille.
Le 9 à 5 2 19 du matin à Marseille.
Le 9 à 4 50 13 du matin à l'Observatoire à Paris.

Donc la difference des meridiens entre Paris & Marseille sera de 12 6 dont Marseille est plus Oriental.

Le 18 à 1 20 30 du matin à Marseille.

OBSERVATION SUR LA GLANDE PITUITAIRE D'UN HOMME.

PAR M. LITTRE.

Avant que de rapporter cette observation, je dois, afin qu'on la comprenne mieux, faire une description exacte de cette Glande. Pour cela je joindrai ce 1707.

que j'y ai découvert de nouveau à ce que les autres Anatomistes en ont dit avant moi. Je dois même, pour une plus parfaite intelligence, dire un mot de quelques autres parties qui ont une liaison étroite avec la même Glande : telles sont les ventricules du cerveau & du cervelet, les plexus choroïdes, & l'entonnoir.

La Glande pituitaire est située au dedans du crane dans une cavité, qu'on appelle la selle de l'os sphenoïde. La dure-mere, étant parvenuë aux bords de cette cavité, se divise, suivant son épaisseur, en deux parties, inferieure & superieure : l'inferieure tapisse la cavité, s'attache à l'os par dessous, fait par dessus une petite fosse, & forme dans son épaisseur, vers le milieu de la cavité, un sinus de cinq lignes de longueur sur une de largeur, qui est situé dans le sens du travers de la tête, & qu'à cause de cela j'appellerai transversal. La petite fosse est placée à la partie posterieure de la selle : ses bords sont percés par les côtés de plusieurs petits trous, & elle communique quelquefois par un ou deux autres petits trous avec un sinus de la dure-mere, qui est situé derriere l'apophyse clinoïde posterieure.

La partie superieure de la dure-mere couvre & ferme le dessus de la selle, hormis vers le milieu, où elle est percée d'un trou rond, d'une ligne de diametre. Cette membrane est épaisse, opaque & relevée aux bords de la selle, & y est attachée aux apophyses clinoïdes : dans le reste elle est déliée, transparente, enfoncée & colée à la partie superieure de la Glande pituitaire qui est au dessous. Enfin on observe dans l'épaisseur de la même partie superieure de la dure-mere, un sinus de figure ovale, qui entoure le dessus de cette Glande.

La Glande pituitaire est suspenduë dans la selle du sphenoïde par la partie superieure de la dure-mere à laquelle elle est colée ; de sorte qu'un petit stilet passe d'un côté à l'autre entre cette Glande & la membrane qui tapisse la selle : elle est cependant attachée en dessous & à l'entour par quantité de filets d'arteres & de nerfs,

dont les intervalles ſont remplis de ſang, qui eſt tenu & d'un rouge clair. Ainſi la Glande pituitaire trempe à nud dans le ſang.

Cette Glande a ſix à ſept lignes de droit à gauche, quatre du devant au derriere, & deux du haut en bas: elle eſt envelopée d'une membrane qui eſt mince, mais d'un tiſſu tres-ſerré, adherante au corps de la Glande, & percée d'un petit trou, qui répond à celui de la partie ſuperieure de la dure-mere, dont on vient de parler.

La même Glande eſt parſemée de quelques fibres charnuës, & d'un grand nombre de nerfs, d'arteres & de veines: les nerfs viennent de la ſixiéme paire & de la branche anterieure de la cinquiéme, & les arteres des carotides interieures & du rets admirable de Galien, les veines vont ſe rendre dans le ſinus ovale & dans le tranſverſal. Enfin elle eſt compoſée de deux parties de differente ſubſtance, dont l'une eſt de couleur cendrée, & l'autre de couleur rougeâtre.

La partie cendrée fait environ le tiers de la Glande pituitaire: elle eſt molle, convexe, compoſée de viſicules remplies d'une liqueur blanche, & elle eſt ſituée à la partie poſterieure de la Glande dans la petite foſſe dont on a parlé: la membrane, qui forme cette foſſe, y tient la partie cendrée fortement attachée, & la ſepare en partie de la rougeâtre en s'inſinuant entre les deux.

La partie rougeâtre de la Glande pituitaire eſt un peu applatie en ſa partie ſuperieure, & convexe dans les autres: elle eſt d'un tiſſu ſerré, & parſemée de veſicules plus petites que celles de la cendrée, & qui contiennent une liqueur beaucoup plus blanche & plus tenuë.

On remarque entre les deux parties de la Glande pituitaire à l'endroit de leur union, une cavité commune d'une ligne & demie de diametre, dans laquelle on obſerve quantité de petits trous, dont les plus ſenſibles appartiennent à la partie cendrée.

Il y a aux côtés de la ſelle deux ſinus, l'un à droit &

l'autre à gauche, qu'on appelle les ſinus inferieurs de la ſelle. Ils commencent aux fentes irregulieres de cet os, & ſe terminent dans les foſſes jugulaires, où ils portent le ſang qui revient des yeux, de cette Glande, & de la ſelle.

Les deux ſinus inferieurs de la ſelle du ſphenoïde ont quelque choſe de ſingulier dans la partie qui répond à la Glande pituitaire. 1°. Cette partie eſt ouverte du côté de la Glande, le reſte fait un canal. 2°. Les deux ſinus y communiquent enſemble par le ſinus tranſverſal, & par les intervalles qui ſont entre la Glande pituitaire, & la membrane qui tapiſſe la ſelle.

3°. La même partie de ces deux ſinus fournit une portion du ſang dans lequel trempe la Glande pituitaire, & l'autre eſt fournie par les ſinus ovale & tranſverſal. Enfin elle contient dans ſa cavité partie du rets admirable, des carotides interieures, des nerfs de la ſixiéme paire, des moteurs des yeux, des pathetiques, &c. On n'obſerve pas de même qu'il paſſe ni nerfs, ni arteres par la cavité des autres ſinus de la dure-mere.

Le rets admirable eſt une eſpece de rezeau placé aux deux côtés de la ſelle du ſphenoïde: il eſt compoſé d'un tres-grand nombre de petits rameaux de nerfs & d'arteres, qui communiquent enſemble dans une infinité d'endroits, c'eſt à dire les nerfs avec les nerfs, & les arteres avec les arteres. Une partie de ces rameaux, aprés s'être ſeparés du reſte du rezeau, va ſe rendre de part & d'autre à la Glande pituitaire. Les nerfs viennent de la ſixiéme paire & de la branche anterieure de la cinquiéme, & les arteres des carotides interieures.

Les ventricules du cerveau & du cervelet communiquent entr'eux par le moïen de l'entonnoir, & ils contiennent chacun de l'air & de la lymphe, de même que l'eſpace qui eſt entre la pie-mere & la dure-mere.

On remarque toûjours que la ſurface interieure des ventricules eſt humide, auſſi-bien que la ſurface exterieure de la pie-mere & l'interieure de la dure-mere; ce qui vient

vient d'une lymphe qu'on trouve toûjours dans la cavité des ventricules, & dans l'espace qui est entre la pie & la dure-mere, surtout dans les parties les plus basses.

On ne peut pas douter qu'il n'y ait aussi de l'air, parce-qu'il reste toûjours dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere, un espace vuide de tout corps sensible, qui doit être rempli par l'air, d'autant plus que si, dans le tems qu'on fait un petit trou aux parois des ventricules ou à la dure-mere, on pese sur ces parties, & qu'il y ait tout auprés une petite bougie allumée, la flamme de cette bougie ne manque pas d'être agitée.

Quant aux sources de l'air & de la lymphe, qu'on observe dans les ventricules, il y a tout lieu de croire que ce sont les glandes des plexus choroïdes, & que les glandes de la dure-mere fournissent l'air & la lymphe, qu'on trouve entre cette membrane & la pie-mere.

Les plexus choroïdes sont des membranes minces, qui tapissent une partie des ventricules du cerveau & du cervelet, & qui sont parsemées de beaucoup de vaisseaux & de glandes, dont les conduits excretoires s'ouvrent dans la cavité de ces ventricules.

Ce qu'on appelle l'entonnoir dans le cerveau, est un tuyau perpendiculaire à la base du crane, & qui est fort semblable à un entonnoir ordinaire : sa partie étroite, qui est en bas, aboutit à la partie superieure moyenne posterieure de la glande pituitaire, aprés avoir passé par le trou de la dure-mere, & par celui de la membrane propre de cette glande.

Ayant expliqué la structure de la glande pituitaire, & dit quelque chose des parties, avec lesquelles elle a beaucoup de liaison, je vais tâcher d'en expliquer les usages.

Je commence par les plexus choroïdes. Ces deux membranes ont deux principaux usages, l'un de distribuer par leurs arteres du sang aux ventricules, & l'autre de separer du sang par le moyen de leurs glandes, de l'air, & de la lymphe, qu'elles versent ensuite dans les ventricules par leurs conduits excretoires.

Les ventricules du cerveau servent à recevoir & à contenir l'air & la lymphe, qui sont filtrés par les glandes des plexus choroïdes. On peut donner les mêmes usages à l'espace qui est entre la pie & la dure-mere, à l'égard de l'air & de la lymphe, que les glandes de la dure-mere y déposent par leurs conduits excretoires.

L'usage de l'air enfermé dans les ventricules est, 1°. De soûtenir par son ressort leurs parois, qui sont fort molles, contre le poids du cerveau, & consequemment d'empêcher qu'elles ne se touchent & ne se colent ensemble à cause de leur viscosité.

2°. De contrebalancer l'action du ressort de l'air, qui est entre la pie & la dure-mere. 3°. D'entretenir la fluidité de la lymphe répanduë dans ces ventricules.

L'air placé entre la pie & la dure-mere a les mêmes usages par rapport à ces deux membranes, à la lymphe qu'elles contiennent entr'elles, & à l'air qui est dans les ventricules.

On remarque dans le cerveau deux mouvemens fort sensibles, l'un de dilatation, & l'autre de contraction. Ces deux mouvemens se succedent l'un à l'autre sans interruption durant la vie de l'animal. Le premier est causé par l'impulsion du sang arteriel, & le second par le ressort des parties solides qui composent le cerveau, & par le ressort de l'air qui est contenu dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere.

Dans la dilatation, qui arrive parcequ'il entre beaucoup plus de sang dans le cerveau par les arteres, qu'il n'en sort par les veines qui apparemment se trouvent alors plus pressées, le cerveau doit acquerir plus de volume, remplir davantage la capacité du crane, & les parois de ses ventricules s'épaissir & s'approcher beaucoup les unes des autres, & par consequent l'air des ventricules & celui qui est entre la pie & la dure-mere doivent être réduits en une tres-petite masse, & dans cet état ils peuvent tout au plus empêcher que les parois des ventricules & la pie & la dure-mere ne se touchent & ne se colent.

Dans la contraction du cerveau, le cœur étant relâché, n'y pousse plus de sang, & une portion de celui qui y est s'écoule par les veines : l'air des ventricules & celui qui est entre la pie & la dure-mere, n'étant plus si pressés qu'auparavant, se débandent ; & ayant le crane pour appui, compriment à leur tour le cerveau, l'un de dedans en dehors, & l'autre de dehors en dedans. Par ce moyen ils forcent le sang de passer des veines du cerveau dans les sinus de la dure-mere pour retourner delà au cœur, & ils expriment en même tems des glandes du cerveau, la partie la plus subtile du sang, qui, en étant separé, s'appelle esprit animal : le ressort des parties solides, dont le cerveau est composé, ne contribuënt pas peu à la production de ces deux effets.

Pendant la contraction le cerveau est donc réduit en une plus petite masse, & remplit moins la capacité du crane ; parceque ses parties, qui avoient été fort élargies durant la dilatation, sont alors rétrecies ayant repris leur premier volume, & par consequent la cavité des ventricules se doit trouver plus ample, aussi-bien que la pie & la dure-mere, celle-cy restant toûjours attachée à la surface interieure du crane.

L'air & la lymphe contenus entre la pie & la dure-mere & dans les ventricules, en sont chassés dans le tems de la dilatation du cerveau ; parce qu'alors le cerveau augmentant beaucoup de volume, presse fortement ces deux liquides, & en fait sortir une partie.

L'air & la lymphe, qui sont entre la pie & la dure-mere, s'en échapent peut-être par des conduits particuliers de la dure-mere, dont un bout perce la surface interieure de cette membrane, & l'autre s'ouvre dans ses veines. Il y a apparemment de semblables conduits dans le pericarde & dans les ligamens des articles, par où la lymphe & la synonie s'échapent de leurs cavités. L'air & la lymphe des ventricules tombent dans l'entonnoir avec lequel ils communiquent, & où l'on trouve toûjours une liqueur semblable à celle qui est dans les ventricules. Delà cet

air & cette lymphe passent dans la cavité commune de la glande pituitaire.

Cependant comme quelques parties des ventricules sont fort basses par rapport au lieu de leur décharge, on pourroit faciliter l'écoulement de cette lymphe dans l'entonnoir, en donnant differentes situations à la tête. Par exemple, lorsqu'elle penche en devant, l'air & la lymphe s'écoulent facilement du cervelet & de la partie posterieure des ventricules du cerveau; quand la tête penche en arriere, la décharge de la partie anterieure des ventricules du cerveau est aisée; enfin la partie moyenne des ventricules du cerveau se vuide sans peine, si nous penchons la tête tantôt d'un côté, tantôt de l'autre. Sans ce secours l'air & la lymphe pourroient s'amasser en trop grande quantité dans le ventricule, y croupir, y contracter de mauvaises qualités, & devenir par-là des causes de maladies tres-fâcheuses.

Quant au rets admirable, son usage est vrai-semblablement de briser & d'affiner le sang & les esprits, en faisant heurter & froisser leurs parties les unes contre les autres, par le moyen des communications infinies qu'il y a entre les nerfs & les arteres qui le composent, & de les distribuer aprés cette préparation à la glande pituitaire.

Pour ce qui regarde les usages de la glande pituitaire, j'ai fait, pour les découvrir, les experiences suivantes sur des corps de personnes mortes subitement de coups, de chûtes, de blessures, &c.

Premiere Experience. Si on souffle dans l'entonnoir, la partie cendrée de la glande pituitaire s'enfle, & la partie rougeâtre ne s'enfle pas.

Seconde Experience. Lorsqu'on presse la partie rougeâtre de la glande, il tombe une liqueur fort blanche dans la cavité commune; mais il n'y en tombe aucune quand on presse la partie cendrée.

Troisiéme Experience. Si ayant bien essuyé la cavité commune, & piqué avec une épingle la partie cendrée en tout autre endroit qu'en celui qui répond à la cavité

commune, on presse la partie rougeâtre, on voit tomber comme auparavant dans la cavité commune une liqueur blanche qui vient immediatement de la partie rougeâtre, & on voit aussi en même tems sortir par les trous, qui ont été faits à la partie cendrée, une liqueur moins blanche que la premiere, mais qui devient plus blanche à mesure qu'on continuë à comprimer par reprises la partie rougeâtre de la glande.

Quatriéme Experience. Si on pique la partie rougeâtre, & qu'ensuite on presse la cendrée, il ne coule aucune liqueur, ni dans la cavité commune, ni par les piqueures faites à la partie rougeâtre.

De ces quatre Experiences on peut conclure, 1°. Que l'entonnoir & les deux parties de la glande pituitaire communiquent avec la cavité commune de cette glande. 2°. Que la partie rougeâtre de la glande communique avec la cendrée en deux manieres, sçavoir immediatement par elle-même, & mediatement par la cavité commune.

3°. Que la partie cendrée est le lieu du concours de la lymphe des ventricules du cerveau, & de la liqueur blanche de la partie rougeâtre. 4°. Que les petits trous qu'on voit dans la cavité commune, & qui appartiennent à la partie rougeâtre, sont l'extrémité d'autant de conduits excretoires des vesicules de cette partie.

5°. Que les petits trous, qu'on observe dans la cavité commune, & qui appartiennent à la partie cendrée, sont les embouchures d'autant de petits tuyaux de communication entre la cavité commune & les vesicules de la partie cendrée.

6°. Que les vesicules de la partie rougeâtre de la glande pituitaire sont glanduleuses, & qu'elles separent du sang qui leur est fourni par le rets admirable, une liqueur blanche tenuë, & vrai-semblablement pleine d'esprits, qui étant déposée dans leur cavité, une partie est portée par leur conduit de décharge dans la cavité commune, & l'autre immediatement dans les vesicules de la partie

cendrée. Les dernieres vesicules sont peut être de simples vesicules, & ne font que recevoir, peut-être aussi ont-elles des grains glanduleux comme les vesicules de la partie rougeâtre, & filtrent comme elles une liqueur particuliere.

7°. Que la lymphe des ventricules du cerveau, & la liqueur blanche de la partie rougeâtre de la glande pituitaire, étant parvenuës dans la cavité commune de cette glande, s'y mêlent ensemble, & qu'aprés leur mêlange elles passent dans les vesicules de la partie cendrée par les trous qui répondent de la cavité commune à cette partie, de même que l'air qu'on y souffle par l'entonnoir.

8°. Que ces deux liqueurs se mêlent dans les vesicules de la partie cendrée avec celle qui y coule immediatement de la partie rougeâtre, & peut-être même avec une quatriéme filtrée par les grains glanduleux, dont ces vesicules peuvent être munies.

9°. Que toutes ces liqueurs ainsi mêlées & confonduës ensemble passent dans les veines de la glande par les conduits de décharge des vesicules de la partie cendrée; de ces veines elles passent avec le sang dans le sinus ovale & dans le transversal; de ces sinus dans la selle du sphenoïde, où elles donnent au sang qu'on y trouve la tenuité & la couleur vermeille qu'on remarque dans ce sang : Enfin ces liqueurs sont portées de la selle dans les sinus inferieurs, & delà dans les fosses jugulaires.

Le mêlange de la lymphe des ventricules avec les liqueurs blanches de la glande pituitaire est necessaire, afin que cette lymphe, qui a perdu beaucoup de sa fluidité dans les ventricules, soit détrempée & renduë plus coulante & plus subtile par les autres liqueurs, qui sont plus tenuës & plus spiritueuses. Sans cela elle ne pourroit nullement penetrer la glande pour se remêler avec le sang, & continuer la circulation.

Le mêlange de la lymphe des ventricules avec les liqueurs blanches de la glande pituitaire, n'est pas le seul

moyen, dont l'Auteur de la nature s'est servi pour assurer & faciliter son passage par cette glande. En voici plusieurs autres.

1°. Les bords de la selle du sphenoïde sont relevés & en partie osseux, afin que le cerveau dans ses mouvemens ordinaires ne comprime la glande pituitaire, qu'autant qu'il le faut pour favoriser le passage de la lymphe par cette glande.

2°. La glande pituitaire est suspenduë dans la selle, afin que, dans les mouvemens extraordinaires du cerveau elle élude, en cedant, une partie de la trop grande compression, qu'elle en auroit pû souffrir.

3°. Les fibres de la glande pituitaire servent par leur contraction à exprimer de ses vesicules les liqueurs qu'elles filtrent, à les faire mêler avec la lymphe qui vient des ventricules du cerveau, & à les pousser ensuite jusques dans les veines. Par-là elles empêchent que ces liqueurs, non-plus que les autres, ne s'accumulent dans la glande, & ne l'engorgent. La membrane, dont la glande est envelopée, peut par sa tenture serrée seconder l'action de ces fibres charnuës.

4°. L'air, qui vient des ventricules avec la lymphe, en se bandant & débandant alternativement, tient toûjours ses parties en mouvement.

5°. L'Auteur de la nature a placé la glande pituitaire dans un bain-marie de sang pratiqué d'une maniere merveilleuse. Car outre qu'elle trempe à nud dans le sang, elle est située immediatement au-dessous du sinus ovale & au-dessus du transversal, qui sont toûjours pleins de sang. D'ailleurs la membrane de cette glande étant d'un tissu fin & délié, la chaleur du sang peut facilement penetrer la glande. Par cette ingenieuse mechanique la lymphe des ventricules reçûë dans la glande pituitaire, est toûjours entretenuë dans une chaleur & une fluidité convenables.

6°. Comme le mouvement du sang, d'où dépend sa chaleur, pourroit beaucoup se ralentir, ou cesser entiere-

ment, l'Auteur de la nature, pour prévenir ces deux accidens, a établi trois causes, sçavoir le cerveau, le rets admirable, & les arteres carotides interieures.

Le cerveau par ses mouvemens presse, foule & broye le sang contenu dans la selle, dans les sinus ovale & transversal, & dans la glande pituitaire. Le rets admirable & les carotides par leurs battemens agitent & subtilisent le sang qui est autour de la glande; & par celui qu'ils contiennent en grande quantité, ils fomentent le mouvement & la chaleur du même sang.

Enfin l'Auteur de la nature, aprés s'être servi d'une si belle mechanique, & avoir employé tant de moyens pour assurer & faciliter le passage de la lymphe des ventricules du cerveau par la glande pituitaire, se sert encore de cette même lymphe devenuë par-là tres-active, pour délayer, inciser & attenuer le sang grossier & gluant, qui revient du cerveau, & avec lequel elle se mêle dans les fosses jugulaires.

Sans cette sage précaution, ce sang, dont les parties subtiles ont été employées à la nourriture du cerveau & à la generation des esprits animaux, ou qui se sont dissipées par leur volatilité, auroit eu beaucoup de peine à retourner au cœur, principalement lorsque la tête auroit été penchée, ou qu'elle auroit été horizontale au tronc. L'air & la lymphe contenus entre la dure & la pie-mere, peuvent aussi, en repassant de cet espace dans les veines de la dure-mere, contribuer au retour du sang du cerveau vers le cœur.

Par tout ce que je viens de dire, il paroît, que la glande pituitaire est absolument necessaire pour la conservation de la vie; aussi trouve-t-on cette glande dans l'homme, dans les quadrupedes, dans les poissons & dans les volatiles.

Aprés avoir expliqué la structure & l'usage de la glande pituitaire & des parties qui ont une étroite liaison avec elle, je vais rapporter l'observation qui m'a donné lieu d'examiner toutes ces parties.

UN

UN homme à l'âge de 40 ans commença à ſentir un mal de tête, qui d'abord étoit ſupportable & lui donnoit du relâche, mais dans la ſuite devint continu & ſi violent, qu'il en mourut environ deux ans aprés. Dans les trois derniers mois de ſa vie il étoit ſtupide & aſſoupi, ſans pouvoir neanmoins dormir: ſa vûë étoit foible, quelquefois même il ne voyoit point du tout: il étoit abbatu & languiſſant, il tomboit ſouvent en défaillance, & avoit la fiévre de temps en temps.

M. Geoffroy mon confrere & moi fîmes l'ouverture de ſon cadavre. Nous ne remarquâmes rien d'extraordinaire ni au ventre ni à la poitrine. Tout ce qui nous parut de quelque conſequence, étoit dans la tête, qui avoit toûjours été le ſiege de la maladie.

Le crane étant levé & la dure-mere ouverte, nous trouvâmes beaucoup de lymphe entre la pie-mere & la dure-mere: la ſubſtance du cerveau & du cervelet étoit plus ſeche & plus dure que dans l'état naturel: leurs ventricules, incomparablement plus grands que de coûtume, étoient remplis de lymphe: les glandes des plexus choroïdes étoient plus groſſes qu'à l'ordinaire: il y avoit de l'inflammation à la partie inferieure de l'entonnoir, ſa cavité étoit tout à fait bouchée en cet endroit, & les parois y étoient fort épaiſſes: la glande pituitaire étoit fort dure & fort rouge; elle étoit deux fois plus groſſe que dans l'état naturel, & s'élevoit beaucoup au-deſſus de la ſelle du ſphenoïde. Nous trouvâmes au milieu de cette glande du pus de la groſſeur d'un pois, qui étoit épais, viſqueux, & d'un blanc tirant ſur le jaune.

La ſtructure naturelle de la glande pituitaire, l'explication de ſes uſages, & les vices qu'on a obſervés dans la tête de cet homme étant poſés, on peut facilement rendre raiſon des indiſpoſitions qu'il a euës durant ſa maladie.

Des parties du ſang plus groſſieres que de coûtume, ont pû ſe porter par hazard à la glande pituitaire de cet homme, ou y devenir telles par quelque cauſe particu-

liere, boucher la cavité de quelques-uns de ces vaisseaux, & y interrompre la circulation. Le sang alors a dû s'arrêter & s'accumuler d'abord dans les vaisseaux bouchés, puis dans les vaisseaux voisins comprimés par ceux-ci, tumefier cette glande, & y causer enfin de l'inflammation.

La glande tumefiée a comprimé par son volume extraordinaire les nerfs optiques qui sont immediament placés au-dessus. Par cette compression elle a empêché tout à fait ou en partie la distribution des esprits animaux aux yeux qui se fait par ces nerfs; d'où est arrivée tantôt la diminution & tantôt la suppression totale de la vûë, suivant que la compression des nerfs a été plus ou moins forte; & elle a été plus ou moins forte, selon que les humeurs se sont trouvées en plus grande ou en plus petite quantité, ou qu'elles ont plus ou moins fermenté, soit dans la glande, soit dans le cerveau, ou dans tous les deux ensemble.

L'enflure & l'inflammation de la glande pituitaire ont donné lieu à deux choses. 1°. A la compression des conduits par où elle recevoit la lymphe des ventricules du cerveau. 2°. A la rupture de quelques-uns des vaisseaux de cette glande. Par la rupture de ces vaisseaux le sang s'est extravasé, s'est aigri, a fermenté & s'est changé en pus. Enfin l'inflammation s'est étenduë à la partie inferieure de l'entonnoir, à cause du voisinage & de la communication des vaisseaux.

La partie inferieure de l'entonnoir étant enflammée, ses vaisseaux sanguins se sont dilatés, ses parois se sont épaissies, le diametre de la cavité a diminué, la chaleur a augmenté, la partie la plus subtile de la lymphe contenuë dans la cavité s'est évaporée, la grossiere s'y est accumulée, l'a remplie, s'est colée aux parois & l'a comblée. Dans cet état l'entonnoir ne pouvoit plus transmettre la lymphe des ventricules à la glande pituitaire, & cette glande ne pouvoit plus la recevoir.

Cependant comme la lymphe filtrée par les glandes

des plexus choroïdes couloit toûjours dans les ventricules du cerveau, elle a dû s'y amasser, en dilater peu à peu les parois, & augmenter leur cavité, & par consequent comprimer toutes les parties enfermées dans la capacité du crane.

La dure-mere a dû se sentir de cette compression plus que les autres parties, à cause de la dureté & de la résistance du crane auquel elle est appliquée immediatement. Ainsi le sang a dû avoir beaucoup plus de peine qu'auparavant à revenir de cette membrane par les veines, parcequ'elles sont incomparablement plus susceptibles de compression que les arteres, & que le sang y coule plus lentement. Ce qui a donné occasion aux glandes de la dure-mere de filtrer plus de lymphe qu'à l'ordinaire, & de la verser par leurs conduits excretoires entre cette membrane & la pie-mere dans la quantité considerable que nous y avons trouvée.

Les glandes des plexus choroïdes étoient plus grosses que dans l'état naturel, parceque la lymphe accumulée dans les ventricules en comprimoit les parois, y retardoit le mouvement du sang, & faisoit quelque résistance à la lymphe qui se presentoit pour sortir de ces glandes, à mesure qu'elle s'y filtroit. Ce qui a donné lieu à ces glandes de se dilater, & par consequent de grossir.

La lymphe qui étoit dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere, ayant perdu par son séjour une partie de ce qu'il y avoit d'aqueux, est devenuë salée, & par sa salure a causé de la douleur en irritant & déchirant les fibres nerveuses, & en s'engageant dans les pores du cerveau, l'a desseché & durci.

La fiévre, que le malade avoit de temps en temps, pouvoit être causée ou par des sels de la lymphe aigrie dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere, remêlés dans la masse du sang, ou par l'aigreur du chyle & l'impureté du sang; parceque la digestion des alimens & la dépuration du sang, &c. ne se faisoient que d'une maniere tres-imparfaite, à cause de la disette des esprits animaux.

Cet homme étoit assoupi sans pouvoir dormir, parceque son cerveau faisant peu d'esprits, les fibres nerveuses des organes des sens n'étoient que foiblement tenduës, d'où venoit la disposition qu'il avoit au sommeil. Il ne dormoit cependant pas, à cause que ce peu d'esprits étant toûjours agités par la douleur, empêchoient que les fibres nerveuses de ces organes ne se relâchassent jusqu'au point necessaire pour le sommeil.

La substance du cerveau étant fortement pressée entre l'air & la lymphe contenus dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere, les esprits animaux s'y filtroient & s'y distribuoient avec peine, & couloient en petite quantité dans les autres parties du corps, pendant que la douleur en faisoit d'ailleurs une dissipation continuelle. D'où s'est ensuivi la stupidité, l'abbatement, la langueur, la défaillance, & enfin la mort, lorsque les esprits n'ont pû suffire aux mouvemens qui sont absolument necessaires à la vie.

THEORIE DES PROJECTIONS
OU
DU JET DES BOMBES
Selon l'hypotese de Galilée.

PAR M. GUISNÉE.

1707. 11. May. CE n'est point une Theorie absolument nouvelle des Projections que je propose ici. C'est une Theorie plus étenduë & démontrée plus simplement qu'elle ne l'est dans le Livre de l'Art de jetter des Bombes de *M. Blondel*, & ailleurs.

PROPOSITION I.

THEOREME.

1. *Un corps jetté selon une direction quelconque, parallele, ou oblique à l'horizon, décrit par son mouvement une Parabole.*

DEMONSTRATION.

Supposons qu'un corps tombe de B en A perpendiculairement à l'horison, & qu'étant arrivé en A il change sa direction vers D, ou, ce qui est la même chose, qu'un corps se meuve de A vers D avec la vîtesse qu'il auroit acquise en tombant de B en A, il parcourra selon AD les espaces égaux AC, CH, &c. dans des temps égaux. Mais sa pesanteur le fera approcher de l'horizon, ou, ce qui revient au même, l'éloignera de la ligne AD de la longueur de la ligne CO au premier temps, de la ligne HM au second, &c. ensorte que les lignes CO, HM, &c. seront entr'elles comme les quarrés des temps employés à les parcourir. Nommant donc AB, a; AH, y; HM, x; le temps par AB, t; le temps par AH, ou par HM, (car le temps par HM est égal au temps par AH) θ. Parceque si un corps étant tombé de B en A remontoit uniformément avec la vîtesse acquise en A, il parcourroit dans un temps égal à celui de sa chute de B en A un espace double de AB, l'on aura par les loix des mouvemens uniformes $2a$ $(2AB)$. y (AH) :: t. θ. Mais par les loix des mouvemens accelerés $\sqrt{a}$. $\sqrt{x}$ :: t. θ; donc $2a$. y :: $\sqrt{a}$. $\sqrt{x}$, d'où l'on tire $4ax = yy$, qui est une équation à la Parabole, dont AP prolongement de BA est un des diametres; $4a = 4AB$ le parametre du diametre AP; MP parallele à AD, une des ordonnées au diametre AP. Fig. 1.

DEFINITIONS.

2. La ligne AD est appellée ligne de *direction*; le point A, le point de *projection*; l'angle BAD, l'angle de *l'incli-*

naison du jet; la ligne AM menée du point A au but M, *l'étenduë* du jet; AP, le diametre du jet; son parametre $= 4AB$, le parametre de projection du jet; la ligne HM, la ligne de *chute respective*.

COROLLAIRE I.

3. L'équation $4ax = yy$ fait voir que le parametre du jet $= 4AB$, la ligne du jet AH, & la ligne de chute respective HM sont en proportion continuë.

COROLLAIRE II.

4. Il est clair que la ligne de direction AH touche la Parabole au point A : car la pesanteur du mobile l'éloigne de AH dés le premier instant de la projection.

COROLLAIRE III.

5. Il est manifeste que si la ligne de direction AH étoit horizontale ou perpendiculaire au diametre AP, AP seroit l'axe de la Parabole.

COROLLAIRE IV.

6. Il suit aussi que puisque (*num.* 1.) AB est le quart du parametre du diametre AP, la ligne BE menée par B perpendiculaire à AB sera la ligne generatrice de la Parabole AOM, c'est à dire, que toutes les lignes comme OG paralleles AB & AB elle-même, menées de la Parabole jusqu'à la ligne BE, sont égales à la distance des points O & A au foyer de la Parabole.

COROLLAIRE V.

FIG. II. *Cette Figure & les suivantes peuvent être regardées comme une seule.*

7. D'où il suit que si du centre A & du rayon AB l'on décrit un demi-cercle BQL, sa circonference BQL sera le lieu des foyers de toutes les Paraboles décrites par un mobile jetté du point A avec la vîtesse acquise en tombant de B en A, selon toutes les positions possibles de la ligne de direction AD. Et parceque (*art.* 4.) la ligne de

direction *AD*, quelque position qu'elle ait, touche la Parabole en *A*, si l'on fait l'angle *DAF* égal à l'angle *DAB*, le point *F* où *AF* coupe le demi-cercle *BQL* sera le foyer de la Parabole; & partant la ligne *OFH* menée par *F* parallele à *AB* en sera l'axe, dont le sommet sera en *I* milieu de *FH*, & dont le parametre sera 4*FI*, ou 4*IH*.

COROLLAIRE VI.

8. Puisque *AD* touche la Parabole *AI* en *A*, si l'on mene *IG* parallele à *BE* qui rencontre *AD* en *D*, par la proprieté de la Parabole *IG* sera coupée en deux également en *D*, & la ligne *FB* menée du foyer *F* au point *B* passera par le point *D*, & l'angle *ADB* sera droit; & partant si l'on décrit un demi-cercle sur le diametre *AB*, il passera par le point *D*. C'est-pourquoi si l'on mene l'horizontale *AK* qui rencontre l'axe *IO* en *O* & la Parabole *AI* en *K*, *AK* sera quadruple de *GD* ou de *DI*: mais *GD* est le sinus du double de l'angle d'inclinaison *BAD*; c'est-pourquoi les amplitudes horizontales sont entr'elles comme les sinus du double des angles d'inclinaison.

COROLLAIRE VII.

9. Il est encore évident que toutes les Paraboles *AIK* auront pour generatrice commune la droite *BE*, puisque l'on suppose qu'elles sont toutes décrites par un mobile avec la vîtesse acquise en tombant de *B* en *A*.

COROLLAIRE VIII.

10. L'on voit aussi en supposant que l'angle *BAD* n'excede pas 45 degrés, 1°. Que plus cet angle sera aigu, plus les points *F*, *I*, *H* s'approcheront l'un de l'autre & de la ligne *AB*, & plus l'amplitude horizontale *AK* diminuëra; de sorte que lorsque *AD* se confondra avec *AB*, la Parabole *AIK* deviendra la verticale *AB*, le jet se fera de *A* en *B*, & le mobile retombera en *A*. Au contraire, plus l'angle *BAD* approchera de 45 degrés, plus l'axe

IO s'éloignera de AB, & plus l'étenduë horizontale AK augmentera.

2°. Lorſque l'angle BAD ſera de 45 degrés, les points F & O ſe confondront avec le point Q, où le demi-cercle BQL coupe l'horizontale AK, & où par conſequent l'axe IO qui devient SQ touchera le demi-cercle, le point I qui devient S & qui eſt le ſommet de la Parabole ſera au milieu de HO, qui devient hQ, le point G ſera en C centre du demi-cercle BDA, le point D en T milieu de BDA, l'amplitude AK deviendra Ak égale à $2AF = 2AB = 4CT$, qui eſt la plus grande amplitude horizontale où un mobile puiſſe être jetté avec une vîteſſe égale à celle qu'il auroit acquiſe en tombant de B en A, & AB ſera double de hS, ou de ſon égale SQ.

3°. Lorſque l'angle BAD excedera 45 degrés, & à meſure qu'il augmentera depuis 45 degrés juſqu'à 90, les Paraboles deviendront plus ouvertes; mais elles ne couperont pas pour cela l'horizontale AK en des points d'autant plus éloignés de A, au contraire elles la couperont en des points d'autant plus prés de A que l'angle BAD approchera de 90 degrés : car plus l'angle BAD approchera du droit, plus le point F s'éloignera de Q dans la circonference QfL, & par conſequent plus l'axe HO s'approchera de AB. De ſorte que les deux Paraboles qui auront leurs foyers F, f dans le même axe IO aux points où il coupe le demi-cercle BQL, couperont l'horizontale AK en un même point K. Et comme la Parabole qui a pour foyer le point f a pour ſommet le point i milieu de fH, il ſuit que $Oi = HI$: car fi ou $OF + Oi = Hi = OF - Oi + 2HI$, & partant $OF + Oi = OF - Oi + 2HI$, ou $OF + 2Oi = OF + 2HI$; donc $Oi = HI$. Et par conſequent (ayant mené idg parallele à BE) $Ag = BG$, l'arc $Ad =$ l'arc BD, l'arc $dT = DT$, & l'angle $dAT = DAT$; de ſorte que les deux Paraboles qui paſſent par un même point K de l'horizontale, ſont celles qu'un mobile décriroit étant jetté ſelon deux directions AD, Ad également éloignées de 45 degrés au-deſſus

dessus & au-dessous, c'est à dire, lorsque les points *D* & *d* sont également éloignés de *T*; & lorsque les deux points *D* & *d* se confondent avec le point *T*, les deux Paraboles se confondent en une seule qui rencontre l'horizontale au point le plus éloigné de *A* qui le puisse être dans l'hypothese presente, comme on a déja vû.

4°. Si l'angle *BAD* est droit, ou ce qui est la même chose, si *AD* se confond avec *AK*, le foyer *F* sera en *L*, & le sommet de la Parabole sera en *A*, où la ligne de direction qui est alors l'horizontale la touche.

5°. Lorsque l'angle *BAD* excede 90 degrés, les Paraboles rencontreront l'horizontale *AK* prolongée du côté de *A* de la même maniere qu'elles la rencontroient du côté de *K* lorsque l'angle *BAD* étoit aigu, & les Paraboles décrites par un mobile du côté de *K*, seront des parties de celles qu'il décriroit du côté opposé en prenant les prolongemens de *AD* pour les lignes de direction.

PROPOSITION II.

PROBLEME.

II. *Trouver quelle est la Courbe sur laquelle se trouvent les sommets de toutes les Paraboles décrites par un mobile jetté avec la même force suivant toutes les directions possibles.*

SOLUTION.

Ayant supposé le Problême résolu & les mêmes choses que dans la Proposition précedente, soit *AIK* une des Paraboles décrites par un mobile jetté du point *A* selon la direction *AD* avec la force ou la vîtesse acquise en tombant de *B* en *A*; *I*, le sommet de la Parabole *AIK*; *BE*, la ligne generatrice; *F*, le foyer. Fig. III.

Le point *I* étant (*hyp.*) un de ceux de la Courbe qu'on cherche, soient menées *HTO* parallele à *AB*, & *IG* parallele à *BE*, en nommant la donnée *AB*, ou *OH*, a; & les inconnuës *AO*, ou *GI*, x; *AG*, ou *OI*, y; *BG*, ou *HI* sera, $a-y$; & partant le parametre de l'axe *IO* sera,

$4a-4y$; & l'on aura par la proprieté de la Parabole $4a-4y \times IO = AO^2$, ou en termes algebriques $4ay-4yy = xx$, qui montre que la Courbe cherchée est une Ellipse dont le petit axe est AB ; le centre C milieu de AB ; & le grand axe double du petit, c'est à dire, que si l'on mene du centre C la ligne CS parallele à BE & $=AB = a$, elle sera la moitié du grand axe.

COROLLAIRE.

11. Il est aisé de déduire de l'Equation à l'Ellipse tout ce que nous avons dit dans l'article 10. Car, 1°. L'on en tire $y = \frac{1}{2}a \pm \frac{1}{2}\sqrt{aa-xx}$, qui montre que y a deux valeurs positives OI, Oi lorsque $x < a$, & que par consequent l'Ellipse $BIiA$ rencontre la ligne OH en deux points I & i également éloignés de CS, qui sont les sommets des deux Paraboles AIK, AiK qui rencontrent l'horizontale AK dans un même point K.

2°. Lorsque $x = a = AQ = AB$, y n'ayant qu'une valeur $QS = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}AB$, il n'y a qu'une seule Parabole qui rencontre l'Ellipse en S milieu de Qh où la même Qh la touche, & cette Parabole a pour axe la ligne QS, pour sommet le point S, pour foyer le point Q, & est celle qui rencontre l'horizontale au point le plus éloigné de A qu'il est possible. Telle est la Parabole ASK. *Fig.* 2.

3°. Lorsque $x > a = AQ$, $y = Oi$ ne rencontre point l'Ellipse. Ainsi il n'y a aucune Parabole qui rencontre l'horizontale en un point plus éloigné de A, que celui où la Parabole qui a pour sommet le point S la rencontre.

4°. Lorsque $x = o$, c'est à dire, lorsque le point O tombe en A, l'équation precedente devient $y = \frac{1}{2}a \pm \frac{1}{2}a$; donc $y = a$ & $y = o$, qui montre que la Parabole AIK devient la verticale AB, & la Parabole AiK devient la Parabole AV, qui a pour sommet le point A, & pour axe la droite AP.

PROPOSITION III.

PROBLEME.

13. *Trouver la Courbe sur laquelle se trouvent tous les points d'intersection* M *des Paraboles* AIK, *avec les droites* AFM *tirées du point de projection* A *par leurs foyers* F, *& prolongées jusqu'à la rencontre des Paraboles en* M.

Ayant supposé le Problême résolu & les mêmes choses que dans les Propositions précedentes, puisque le point *M* est un de ceux que l'on cherche, on menera *MR* parallele à *AB*, & ayant nommé la donnée *AB*, a; & les indéterminées *AO*, x; *OI*, y; *AR*, s; *RM*, z; *OF* sera $2y-a$; *IO*—*MR*, $y-z$; & *OR*, $s-x$, & l'on aura à cause des triangles semblables *AOF*, *ARM*, x (*AO*). $2y-a$ (*OF*) : : s (*AR*) z (*RM*), d'où l'on tire $xy = 2sy - as$, ou Fig. IV.

$$A. \quad x = \frac{2sy-as}{z}, \&$$

$$B. \quad xx = \frac{4ssyy - 4assy + aass}{zz}.$$

Par la proprieté de la Parabole, l'on a, y (*IO*). $y-z$ (*IO*—*MR*) : : xx (*AO*²). $ss-2sx+xx$ (*OR*²), d'où l'on tirera

$$C. \quad xx = \frac{2sxy - ssy}{z},$$ qui est une Equation commune à toutes les Paraboles *AIK*.

L'on a aussi l'Equation du Problême précedent.

$$D. \quad xx = 4ay - 4yy.$$

Mettant presentement dans l'Equation *C* pour x & pour xx leurs valeurs prises dans les Equations *A* & *B*, l'on en tirera

$$E. \quad y = \frac{aa}{2a-z}.$$

Et mettant cette valeur de y dans l'Equation *A*, l'on aura

$$F. \quad x = \frac{as}{2a-z}.$$

Enfin mettant dans l'Equation *D* pour y, pour yy &

pour xx leurs valeurs prises dans les Equations E & F, l'on en tirera celle-ci :

$G.\quad 4aa - 4az = ss.$

Qui fait voir que la Courbe cherchée est une Parabole, dont le parametre est $4a = 4AB$, l'axe AB, le sommet B, & le foyer A.

14. Si l'on fait $z = o$, l'on aura $s = 2a$; ce qui fait connoître que la Parabole BM coupe l'horizontale AK en un point k qui détermine la plus grande amplitude horizontale qui est celle de la Parabole ASk, comme l'on a déja vû art. 10. & 12. num. 2.

COROLLAIRE.

15. L'on tire de l'Equation E, $z(RM) = \frac{2ay - aa}{y}$, qui fait voir que RM est positive lorsque $y > \frac{1}{2}a$, comme on a supposé en faisant le calcul; negative lorsque $y < \frac{1}{2}a$; $= o$ lorsque $y = \frac{1}{2}a$.

PROPOSITION IV.

THEOREME.

16. *Les mêmes choses que dans la Proposition précedente étant supposées, je dis que la Parabole* BMk *touche toutes les Paraboles* AIK *au point* M *qui leur est commun.*

Il faut prouver que la soûtangente est commune aux deux Paraboles BMk, AIK, les tangentes étant tirées par le point commun M.

DEMONSTRATION.

Selon la seconde Section de l'Analyse des Infiniment petits, la soûtangente commune aux deux Paraboles AIK, BMk qui répond aux tangentes menées par le point M est $\frac{sdz}{ds}$.

L'Equation G $4aa - 4az = ss$ qui appartient à la Parabole BMk étant differentiée donne $-2adz = sds$, &

partant $dz = \frac{sds}{-2a}$; & mettant cette valeur de dz dans la formule $\frac{sdz}{ds}$, l'on aura $\frac{ss}{-2a}$ pour l'expression de la soûtangente de la Parabole *BMk* délivrée des Infiniment petits.

L'Equation *C*, $zxx = 2sxy - ssy$ qui est commune à toutes les Paraboles *AIK* étant differentiée, en prenant x & y pour constantes pour la déterminer à une seule Parabole *AIK*, donne $xxdz = 2xyds$, d'où l'on tire $dz = \frac{2xyds - 2ysds}{xx}$; & ayant substitué cette valeur de dz dans la formule $\frac{sdz}{ds}$, l'on aura $\frac{2xys - 2yss}{xx} = \frac{xs - ss}{2a - 2y}$, en mettant pour xx sa valeur $4ay - 4yy$ tirée de l'Equation *C*.

L'on tire de l'Equation *E*, $z = \frac{2ay - aa}{y}$; & mettant cette valeur de z dans l'Equation *F*, l'on en tirera $x = \frac{sy}{a}$, & cette valeur de x étant substituée dans la derniere soûtangente $\frac{xs - ss}{2x - 2y}$, l'on aura $\frac{ssy - ass}{2aa - 2ay} = \frac{ss}{-2a}$. Et comme cette soûtangente est la même que celle que nous venons de trouver pour la Parabole *BMk*, il suit que la tangente est aussi la même, & par consequent que ces deux Paraboles se touchent au point *M*. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE I.

17. Il est clair que la Parabole *BMk* renferme dans sa concavité toutes les Paraboles *AIK*, puisqu'elle les touche toutes au point *M* où la ligne *AFM* tirée du point de projection *A* par leurs foyers *F* les rencontre ; & qu'elle est par consequent le terme au-delà duquel un mobile ne peut être jetté du point *A* suivant aucune direction, la vîtesse de projection étant toûjours égale à celle que le mobile acquierroit en tombant de *B* en *A*. De sorte que si l'on détermine un point quelconque *M* sur la Parabole *BMk*, pour pouvoir y chasser un mobile avec la vîtesse acquise en tombant de *B* en *A*, il le faut

jetter selon une direction telle que la Parabole qu'il doit décrire touche au point *M* la Parabole *BMk*. Or il est clair que cette direction est celle qui divise l'angle *BAM* en deux également.

COROLLAIRE II.

18. L'on voit encore que puisque toutes les Paraboles *AIK* décrites par un même corps jetté avec la vîtesse acquise en tombant de *B* en *A*, touchent la Parabole *BMk*, si l'on prend un point quelconque *M* sur la Parabole *BMk*, & qu'on mene la ligne *AM* du point *A* au point *M*, toutes les Paraboles *AIK* rencontreront *AM* entre *A* & *M*, excepté celle dont le foyer sera sur la même *AM* qui touche *BMk* au point *M*. De sorte que les lignes *AM* sont les plus grandes étenduës obliques, de même que *Ak* est la plus grande amplitude horizontale.

PROPOSITION V.

PROBLEME.

FIG. V. 19. *Une étenduë quelconque* AN *égale ou moindre que la plus grande* AM *qui sont toutes deux sur un même plan incliné au-dessus ou au-dessous de l'horizon* AK *étant donnée de grandeur & de position, trouver l'angle de l'inclinaison du jet afin que les deux Paraboles décrites par un mobile passent par le point N.*

SOLUTION I.

Ayant supposé les mêmes choses que dans les Propositions précedentes, & le Problême résolu; il est clair (*art.* 7.) que si du centre *A* par *B* l'on décrit le cercle *BFf*, il sera le lieu des foyers de toutes les Paraboles *AIK* décrites par un mobile jetté du point *A* avec la vîtesse acquise en tombant de *B* en *A* selon toutes les directions possibles.

Ayant mené par *N* la droite *QNR* paralle à *AB* qui rencontrera *AK* en *Q* & *BH* en *R*, en prenant le point

N pour le point de projection, *NR* sera le quart du parametre du jet fait avec la vîtesse acquise de *R* en *N*. C'est-pourquoy (*art.* 7.) le cercle *REf* décrit du centre *N* par *R* sera le lieu de toutes les Paraboles décrites par un mobile avec la vîtesse acquise en tombant de *R* en *N*; & partant les intersections *F* & *f* des deux circonferences *BFf*, *RFf* seront les foyers des deux Paraboles cherchées; & ayant mené par *F* & par *f* les droites *HO*, *hQ*, & divisé *HF* & *hf* par le le milieu en *I* & *i*, *IO* & *iQ* seront les axes des deux mêmes Paraboles, & les points *I* & *i* leurs sommets. Menant presentement les droites *IG*, *ig* paralleles à *BH* qui rencontreront le demi-cercle *BDA* en *D* & en *d*, & les lignes *AD*, *Ad*, les angles *BAD*, *BAd* seront les angles d'inclinaison qu'il falloit trouver.

20. Si les cercles *BFf*, *RFf* se touchent, le Problême n'aura qu'une Solution, & il sera impossible si les deux mêmes cercles ne se rencontrent point. Ce seroit la même chose si le point *N* étoit au-dessous de *AK*. Cette Solution est celle que M. de la Hire a donnée dans l'Art de jetter des Bombes de M. Blondel.

SOLUTION II.

21. En supposant encore les mêmes choses, & le Problême résolu : soient nommées les données *AB*, a; *AQ*, FIG. VI. b; *QN*, c; & les inconnuës *AG* ou *OI*, y; *GD* ou *DI*, s; *AK* sera $4s$; *QB*, $4s-b$; *HI* ou *BG*, $a-y$; & partant le parametre de l'axe *OI*, $4a-4y$. L'on aura par la proprieté de la Parabole $AQ \times QK = QN \times 4a - 4y$., ou en termes algebriques $4bs - bb = 4ac - 4cy$, d'où l'on tire cette construction.

Ayant mené *BL* du point *B* au point *L* où le cercle *BDA* coupe l'étenduë *AN*, soit $BV = \frac{1}{4} AQ$, l'on menera *VDd* parallele à *BL*, qui coupera le cercle *BDA* au point *D* & *d* si le Problême a deux Solutions, qui le touchera en un seul point s'il n'en a qu'une, & qui ne le rencontrera point s'il est impossible. Les lignes *AD*, *Ad*

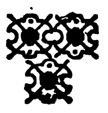
feront les lignes de direction, & les lignes *GD*, *gd* étant prolongées en *I* & *i*, ensorte que $DI = GD$ & $di = gd$, les points *I* & *i* seront les sommets des deux Paraboles qui passeront par le point *N*, & les angles *BAD*, *BAd* les angles d'inclinaison du jet. Cette Solution a rapport à celle de M. *Buot* abregée par M. *Romer*.

SOLUTION III.

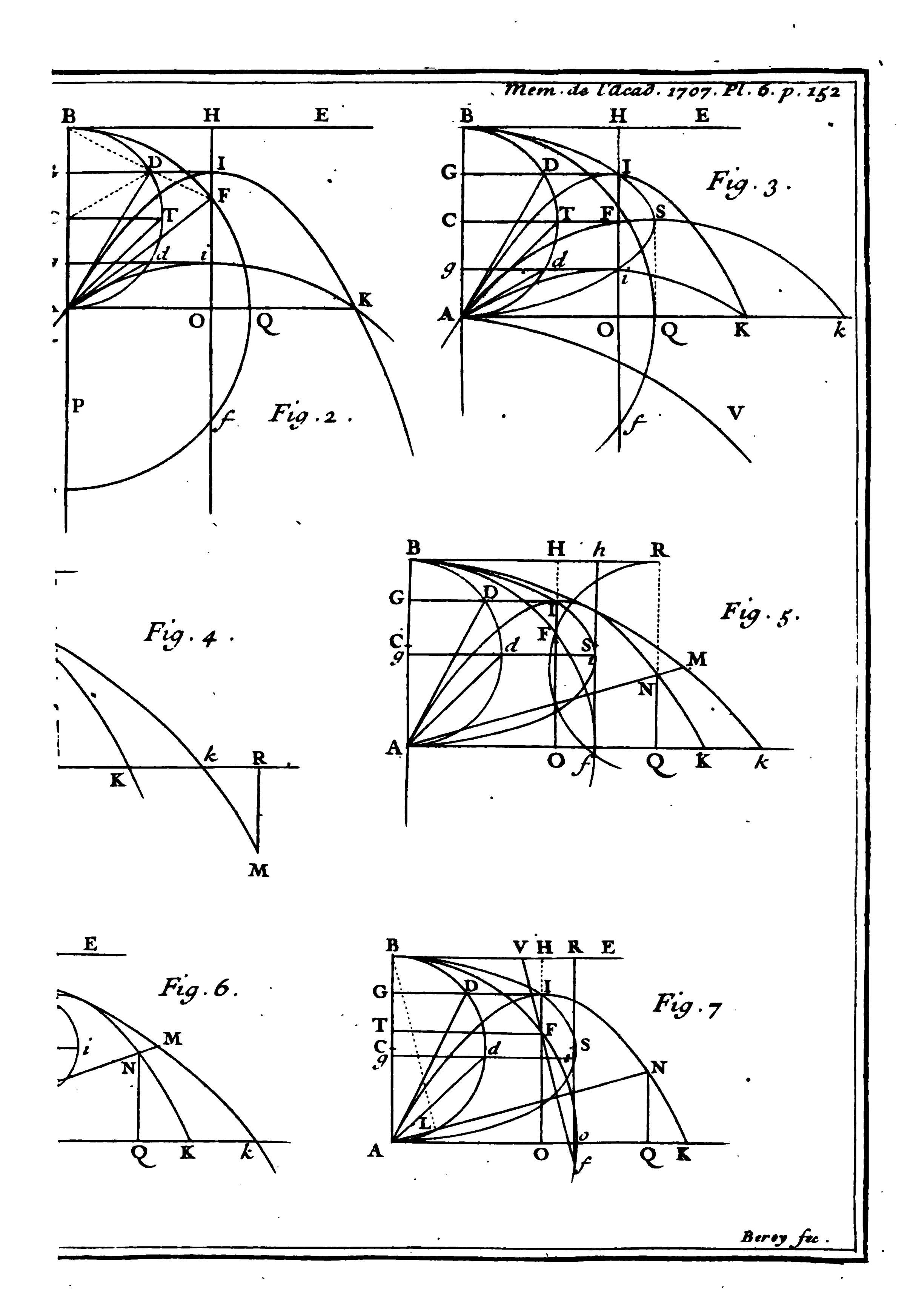
22. Les mêmes choses étant enfin supposées, & le Problême résolu, si l'on nomme comme auparavant *AB*, *a*; *AQ*, *b*; *QN*, *c*; & les inconnuës *AO*, *x*; *OF*, *u*; *HF* sera $a - u = \frac{1}{2}$ parametre de l'axe de la Parabole cherchée *AIN*, & *QN* sera $2x - b$. L'on aura par la proprieté de la Parabole $AQ \times QK = QN \times 2a - 2u$, ou en termes algebriques $2bx - bb = 2ac - 2cu$ qui donne cette construction.

FIG. VII.

Ayant mené *BL* du point *B* au point *L* où *AN* coupe le demi-cercle *ADB*, & fait $BV = \frac{1}{2} AQ$, l'on menera *VFf* parallele à *BL*, qui coupera le cercle *BFf* aux points *F*, *f* si le Problême a deux Solutions, qui le touchera en un seul point s'il n'en a qu'une, & qui ne le rencontrera point s'il est impossible. Le Problême ayant deux Solutions, les points *F* & *f* seront les foyers des deux Paraboles qui passeront par le point *N*; *OFH*, *Rof* paralleles à *AB*, leurs axes; les points *I* & *i* qui partagent par le milieu *HF* & *Rf* leurs sommets; & les droites *IDG*, *idg* paralleles à *BE* détermineront les angles d'inclinaison *BAD*, *BAd* par leurs intersections *D* & *d* avec le cercle *BDA*.



QUESTION


B
H
E
D
I
F
T
d
i
K
O
Q
P
f
Fig. 2.
G
C
g
A
S
k
V
Fig. 3.
Fig. 4.
k
R
K
M
h
R
M
N
Fig. 5.
Fig. 6.
N
Q
V
L
o
Fig. 7
Beroy fec.

QUESTION PHYSIQUE.

Sçavoir si de ce qu'on peut tirer de l'air de la sueur dans le vuide, il s'ensuit que l'air que nous respirons s'échappe avec elle par les pores de la peau.

PAR M. MERY.

DAns l'Assemblée publique de l'Academie Royale des Sciences du 13 Novembre 1700, je proposay cette autre question : S'il est vrai que l'air qui entre dans les vaisseaux sanguins par le moïen de la respiration, s'échappe avec les vapeurs & les sueurs par les conduits insensibles de la peau. 1707. 9. Avril.

Pour faire connoître qu'il ne peut pas sortir par ses pores, je rapportay d'abord deux experiences. Voici la premiere.

Si l'on remplit le cœur ou les troncs de ses vaisseaux, l'estomach, les intestins ou la vessie d'eau, elle s'écoule à travers les fibres de ces parties; mais si l'on y renferme de l'air, il ne peut point en sortir.

La seconde, c'est qu'aprés la mort les humeurs de l'œil se dissipent. Au contraire, si on vuide par le nerf optique le globe de l'œil des humeurs qui y sont contenuës, & qu'aprés cela on le remplisse d'air, le nerf optique étant lié, l'air ne peut point passer comme font les humeurs à travers ses membranes.

De ces deux experiences je tiray cette consequence, que puisque l'air soufflé dans toutes ces parties ne pouvoit point en sortir, il n'y avoit pas d'apparence que l'air que respirent les animaux pût s'échapper par les pores de la peau avec les vapeurs, ni avec les sueurs.

Pour confirmer cette hypothese, M. Homberg fit voir en même tems que le corps des animaux qu'on renferme

dans la machine pneumatique, s'y gonflent d'autant plus qu'on la vuide plus exactement de l'air grossier qu'elle renferme, aprés quoy le corps de ces animaux y reste tout gonflé; ce qui ne devroit point arriver, si l'air contenu dans ces parties pouvoit sortir par les petits conduits insensibles de la peau.

Car s'il pouvoit les pénetrer, il est certain que ces animaux devroient aprés la sortie de l'air se desenfler dans cette machine, puisqu'il est visible qu'ils s'y dégonflent quand leur peau vient à crever, & qu'alors leur corps y reprend même un volume plus petit qu'il n'avoit dans son état naturel.

Pour prouver ensuite que l'air que respirent les animaux ne doit pas sortir par les pores de la peau, je fis observer que si l'air qui commence dans les veines du poûmon à se mêler avec le sang pour le pousser dans le ventricule gauche du cœur, & delà par les arteres dans tout leur corps, abandonnoit le sang en passant avec lui dans toutes ses parties, & s'échappoit avec les vapeurs & les sueurs par les pores de la peau; il étoit impossible que le sang n'étant plus poussé par l'air au delà des parties, pût entrer dans les veines, ou que s'il y passoit, il resteroit en repos dans ces vaisseaux; parceque les veines sont incapables d'elles-mêmes d'une contraction assez forte pour le contraindre à retourner au cœur, & qu'elles ont une capacité assez grande pour contenir toute la masse du sang renfermée dans tous les vaisseaux sanguins.

Enfin je fis remarquer que puisque le sang répandu par les arteres dans toutes les parties s'écouloit par les veines dans le cœur, il falloit necessairement que l'air rentrât aussi avec le sang dans la veine cave pour le pousser dans le ventricule droit; d'où je tiray cette autre consequence, que les pores de la peau n'avoient été formez d'une maniere propre à retenir au dedans du corps l'air que les animaux respirent, qu'afin de le renfermer dans les vaisseaux, pour servir & par son impulsion & par son mélange au mouvement circulaire du sang, auquel l'air n'au-

roit pû contribuer, s'il s'étoit échappé par les pores insensibles de la peau avec les vapeurs & les sueurs.

Quelques évidentes que soient les experiences & les raisons qui servent de fondement à cette nouvelle hypothese; cependant un Physicien a jugé *qu'elles n'ont rien de convaincant, & qu'il est aisé de les refuter :* mais je vais lui faire connoître que ses reflexions qu'il m'a fait communiquer, l'établissent sans qu'il s'en soit apperçû, au lieu de la détruire. Voici la premiere de ses reflexions.

Tandis que l'air est en masse, dit ce Philosophe, *& dans une certaine quantité, il ne peut pas passer par les pores de la peau; mais qu'il le peut lorsqu'il est divisé en une infinité de parties d'un volume extrèmement petit, comme il l'est lorsqu'il est mèlé avec toutes les humeurs qui composent la masse du sang.*

Pour démontrer cette proposition, il se sert de cette seconde reflexion. *Si l'on ramassoit*, dit-il, *de la sueur dans un petit vase, & qu'on la mît dans la machine pneumatique, dés que l'on pomperoit, on verroit sortir l'air de cette liqueur, comme on voit qu'il en sort de l'eau, & qu'il arriveroit la mème chose, si l'on faisoit cette experience de toute autre purgation du sang; parceque l'air est confondu avec toutes les autres humeurs qui sont mèlées avec lui.*

Troisiéme reflexion. *Par-là*, dit-il, *il sera aisé d'expliquer comment il sort autant d'air du corps par les pores de la peau & par les autres conduits de toute autre purgation du sang, qu'il en entre dans les poûmons par la respiration. Je confirme*, dit-il, *cette division & cette facilité de l'air à sortir par les pores, & par les autres conduits par cette autre reflexion.*

Cet air ainsi mèlé dans le sang, doit passer dans la circulation par les arteres capillaires avec le sang arteriel pour entrer dans les veines capillaires, & revenir au cœur & au poûmon, & puis s'exhaler par l'âpre artere. Que s'il passe bien par ces arteres & par ces veines capillaires, & par des anastomoses, qui deviennent plus insensibles que ne sont les pores; pourquoy ne passera-t-il pas par les pores mèmes?

Donc si l'air que respirent les animaux doit aprés avoir

servi à la circulation du sang s'exhaler par l'âpre artere, il est visiblement impossible à ce Philosophe d'expliquer comment il peut sortir *autant d'air du corps par les pores de la peau, & par les autres conduits de toute autre purgation du sang, qu'il en entre dans les poûmons par la respiration*, comme il le prétend. Voilà un extrait fidele des plus fortes raisons qu'apporte ce Philosophe afin de détruire mon hypothese. Je vais examiner à present si, comme *il lui paroît, ces reflexions sappent les deux fondemens de mon systême.*

Pour répondre aux objections par lesquelles ce Physicien prétend prouver que l'air que respirent les animaux, étant mêlé dans les differentes humeurs, dont la masse du sang est composée, doit passer par tous les conduits excretoires que ces mêmes humeurs traversent en se séparant du sang pur, je vais examiner si les particules de l'air qui entrent dans les vaisseaux sanguins par le moïen de la respiration, sont de telle sorte envelopées de celles du sang & des autres humeurs dans ces vaisseaux, qu'elles ne fassent plus avec le sang & ces humeurs qu'une même masse ; ou si les atomes de l'air & les parties de toutes ces humeurs ne font que se mouvoir les unes entre les autres sans se confondre.

Pour découvrir l'un & l'autre, je me serviray seulement de cette experience. Que l'on fasse fondre dans une certaine quantité d'eau autant de sel qu'elle en peut porter, on verra qu'aprés cela elle n'en peut dissoudre davantage. Ce sel fondu passe à la verité par tous les conduits que l'eau peut traverser ; mais il ne peut y passer quand il n'est pas dissous, bien qu'il soit réduit en poussiere infiniment subtile.

Si l'on cherche les causes de ces deux effets si differens, je ne croy pas qu'on en puisse trouver d'autres que le rapport qui se rencontre entre la figure des particules de l'eau, & celle des conduits du corps qui donnent passage à l'eau qui tient le sel en dissolution, & la disproportion qui se trouve entre ces mêmes conduits & le sel réduit en poussiere.

Delà il eſt aiſé de juger, que ce qui fait que le ſel fondu dans l'eau peut paſſer par des conduits qu'il ne ſçauroit traverſer quand il eſt réduit en pouſſiere tres-ſubtile, ne peut être que parceque par la diſſolution les parties du ſel s'inſinuënt dans les parties de l'eau, & ſe revêtiſſent, pour ainſi dire, de leur figure; delà vient que le ſel fondu doit paſſer par tous les conduits que l'eau peut traverſer, ce qu'il ne peut faire quand il n'eſt réduit qu'en pouſſiere; parceque les parties du ſel conſervant en cet état leur propre figure, elles ne ſe trouvent pas alors, comme quand elles ſont revêtuës de celles de l'eau, avoir de rapport aux conduits que l'eau peut penetrer. J'applique maintenant cette experience & ce raiſonnement à mon ſujet.

Toutes les liqueurs que boivent les animaux ſont remplies, de même que tous les alimens ſolides qu'ils mangent, d'autant d'air qu'ils ſont capables d'en contenir dans les pores de leurs plus petites parties.

Cela étant, la maſſe du ſang qui eſt produite des unes & des autres, n'en peut porter davantage. Donc l'air pouſſé par le poûmon, comme par un ſoufflet dans les vaiſſeaux ſanguins, ne peut non-plus ſe revêtir de la figure du ſang, ou ſe confondre avec lui, qu'il peut faire avec l'eau quand il y eſt pouſſé par le canon d'une ſeringue.

Or comme l'air qui eſt ſeringué dans l'eau reſte en maſſe entre les parties de l'eau, je veux dire ſans ſe confondre, ou ſe revêtir de la figure des parties de l'eau, parceque celles-cy ſont remplies d'autant d'air qu'elles en peuvent porter; par la même raiſon l'air que les animaux reſpirent, & qui ſe mêle en entrant dans les vaiſſeaux avec le ſang, ne peut auſſi ſe confondre avec lui; parceque les parties du ſang ſont raſſaſiées de l'air des liqueurs qui le compoſent. Donc l'air que ſoufflent les poûmons dans les vaiſſeaux, doit reſter en maſſe entre les molecules du ſang, & ne peut ſe revêtir de leur figure.

Or comme en cet état les atomes de cet air conſervent leur figure propre, qui n'a pas de rapport à celle des po-

res de la peau ; delà vient qu'il ne peut pas ſortir par ces petits conduits avec la ſueur, ni paſſer par ceux des autres parties qui donnent iſſuë aux autres excremens de la maſſe du ſang, parcequ'il n'eſt pas auſſi confondu avec eux. Nous voilà donc d'accord, puiſque ce Philoſophe convient avec moy que l'air en maſſe ne peut les pénetrer.

Il eſt donc évident que l'air qui pourroit ſortir de la ſueur comme de l'eau, étant expoſée dans un vaſe dans la machine pneumatique, ne ſeroit certainement point l'air que les animaux reſpirent, comme le prétend ce Phyſicien ; mais celui qui eſt confondu avec les liqueurs qu'ils boivent & les alimens qu'ils mangent, & auquel ce Philoſophe n'a fait nulle attention. De cette inadvertence viennent toutes ſes erreurs.

Je puis donc des experiences & des raiſons que je viens de rapporter tirer cette conſequence generale, que l'air confondu avec toutes les humeurs renfermées, ſoit dans les vaiſſeaux, ſoit répanduës dans toutes les parties du corps des animaux, ne paſſe par les conduits qui ſervent à leur filtration, que parcequ'il eſt revêtu en cet état de la figure ces mêmes humeurs ; & qu'au contraire l'air que reſpirent les animaux ne peut point y paſſer, que parcequ'il n'eſt pas de même confondu avec elles, & que ſes parties conſervent leur propre figure en circulant avec le ſang dans les vaiſſeaux.

Ce Philoſophe n'a donc pas raiſon, de ce qu'on peut tirer de la ſueur, comme on fait de l'eau étant expoſée dans un vaſe dans la machine du vuide, de conclure que l'air que reſpirent les animaux s'exhale avec les vapeurs & les ſueurs par les pores inſenſibles de la peau ; d'autant moins que lui-même tombe d'accord avec moy, qu'il eſt vrai que l'air réduit en maſſe dans le corps des animaux gonflez dans la machine pneumatique, ne peut ſortir par ces petits conduits : mais les deux raiſons qu'il en donne ſont fauſſes. Je vais les rapporter pour en faire connoître la fauſſeté.

La premiere, *c'est que*, dit-il, *dans la dilatation subite qui arrive au corps des animaux dans la machine pneumatique, les humeurs bouchent elles-mêmes la plûpart des pores de la peau, & empêchent l'air d'en sortir.*

La seconde raison, *c'est que cet air qui n'est plus comprimé comme auparavant, prend alors un plus grand volume, & il ne peut plus sortir, & il faut alors le considerer comme de l'air en masse qui ne peut pas se faire de passage par des issuës si étroites.*

Pour appercevoir la fausseté de ces deux raisons, il n'y a qu'à faire reflexion que plus le corps des animaux se gonfle dans la machine du vuide, plus les pores de la peau doivent s'élargir, & que plus on pompe l'air grossier contenu dans cette machine, plus les humeurs & le sang renfermés dans les parties s'y rarefient, & deviennent par consequent plus subtiles.

Les humeurs peuvent donc beaucoup moins boucher les pores des parties propres à leur évasion, quand ces parties sont tenduës, que lorsqu'elles sont relâchées, & l'air devroit sortir d'autant plus aisément par leurs petits conduits excretoires, qu'ils sont plus ouverts & l'air plus rarefié.

Cependant l'air que respirent les animaux, ni même celui qui est confondu avec les humeurs; mais qui s'en débarrasse & se dépoüille, pour ainsi dire, de leur figure dans le vuide, ne peuvent quoique extrêmement rarefiez, ni sortir par les pores de la peau, ni par tous les petits conduits excretoires des autres parties, puisque les animaux ne se dégonflent pas dans le vuide. Les deux raisons que rend ce Physicien de ce que l'air en masse ne peut sortir du corps des animaux enflez dans la machine pneumatique, sont donc évidemment fausses.

Neanmoins persuadé qu'il est qu'elles sont vraies, il se flatte en ces termes: *Que ce qu'il avance icy est manifestement prouvé par l'experience de l'eau mise dans la machine pneumatique. Cette eau contient*, dit-il, *beaucoup d'air divisé en une infinité de parties, qui passent avec elle où l'air en*

masse ne sçauroit passer. Aprés quelques coups de pompes, on voit cet air se dilater & sortir en grosses bubes, qui ne pouvoient avec ce volume passer où passe l'eau. Il en est de même de l'air mêlé daus les humeurs de l'animal qui s'enfle dans le récipient; c'est-pourquoy il ne s'exhale point alors par les pores de l'animal, & le tient toûjours enflé. Il me paroît que ces reflexions sappent les deux fondemens du systême de M. Mery.

Si ce Philosophe vouloit bien faire une serieuse attention sur la maniere dont se forment les petites bouteilles de l'air confondu avec l'eau, & sur ce qui arrive à ces petites bouteilles immediatement aprés leur formation, je m'assure qu'il jugeroit autrement qu'il n'a fait de mon systême.

En attendant qu'il y pense, je lui diray que trois choses concourent à la formation des petites bouteilles qui paroissent dans l'eau exposée dans la machine du vuide.

La premiere, est la diminution du poids de l'air grossier qui presse l'eau renfermée dans cette machine.

La seconde, la dilatation de l'air confondu avec l'eau qui suit de cette diminution de poids.

La troisiéme, les particules de l'eau qui environnent les parties de cet air qui se rarefie.

Tandis qu'on ne met point la pompe en mouvement, l'air grossier renfermé dans cette machine presse l'eau, & empêche ainsi l'air de se dilater. En pompant l'air grossier presse moins l'eau, & donne occasion à l'air confondu avec l'eau de se dilater, & alors ces petites bouteilles qui se forment de l'eau & de l'air commencent à paroître; mais elles se crevent sitôt qu'elles sont formées, parcequ'elles n'ont pas assez de force pour retenir l'air qu'elles renferment, & s'opposer à sa plus grande dilatation.

Quand ces petites bouteilles se crevent, l'air qu'elles renfermoient s'échappe par le conduit de la machine, par lequel elles ne pourroient peut-être passer elles-mêmes, si elles subsistoient en forme de bouteille.

Comme il y a bien de l'apparence que ce qui se fait dans l'eau arrive à toutes les humeurs qui arrosent le corps

corps des animaux exposez dans la machine du vuide; je tombe d'accord avec ce Physicien que tandis que l'air restera enfermé dans les petites bouteilles que formeront ces liqueurs, il ne pourra plus passer par les pores des parties qu'il traversoit aisément avant sa dilatation: mais comme ces petites bouteilles ne sont pas plutôt formées qu'elles se crevent, il doit aussi convenir avec moy qu'aprés leur ruïne, l'air devenu plus subtil par sa rarefaction dans le vuide, doit non-seulement passer par les pores qu'il penetroit auparavant; mais qu'il peut alors en traverser de beaucoup plus petits que ceux qui lui donnent ordinairement passage, puisque ce Philosophe pour prouver la sortie de l'air par les pores de la peau, apporte pour raison qu'il passe bien par des conduits plus étroits.

Donc si l'air condensé que respirent les animaux pouvoit hors du vuide s'exhaler par les pores de la peau avec les vapeurs & les sueurs, comme le prétend ce Physicien, à plus forte raison pourroit-il, rarefié qu'il est dans cette machine, sortir par ces petits conduits, si ces atomes avoient quelque rapport à leur ouverture, & ce avec d'autant plus de facilité que ses parties sont plus divisées alors, & les pores de la peau plus ouverts par sa tension.

Or comme les animaux restent toûjours enflez dans la machine pneumatique aprés en avoir pompé l'air grossier, il est donc visible que l'air qui entre dans les vaisseaux sanguins par le moïen de la respiration, & qui se répand par les arteres dans toutes les parties, ne peut point, à quelque degré de subtilité qu'il puisse parvenir, sortir par les pores de la peau avec la sueur, ni par les conduits qui servent à la décharge des autres excremens de la masse du sang, qu'il traverseroit sans difficulté, si la figure de ses atomes avoit quelque rapport avec celle des vaisseaux excretoires des parties qui separent ces excremens.

Je ne sçay si aprés cet éclaircissement ce Philosophe trouvera encore que mes raisons n'ont rien de convain-

cant, & si les siennes sappent, comme il se l'imagine, les fondemens du systême que j'ay proposé.

Pour finir la critique qu'il en a faite, il dit *qu'on pourroit me demander par quels principes bien établis je pourrois prouver que l'air ainsi divisé & mêlé avec le sang, étant retourné au cœur & au poûmon, se réüniroit pour s'exhaler par l'âpre artere, & seroit déterminé à se séparer du sang : n'y avoit-il pas même quelques difficultez à expliquer cette sortie de l'air prise de la construction des rameaux de l'âpre artere qui répondent aux vaisseaux pulmonaires ? C'est ce que je n'ay pas*, ajoûte-t-il, *le loisir d'examiner.*

S'il ne le sçait pas, d'où-vient donc que pour confirmer la facilité de l'air à sortir par les pores de la peau, il se sert de cette reflexion pour la prouver ?

Cet air ainsi mêlé dans le sang doit passer, dit ce Physicien, *dans la circulation par les arteres capillaires pour entrer dans les veines capillaires, & revenir au cœur & au poûmon, & puis s'exhaler par l'âpre artere. Que s'il passe bien par ces arteres & par ces veines capillaires, & par des anastomoses qui deviennent plus insensibles que ne sont les pores*, il faut sous-entendre ceux de la peau; *pourquoy ne passera-t-il pas par ses pores mêmes?*

Je pourrois demander à mon tour à ce Philosophe, s'il n'y a point entre ces deux passages quelque contradiction dont il ne se soit pas apperçû. En attendant qu'il y pense plus serieusement qu'il n'a fait, je vais satisfaire sa curiosité sur ce qu'il n'a pas le loisir d'examiner lui-même.

Pour répondre à sa demande, & le tirer du doute où il paroît être sur la sortie de l'air par la trachée artere, quand une fois il est passé des vesicules du poûmon par ses veines dans le cœur; je lui diray que l'air qui est soufflé par le poûmon dans les vaisseaux sanguins, ne pouvant se confondre avec le sang, ni faire une même masse avec lui, parcequ'il ne peut penetrer ses parties, il faut necessairement, ne pouvant point sortir par les pores de la peau, ni par aucun des conduits qui donnent passage aux excremens de la masse du sang, il faut, dis-je, qu'il s'é-

chappe necessairement par la trachée artere.

Car si l'air que respirent les animaux, & qui est une des principales causes du mouvement circulaire du sang, par l'impulsion qu'il lui donne en passant des vesicules du poûmon dans les veines pulmonaires, abandonnoit le sang à la sortie des branches de l'aorte, & qu'il s'échapât autant d'air par les pores de la peau, & par les autres conduits qui donnent passage aux excremens de la masse du sang, qu'il en entre dans les vaisseaux sanguins par la trachée artere, comme le prétend ce Physicien, il est certain que le sang resteroit sans mouvement dans les veines.

Le sang circule dans ces vaisseaux, & ils déchargent dans le cœur à peu prés la même quantité de sang que le cœur verse dans les arteres. Il faut donc que l'air rentre dans les veines pour pousser le sang dans le cœur, & qu'il abandonne le sang dans les arteres pulmonaires & rentre dans les vesicules du poûmon, afin de sortir hors du corps par la trachée artere, puisqu'enfin il ne peut passer par les pores de la peau, ni par tous les autres conduits qui servent à la separation des excremens de la masse du sang. Je vais maintenant expliquer à ce Philosophe de quelle maniere l'air abandonne le sang dans les arteres pulmonaires.

L'air que soufflent les poûmons par les veines pulmonaires dans le cœur, ne pouvant se confondre avec le sang, fait de continuels efforts par la vertu élastique qui est propre, pour se débarrasser d'avec lui, & sortir des vaisseaux dans lesquels ils circulent ensemble. Mais parce qu'en passant des extrêmités des branches de l'aorte dans les parties, il ne trouve pas les pores de la peau qui donnent issuë aux vapeurs & à la sueur, ni les conduits des parties qui servent à la sortie des autres excremens de la masse du sang propres à lui donner passage, il est forcé de rentrer avec le sang par les racines de la veine cave dans ses deux troncs, par lesquels ils s'écoulent ensemble dans le ventricule droit du cœur, qui les chassent dans l'artere

pulmonaire, où l'air trouvant des pores propres à le recevoir, il lui est aussi aisé d'abandonner le sang en sortant par ces pores, qu'il lui est facile de sortir de l'eau quand il y a été poussé par le canon d'une seringue.

L'air sortant des branches de l'artere pulmonaire, rentre dans les vesicules du poûmon, d'où il passe ensuite dans les rameaux de la trachée artere, & s'échappe enfin au dehors par ce canal.

Que l'air que respirent les animaux prene le chemin des veines pulmonaires pour s'insinuer dans les vaisseaux sanguins, qu'il en sorte par les branches de l'artere du poûmon pendant que l'air confondu avec la masse du sang rentre des extrêmités des branches de cette artere dans celles des veines pulmonaires, les experiences que je vais rapporter en font des preuves évidentes.

Que l'on souffle de l'air en masse, je veux dire tel que le respirent les animaux, par la trachée artere dans le poûmon, il passe de ses cellules par ses veines dans le cœur, & n'y peut entrer par ses arteres. Or comme il sort autant d'air de la poitrine pendant l'expiration qu'il y en entre pendant l'inspiration, il est donc visible que l'air qui entre dans les vaisseaux sanguins par les racines des veines du poûmon, en sort par les branches de l'artere pulmonaire en finissant sa circulation. Il ne peut donc pas s'échapper par aucun des conduits qui donnent passage aux excremens de la masse du sang.

Il n'en est pas de même de l'air confondu avec les liqueurs; car si l'on seringue de l'eau & du lait mêlez ensemble par le tronc de la veine cave dans le ventricule droit du cœur, cet air revêtu de la figure de ces deux liqueurs passe avec elles des extrêmités des branches de l'artere pulmonaire dans les racines des veines du poûmon, sans entrer dans ses cellules. Donc l'air confondu avec le sang doit tenir le même chemin, pendant que l'air en masse se débarrassant d'avec lui, rentre par les branches de l'artere pulmonaire dans les cellules du poûmon. L'air confondu avec le sang ne peut donc sortir

du corps qu'en passant, revêtu de la figure des humeurs, par les parties qui donnent issuë aux excremens de la masse du sang.

Ces experiences font bien voir, autant que j'en puis juger, que l'air confondu avec les differentes humeurs qui composent la masse du sang, ne passe avec elles par tous les conduits des parties qui servent à leur séparation, que parceque cet air est revêtu, comme j'ay dit, de la figure de ces humeurs, & qu'au contraire l'air qui est en masse ne peut y passer, que parceque la figure de ses petits atomes n'a pas de rapport à celle de ces conduits ; ce qui paroît d'autant plus vrai-semblable, que rien n'empêche de concevoir les atomes de l'air en masse de même grosseur & de même figure que ceux de l'air confondu dans toutes les liqueurs. Donc puisque l'un passe par où l'autre ne peut passer, il faut necessairement que l'air confondu avec les humeurs qui entrent en la composition du sang soit revêtu de leur figure ; car sans cela il est visible que l'air en masse pourroit passer par tous les conduits que l'air confondu dans ces differentes humeurs peut traverser.

Si ce Philosophe avoit bien pris garde à cette difference, sans doute il ne m'auroit pas objecté, *que si l'air que nous respirons, étant mêlé avec le sang, passe bien par des arteres & par des veines capillaires, & par des anastomoses qui deviennent plus insensibles que ne sont les pores*, il faut sous-entendre ceux-là de la peau qu'il ne specifie pas ; *pourquoy*, dit il, *ne passera-t-il pas par les pores mêmes?*

Par les objections de ce Physicien & les solutions que j'y ay données, il est, ce me semble, aisé de voir qu'il ne s'est mépris que parcequ'il n'a pas crû qu'il y eût d'autre air dans le sang & dans les autres humeurs, que celui qui entre dans les vaisseaux sanguins par le moïen de la respiration, & pour n'avoir fait d'attention qu'à la differente grandeur des pores des parties de l'animal, & à la differente grosseur des molecules des liquides qui passent à travers, sans avoir aucun égard à la figure des uns & des

autres, ſans laquelle il me paroît cependant qu'il eſt impoſſible de rendre raiſon des differens phenomenes que je viens d'expliquer.

Après avoir lû ce Memoire à l'Academie, M. Homberg rapporta deux faits qui confirment que l'air de la reſpiration paſſe des cellules des poûmons dans ſes vaiſſeaux, & ſe mêle immediatement avec la maſſe du ſang.
» Le premier, *dit-il*, eſt que dans les lethargies le batte-
» ment lent du pouls eſt conſiderablement augmenté lorſ-
» qu'on expoſe de l'eſprit de ſel armoniac ou une autre li-
» queur fort ſpiritueuſe au nez du malade, ce qui n'arrive
» que parceque des parcelles de ces liqueurs ſont portées par
» le moyen de la reſpiration dans les poûmons, où elles ſe
» mêlent avec la maſſe du ſang, & y augmentent la quanti-
» té des eſprits animaux, qui ne ſont autre choſe que la
» partie la plus volatile & la plus ſpiritueuſe de la maſſe du
» ſang. Or ces matieres ſpiritueuſes n'auroient pas pû at-
» teindre la maſſe du ſang dans les poûmons, ſi l'air de la
» reſpiration qui en eſt le vehicule ne les y avoit porté;
» donc l'air de la reſpiration touche immediatement la
» maſſe du ſang dans les poûmons & s'y mêle. L'on pour-
» roit objecter icy qu'il n'eſt pas neceſſaire que ces parcelles
» ſpiritueuſes ſe mêlent avec la maſſe du ſang pour produi-
» re des pulſations plus frequentes des arteres; qu'il ſuffit
» pour cela que ces parcelles ſpiritueuſes, en paſſant par le
» nez dans la reſpiration, picottent les membranes nerveu-
» ſes qui revêtiſſent les oſſelets du nez, pour réveiller toute
» la maſſe des eſprits animaux, & pour la mettre en un mou-
» vement plus vif; ce qui peut augmenter tout ſeul les pul-
» ſations du cœur & des arteres, & que par conſequent l'air
» de la reſpiration ne les ayant pas porté dans la maſſe du
» ſang, l'on ne peut pas tirer de ce fait la preuve de ſon mê-
» lange avec la maſſe du ſang dans les poûmons.
» Le fait ſuivant ſervira de réponſe à cette objection.
» Lorſqu'on ſe trouve dans un endroit où l'on a répandu
» de l'huile de therebentine, & qu'on l'a ſentie pendant un
» peu de temps, on obſerve que l'urine de ces perſonnes a

une odeur de violette, tout de même que si elles avoient «
avallé de la therebentine. Cette odeur de violette ne «
provient que des parcelles spiritueuses de la therebentine «
qui sortent de leur corps avec l'urine : l'urine, comme «
tout le monde sçait, est une partie de la serosité du sang. «
Ces parcelles spiritueuses nageoient donc avec le sang «
dans sa serosité; elles n'ont pas pû s'y mêler que dans la «
respiration par le moyen de l'air qui leur a servi de vehi- «
cule. Il est donc incontestablement vrai que l'air de la «
respiration s'est aussi-bien mêlé avec la masse du sang que «
les parcelles spiritueuses de la therebentine, & qu'ils ont «
suivi ensemble le cours de sa circulation. «

L'experience que je vais rapporter rend cette verité sensible. Le ventre d'un chien étant ouvert, si on pique la veine cave au-dessus des arteres émulgentes avec la pointe d'une lancette, on voit qu'à mesure qu'elle se vuide de sang, elle se remplit d'air, qui s'écoulant de ses racines dans son tronc, va se rendre dans le ventricule droit du cœur. Cet air forme dans son passage entre les goutes du sang qui y entrent avec lui, des bulles d'autant plus grosses qu'il reste moins de sang dans le canal de la veine cave; ce qui continuë pendant tout le tems que le chien respire, & cesse si-tôt que la respiration vient à lui manquer.

Or la veine cave ne pouvant recevoir d'air que par les vaisseaux mêmes qui lui fournissent le sang, il est donc évident que l'air que respirent les animaux passe des vesicules du poûmon par ses veines dans le ventricule gauche du cœur, & qu'il s'écoule avec le sang par l'aorte dans la veine cave, qui le reporte dans le ventricule droit.



OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune faite à l'Observatoire Royal le 17 Avril au matin de l'année 1707.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

1707. 14. May.

LE temps n'a pas été bien favorable à Paris, non-plus qu'en plusieurs autres Villes de France & de l'Italie pour l'observation des phases principales de l'Eclipse de Lune qui est arrivée le matin du 17 Avril de cette année 1707.

A l'Observatoire nous n'avons pû observer exactement que le commencement de l'Emersion de la Lune & de plusieurs taches de l'ombre. Aux autres phases la Lune étoit quelquefois couverte entierement des nuages, & quelquefois couverte seulement en partie, ce qui rendoit douteuse la détermination des phases.

A Gennes M. le Marquis Salvago & Mrs les Abbés Rava & Barabini eurent le temps favorable pour observer la sortie de plusieurs taches dans l'ombre, parmi lesquelles il y en a trois que nous avons aussi observées à Paris, qui étant comparées ensemble s'accordent à donner la difference des meridiens entre Paris & Gennes à quelques secondes prés; de sorte que par l'observation qu'on en a fait à Gennes de l'Immersion totale, & par cette difference des meridiens, nous avons l'heure de l'Immersion totale dans l'ombre à Paris: mais nous avons observé immediatement à Paris le commencement de l'Emersion; donc nous aurons l'intervalle veritable entre ces deux phases, qui est la demeure entiere de la Lune dans l'ombre, & par consequent on aura aussi l'heure du milieu de l'Eclipse, qui est la phase principale qui donne la vraie opposition de la Lune avec le Soleil.

Voici le détail des observations que nous avons faites à l'Observatoire.

à 11h

à 11^h 57′ 54″ environ, le bord oriental de la Lune étant au meridien, paroiſſoit déja un peu éclipſé au travers des nuages.

0 9 La Lune étoit éclipſée de 3 doits 11.
10 30 L'ombre à Helicon.
11 0 La Lune eſt éclipſée de 4 doits 10.
16 30 La Lune éclipſée de 4 doits 40.

Enſuite la Lune ſe couvre, & reſte couverte juſqu'à 52′ aprés minuit.

0 52 La Lune ayant paru de nouveau, nous jugeâmes qu'elle étoit éclipſée de 10 doits & demi environ. Les nuages ne nous permirent pas de meſurer la phaſe avec le Micrometre.
1 37 Le Ciel s'étant découvert, on voïoit la Lune entierement éclipſée d'une couleur rougeâtre.
2 33 La partie Orientale de la Lune étoit plus claire que l'Occidentale.
2 41 50 La Lune commence à ſortir de l'ombre.
2 43 50 Grimaldi à moitié ſorti.
44 20 Grimaldi tout ſorti.
47 Galilée approche du bord de l'ombre. La Lune ſe couvre enſuite.
3 0 0 La Lune éclipſée de 8 doits 30′.
3 0 25 Heraclides ſort de l'ombre.
2 26 Helicon ſort de l'ombre.
3 4 30 Tycho & Copernic ſont ſortis de l'ombre.
5 30 La Lune éclipſée de 7 30.
9 30 Plato commence à ſortir.
9 40 Eratoſtenes ſort.
10 25 Tout Plato ſort.
12 La Lune éclipſée de 6 15.
15 La Lune éclipſée de 5 50.
19 Manilius eſt ſorti.
23 45 Menelaus eſt ſorti. La Lune ſe couvre.
3 36 La Lune éclipſée de 1 50.
3 39 La Lune éclipſée de 0 50.

à 3ʰ	39′	10″	Proclus eſt ſorti.
3	43		La Lune paroît encore éclipſée.
3	46-45		La Lune ne paroît plus éclipſée en ſortant des nuages.

Obſervation de la même Eclipſe faite à Gennes dans l'Obſervatoire de M. le Marquis Salvago.

à 12ʰ	56′	31″	L'ombre à Menelaus.
13	5	10	L'ombre à Promontorium acutum.
13	11	4	à Meſſala.
13	12	14	A Proclus.
	13	54	au commencement de mare criſium.
	15	20	à Cleomede.
	21	54	Immerſion totale de la Lune dans l'ombre.

Aprés l'Immerſion totale, le Ciel s'étant entierement découvert, la Lune paroiſſoit rougeâtre du côté du Sud-Eſt, & d'une couleur plus claire du côté du Sud-Oüeſt. A 3 heures du matin la Lune étoit également rougeâtre.

15	10	37	La Lune avoit commencé de ſortir de l'ombre ayant paru au travers des nuages.
15	12	36	Grimaldi étoit tout ſorti de l'ombre.
	18	36	Ariſtarchus ſort de l'ombre. La Lune ſe couvre enſuite.
15	32	21	Tycho ſort de l'ombre.
	37	58	Tout Plato ſort de l'ombre. Le Ciel ſe couvre entierement, & ne permet plus de faire aucune obſervation.

Comparaiſon des obſervations faites à Paris & à Gennes.

Par la ſortie de la tache Grimaldi obſervée à Paris

à	2ʰ	44′	20″
& à Gennes à	3	12	36
On a la difference des meridiens	0	28	16

Par la tache de Tycho obſervée à Paris à	3^h	4′	30″
& à Gennes à	3	32	21
La difference eſt		27	51
Par la tache de Plato obſervée à Paris à	3	10	25
& à Gennes à	3	37	58
La difference eſt		27	33

La moyenne de ces differences, qui eſt 27′ 51″, étant ôtée de l'Immerſion totale de la Lune dans l'ombre obſervée à Gennes à 1^h 21′ 54″, donne la même Immerſion à Paris à 0^h 54′ 0″: ce temps étant ôté du commencement de l'Emerſion obſervé à Paris à 2^h 41′ 50″, la difference eſt la demeure de la Lune dans l'ombre totale de 1^h 47′ 50″, égale à quelques ſecondes prés à celle qui eſt calculée dans la Connoiſſance des Temps. La moitié de cette difference étant ôtée de l'heure de l'Emerſion, donne l'heure de l'oppoſition à 1^h 47′ 55″, qui n'eſt pas ſenſiblement differente dans cette oppoſition du milieu de l'Eclipſe.

Obſervation de la même Eclipſe obſervée à Leipſik.

Aprés avoir fait les reflexions précedentes, M. Junius nous a communiqué les obſervations de cette Eclipſe, qui ont été faites à Leipſik par M. Rivinus, qui ſont les ſuivantes.

Commencement de l'Eclipſe à Leipſik à	0^h	30′ du mat.
Commencement de l'obſcurité totale	1	37
La fin de l'obſcurité totale	3	24
Fin de l'Eclipſe.	4	30
La durée totale eſt de	4	0
La durée de l'obſcurité totale	1	47
Le milieu de l'Eclipſe	2	30

OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune du 17 Avril 1707 au matin à l'Observatoire.

PAR M^{rs}. DE LA HIRE.

1707. 14 May. NOus ne pûmes rien observer du commencement de cette Eclipse, à cause de la grande quantité de nuages dont le Ciel étoit couvert, quoiqu'on ne laissa pas de voir la Lune assez distinctement. Mais le Ciel se découvrant un peu, nous fîmes les observations suivantes le moins imparfaitement qu'il nous fût possible avec deux Lunetes de 7 piés de foyer, à l'une desquelles le Micrometre étoit appliqué, avec lequel on mesuroit le diametre de la partie de la Lune qui restoit éclairée, d'où on a conclu les doits éclipsés, & avec l'autre on observoit le passage de l'ombre par les Taches.

H.	'	"	*Diametre de la partie éclairée.* '	"	*Diametre de la partie obscure.* '	"	*Doits.*	*Min.*
0	10	50	20'	42"	8'	48"	3	36
	17	0	17	50	11	40	7	46
	55	30	Immersion totale de la Lune dans l'ombre.					
2	43	0	Emersion rectifiée par les observations suivantes.					
	59	30	6	1	23	29	9	35
3	2	30	8	33	20	57	8	32
	5	0	9	49	19	41	8	1
	7	15	11	5	18	25	7	30
	9	30	12	21	17	9	6	59
	10	40	12	45	16	45	6	49
	14	30	14	21	15	9	6	10
	16	50	15	36	13	54	5	40
	19	50	16	52	12	38	5	9
	23	15	18	8	11	22	4	39
	25	0	20	24	9	6	3	43

H.	′	″	Diametre de la partie éclairée.		Diametre de la partie obscure.		Doits.	Min.
3	35	5	22′	50″	6′	40″	2	42
	38	0	24	9	5	21	2	11
	39	45	25	5	4	5	1	40

On n'a pas pû observer la fin à cause du mauvais tems. Mais comme dans la difficulté qu'il y avoit à faire ces observations, il s'est pû échaper quelque erreur tant dans les nombres des minutes & secondes que dans la mesure, nous avons divisé le tems & la grandeur de l'Eclipse qui lui répond, entre les observations faites à $3^h 2' 30''$ & à $3^h 25' 0''$ où la Lune paroissoit plus clairement, en autant de parties égales entr'elles qu'il y a d'observations, comme on le voit dans la Table suivante, pour pouvoir découvrir plus facilement & de plus prés ce qui y manque; car on le peut faire dans cette Eclipse qui étoit presque centrale, & dont les phases égales devoient répondre à tres-peu prés à des tems égaux.

H.	′	″	Diametre de la partie éclairée.		Diametre de la partie obscure.		Doits.	Min.
3	2	30	8′	33″	20′	57″	8	32
	5	0	9	52	19	38	8	0
	7	30	11	11	18	19	7	28
	10	0	12	30	17	0	6	56
	12	30	13	49	15	41	6	24
	15	0	15	8	14	22	5	52
	17	30	16	27	13	3	5	20
	20	0	17	46	11	44	4	48
	22	30	19	5	10	25	4	16
	25	0	20	24	9	6	3	44

Nous observâmes vers la fin de l'Eclipse le diametre de la Lune avec le Micrometre de $29' 32''$, d'où nous le posons de $29' 30''$ vers le milieu de l'Eclipse.

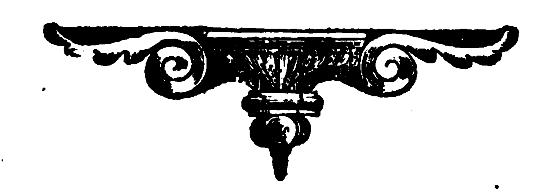
Nous observâmes aussi vers le commencement de l'Eclipse le passage du second bord du disque de la Lune par le meridien à $11^h 58' 1''$ du soir précedent le 17, & par con-

ſequent celui du centre a dû être à 11ʰ 57′ 0″, & la hauteur meridienne apparente du bord ſuperieur étoit de 30° 53′ 30″, & celle du centre de 30° 38′ 46″, laquelle étant corrigée par la refraction donnera la vraie de 30° 36′ 53″.

Emerſion de quelques Taches du corps de la Lune dans le recouvrement de la lumiere.

Grimaldus à	2ʰ	46′	0″
Tycho & Copernic à	3	19	42
Menelaus à		24	4
Dionyſius à		25	12
Promontorium acutum à		34	34
Commencement de la Mer des Criſes à		40	10
Le milieu de Cleomede à		41	23
La fin de la Mer des Criſes à		43	50

Il faut remarquer que dans le tems de la totale obſcurité on voïoit la Lune fort rouge, & vers l'endroit du centre de l'ombre il y avoit une obſcurité plus grande que partout ailleurs : mais ce qu'il y avoit de particulier, c'eſt que cette Tache obſcure qu'on voïoit au milieu, changeoit de figure à chaque moment, & même ſe ſéparoit en s'avançant tantôt d'un côté & tantôt d'un autre, & paroiſſoit comme flottante & inconſtante ; ce qu'on ne peut attribuer qu'aux differentes refractions de la lumiere, leſquelles étoient cauſées par les inégalités du corps de l'atmoſphere.



DE LA DERNIERE CONJONCTION ECLIPTIQUE DE MERCURE AVEC LE SOLEIL.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

SUivant la plûpart des Tables Astronomiques, la derniere conjonction écliptique de Mercure avec le Soleil qui est arrivée le 5 de May, devoit être visible à Paris. 1707. 14. May.

Parmi ces Tables les Rudolphines sont celles qui marquent cette conjonction plutôt, & donnent l'entrée de de Mercure dans le Soleil le 5 May à cinq heures & un quart du matin pour Paris, & la sortie à midy & demi du même jour.

Par le calcul de M. Halley, qui est celui qui donne l'Eclipse plus tard, l'entrée de Mercure dans le Soleil devoit arriver à Paris le 5 à 8 heures & un quart du soir aprés le coucher du Soleil, & la sortie à 4 heures & un quart du matin avant le lever du Soleil du 6 May; de sorte que suivant ce calcul cette conjonction devoit arriver de nuit, & n'être pas visible à Paris.

Par la conformité du calcul de M. Halley avec les observations des conjonctions de Mercure avec le Soleil qui sont arrivées le siécle passé, on avoit lieu de croire ce calcul juste. Cependant nous n'avons pas laissé d'observer avec des Lunetes de 12 & de 18 pieds durant presque toute la journée du 5 le Soleil, qui n'a été couvert ce jour-là que par de petits intervalles, & qui ne se cacha entierement qu'un peu avant son coucher dans les nuages qui étoient à l'horizon. Nous l'avons aussi observé le matin du 6 à son lever, sans y avoir pû voir Mercure. Nous avons reçû depuis des Lettres de Rome, de Bologne, de Marseille &

de Montpellier, où l'on a obſervé le Soleil toute la journée du 5 & le matin du 6 ſans y avoir vû Mercure.

ECLAIRCISSEMENS

Sur la production artificielle du Fer, & ſur la compoſition des autres Métaux.

PAR M. GEOFFROY.

1707. 21. May. LE mélange de l'huile de lin avec les terres argilleuſes, celui de l'huile de vitriol avec les huiles étherées fourniſſent du fer : on trouve des parcelles de ce métal dans les cendres de la plûpart des ſubſtances inflammables ; mais on n'eſt pas d'accord ſur ſon origine.

J'ay avancé avec quelques Chimiſtes que ce fer étoit une production nouvelle, ou un compoſé qui réſultoit de l'aſſemblage de quelques principes qui ſe rencontroient ſéparés dans les matieres qui fourniſſoient ce métal.

D'autres prétendent au contraire que ce fer eſt déja tout formé dans ces ſubſtances. Ils fondent cette opinion ſur la difficulté ou même l'impoſſibilité qu'il y a, ſelon eux, de compoſer ou de décompoſer les métaux, ſur la grande difference qu'ils croïent remarquer entre les principes des vegetaux & ceux des mineraux, pour qu'ils puiſſent ſi aiſément ſe transformer de l'un en l'autre ; & ils appuïent ce ſentiment ſur des experiences par leſquelles ils eſſaïent de démontrer le métal déja tout formé dans les ſubſtances qui paroiſſent le produire.

Je vais examiner les raiſons & les preuves dont on appuïe ce dernier ſentiment. J'eſpere les détruire, & faire voir que le fer que ces matieres fourniſſent n'y étoit point avant leur mêlange, que c'eſt une production nouvelle, & qu'on peut non-ſeulement produire du fer, mais encore tous les autres métaux, les compoſer ou les décompoſer,

poser, en réüniſſant ou en ſeparant les principes dont ils ſont formez.

On dit en premier lieu, que ſi on examine l'argile exactement avec le coûteau aimanté, on y trouve quelques parties de fer.

Je conviens que l'on trouve dans l'argile quelques parcelles de fer, mais en ſi petite quantité qu'il faut bien chercher pour les trouver; au lieu que ſi on ſe donne la peine de diſtiller cette terre avec de l'huile de lin, on y trouve une tres-grande abondance de molecules ferrugineuſes aſſez groſſes, de ſorte qu'une partie tres-conſiderable de l'argile paroît s'être convertie en fer. Or il n'y a pas d'apparence que cette quantité de fer eût pû être contenuë dans cette terre, ſans s'y découvrir d'une maniere plus ſenſible.

On pourroit me répondre que les particules de fer ſont ſi fines & ſi menuës dans l'argile, qu'on ne les y peut découvrir par l'aimant; au lieu que par la cuiſſon avec l'huile de lin, elles ſe réüniſſent & deviennent ſenſibles. Mais je ne conçois pas comment l'huile de lin pourroit operer cette réünion; & d'ailleurs ſi l'argile contient des parties de fer en aſſez grande quantité, en pouſſant ſimplement cette terre au feu de fuſion, ces parcelles devroient ſe fondre, ſe rapprocher & ſe réünir en petites maſſes aſſez ſenſibles, ſans le ſecours de l'huile de lin, ou de toute autre matiere ſulphureuſe: ce qu'elles ne font pas. Il n'y a donc aucune preuve que cette grande quantité de fer qui ſe retire de l'argile par l'operation de Becher y ait été contenuë, & il eſt plus vrai-ſemblable de croire qu'il y a dans cette terre quelques-uns des principes du fer, auſquels il manque pour être fer parfait les principes qui ſe trouvent dans l'huile de lin.

On m'objecte en ſecond lieu que comme il n'y a preſque point de terre ſans fer, il peut fort bien arriver qu'un peu de ce métal diſſous par les ſucs de la terre, monte dans la ſeve de la plante, ſe diſtribuë avec elle dans toutes ſes parties, & paſſe même en diſſolution dans tous les ſucs

qui s'en tirent, ou par expreſſion ou par diſtillation : Que pour preuve de cela, ſi on brûle de l'huile de lin toute ſeule, on trouve dans les cendres qu'elle laiſſe quelques parcelles de fer.

Selon cette opinion le fer monte avec les ſucs de la terre juſques dans les plus petites parties des plantes ; il paſſe même juſques dans ce ſuc doux & ſubtil qui ſe filtre dans les fleurs & que les abeilles ramaſſent, puiſqu'en brûlant du miel on trouve du fer dans ces cendres. Mais comment ce fer diſſous par tous ces ſucs differens, & réduit apparemment dans ſes dernieres parties ne ſe décompoſe-t-il pas, puiſque l'eau ſeule eſt capable de le détruire, d'en ſéparer les principes, & de le réduire en une terre ou roüille qui n'a plus rien des proprietez du fer ?

J'ajoûte à cela que le fer n'eſt pas une matiere qui ſe puiſſe aiſément cacher. Il y a des marques pour le reconnoître. Il ſe découvre bien-tôt par le goût qu'il donne aux liqueurs qui le tiennent en diſſolution. Ces liqueurs, pour peu qu'elles ſoient chargées de fer, prennent une couleur rouge ou noire lorſqu'on les mêle avec les infuſions de noix de galles, de feüillles de chênes & d'autres matieres ſemblables : & cela eſt ſi conſiderable, qu'un grain de vitriol qui ne tient pas ſa quatriéme partie de fer, étant diſſous dans douze pintes d'eau, donne un goût ſenſible à l'eau, & ſe colore d'un peu de rouge leger par le mêlange de la noix de galle.

Si donc la quatriéme partie d'un grain de fer étendu en 221184 grains de liqueur, ou diviſé en 884736 parties eſt encore ſenſible au goût & à la vûë ; pourquoi ne le fera-t-il pas dans les ſucs des plantes & dans les liqueurs qui s'en tirent ? comme dans l'huile de lin, l'eſprit de terebentine, & autres liqueurs ſemblables qui fourniſſent beaucoup plus de fer à proportion qu'il n'y en a dans cette eau vitriolée.

On me demandera peut-être, d'où peut provenir le fer que l'on trouve dans la tête morte de l'huile de lin, s'il eſt vrai qu'elle n'en contienne pas ?

Je répons que ce fer a été produit par les principes qui composent l'huile de lin. Car il ne faut pas regarder cette huile & les autres pareilles comme un principe simple & homogene : elles contiennent un esprit acide, beaucoup de terre susceptible d'une sorte de vitrification, & le principe sulphureux.

Dans la fermentation qui fait la flâme, la partie terreuse s'unit tres-étroitement avec quelque portion d'acide & de souffre, d'où naissent les nouvelles molecules ferrugineuses.

Ce que je viens de dire de l'huile de lin, il le faut entendre de toute matiere inflammable, puisqu'il n'en est point où ces trois principes ne se rencontrent.

On ne peut donc démontrer le fer dans ces operations ou dans de pareilles, que par l'assemblage de ces trois principes; & par consequent bien loin d'en rien conclure contre la production artificielle de ce métal, elles peuvent servir au contraire à la démontrer.

On m'objecte enfin que l'huile de vitriol ayant été distillée par une tres grande violence de feu d'une matiere qui tient du fer, elle peut en avoir enlevé quelques parties que ces acides tiennent encore en dissolution, & que le mêlange des huiles ètherées avec les acides ne fait que précipiter ce fer en molecules assez grosses pour pouvoir être sensibles.

On prétend prouver qu'il y a du fer dans l'huile de vitriol; parce qu'ayant pris le sediment de l'huile noire de vitriol on l'avoit distillé, & qu'il étoit resté une matiere èpaisse au fond de la cornuë; qu'ayant poussé le tout dans un creuset à tres grand feu pour en chasser tous les acides, il s'étoit trouvé quelques parcelles de fer dans la tête morte.

Mais si la maniere dont on découvre le fer dans cette liqueur n'est point differente de la préparation par laquelle je prétens que le fer se compose, cela ne prouve rien. Or cette operation ne paroîtra point du tout differente, si l'on examine avec attention ce qui s'y passe.

Je dis premierement que si on prend de l'huile de vitriol bien rectifiée, qui soit claire & transparente; si on la distille, elle ne laissera jamais de fer. Aussi ce n'est que dans l'huile de vitriol noire, & même dans le sediment qu'elle dépose qu'on en a trouvé.

Or l'huile de vitriol n'est noire que par quelque portion d'huile qui s'est élevée des morceaux de bois ou des autres ordures qui se sont trouvées mêlées dans le vitriol, & qui se brûlent pendant la distillation. Il ne doit pas même s'y rencontrer de sediment, à moins qu'il n'y ait beaucoup de ces fuliginosités, ou qu'il n'y soit tombé de la terre qui luttoit les recipiens, ou quelques portions des bouchons de papier, de liege, de cire ou autres choses semblables que l'huile aura rongées ou dissoutes. Pour lors il n'est plus surprenant que de l'assemblage de ces souffres, de cette terre & de ces sels, il se forme du fer par la calcination qu'on ne pourroit pas démontrer sans cela.

Aprés avoir donc suffisamment fait connoître que le fer que l'on retire des operations précedentes est une production nouvelle, & que les moïens dont on prétend se servir pour démontrer que ces matieres tiennent du fer ne sont pas differens de ceux par lesquels on le compose; je passe aux preuves sur lesquelles je fonde mes conjectures touchant la production des métaux, & je vais montrer que les principes des vegetaux & ceux des mineraux sont essentiellement les mêmes, & qu'on peut promptement & sans beaucoup de travail décomposer les mineraux en séparant leurs principes, & les recomposer en substituant des principes tirez des vegetaux en la place de ceux qu'on en a enlevés. Je commence par les Sels.

Les principaux Sels mineraux sont le Nitre, le Sel marin, & le Vitriol. Nous trouvons ces mêmes sels dans les plantes.

Le sel essentiel de la Parietaire est tout nitreux, il fuse sur les charbons comme le salpêtre. Les sels fixes du Chardon beni, de l'Absinthe, du Kali, de l'Eponge con-

tiennent beaucoup de ſel marin, qui ſe criſtaliſe en cubes, & qui décrepite ſur les charbons.

La plûpart des ſels fixes des plantes calcinés juſqu'à un certain point, rendent une odeur de ſouffre tres-conſiderable. Or cette odeur ſulphureuſe ne peut venir que d'un ſel vitriolique rarefié & volatiliſé par l'huile de la plante.

Par ces ſels nous pouvons juger de tous les autres ſels des plantes. Car les ſels volatiles ne ſont que des ſels fixes débarraſſez de la partie de leur terre la plus groſſiere, & unis à quelque portion d'huile.

Il y a toute apparence que les ſucs acides qui ſe tirent des vegetaux ſont auſſi de la même nature que les acides mineraux, avec cette difference que les acides dans les plantes ont été fort rarefiez par la fermentation, & unis ſi étroitement avec les ſouffres, qu'ils ne les abandonnent qu'avec beaucoup de peine.

Ainſi le vinaigre diſtillé que je crois pouvoir mettre dans la claſſe des acides vitrioliques, ne differe de l'eſprit de ſouffre, de l'eſprit de vitriol, ou même de l'huile cauſtique de vitriol, qu'en ce que ces acides dans le vinaigre ſont étendus dans beaucoup de flegme, & unis tres-fortement avec beaucoup d'huile, qu'on en peut neanmoins ſéparer, comme je le feray voir dans un autre Memoire.

Si l'on diſſout du cuivre dans l'acide du vinaigre ſeparé de ſon huile autant qu'il eſt poſſible, il s'y forme des criſtaux tous ſemblables en figure à ceux du vitriol bleu.

Il paroît donc clairement par tout ceci que les ſels des plantes ne different point eſſentiellement des ſels des mineraux. Examinons preſentement les ſouffres.

Le principe ſulphureux ou inflammable eſt le même dans les vegetaux & dans les mineraux. J'ay déja fait voir dans le Memoire que j'ay donné ſur la production du ſouffre mineral par le mêlange de toute matiere inflammable, telle qu'elle ſoit, avec l'acide vitriolique, que le principe d'inflammabilité dans le ſouffre commun n'eſt point different de celui qui rend inflammable les graiſſes

des animaux, les huiles & les resines des plantes, & les bitumes de la terre. J'ajoûte à cela non-seulement que ce principe sulphureux se rencontre dans les substances métalliques, mais encore que c'est lui qui donne à ces matieres leur fusibilité, leur ductilité & leur forme metallique. C'est ce que je vais démontrer dans la plûpart des matieres metalliques.

L'Antimoine qui est une des substances qui approche le plus du métal, n'est presque que du souffre brûlant. On apperçoit aisément ce souffre qui s'exhale en flâme bleuë si on le calcine à l'obscurité. Lorsque la plus grande partie de son souffre s'est exhalé, il perd sa forme metallique, & il reste en cendre grise, qui funduë prend la forme de verre au lieu de celle de métal qu'elle avoit avant la calcination. Si on veut rendre à ce verre ou à cette cendre la forme métallique, il ne faut que lui rendre ce principe sulphureux qu'elle a perdu en la refondant avec quelque matiere inflammable, comme le tartre, le charbon & toute autre matiere semblable, & elle se remet aussi-tôt en Regule.

On sçait que le salpêtre calciné avec quelque matiere sulphureuse fuse & s'embrase plus ou moins selon qu'il y a plus ou moins de souffre, & à proportion que ce souffre est plus ou moins envelopé; & s'il ne le fait pas avec toutes les matieres qui contiennent ce principe, il est au moins constant que quand il fulmine avec quelqu'une, il nous y marque un principe suphureux. Or si l'on cacine l'antimoine avec le salpêtre, il se fait une fulmination assez considerable, dans laquelle une partie du souffre de l'antimoine s'exhale, & l'autre partie reste fixée par les sels du salpêtre. Il ne reste de l'antimoine qu'une chaux blanche, qu'il est aisé de remettre en Regule par l'addition de quelques matieres inflammables.

On peut recüeillir ce principe sulphureux de l'antimoine en le distillant avec le Sublimé corrosif; car pour lors en se détachant de la terre métallique de l'antimoine, il se joint au mercure du sublimé, & forme le Cina-

bre d'antimoine : sa terre métallique passe par la distillation avec les acides du sublimé, & forme le Beurre d'antimoine. Si on précipite cette terre, on aura ce qu'on appelle la poudre d'Algaroth : en la fondant ensuite on la convertit en verre, parcequ'elle est dépoüillée de la plus grande partie de son souffre. Si on lui rend ce souffre par l'addition de quelque matiere sulphureuse, elle reprend sa forme métallique.

Il paroît donc par ces analyses de l'antimoine, que c'est un composé d'une terre susceptible de vitrification, & du souffre principe corporifié par un peu de sel vitriolique. On peut démontrer aisément cet acide vitriolique dans l'antimoine par sa distillation, dans laquelle il donne une liqueur qui n'est point du tout differente de l'esprit de souffre.

A l'égard des métaux il y en a quatre que les Chimistes ont nommez imparfaits, parceque leurs principes ne sont pas liez si étroitement, & parceque la violence du feu ordinaire les détruit. Ces métaux sont le Fer, le Cuivre, le Plomb & l'Etain. Les autres qui résistent à la violence du feu ordinaire sont l'Or & l'Argent.

Dans les quatre premiers on peut découvrir aisément le principe d'inflammabilité, ils fusent tous avec le salpêtre plus ou moins sensiblement. Le fer est celui dans lequel cela est le plus sensible, ensuite l'étain, le cuivre & le plomb.

Le principe d'inflammabilité se rend encore sensible dans ces métaux, si on les laisse tomber en limaille sur la flâme d'une chandelle.

Dans le fer les grains de limaille s'enflamment, étincellent & tombent en petites boules à demi vitrifiées.

La limaille de cuivre n'étincelle pas de même, mais elle s'embrase & donne une flâme verte.

La limaille d'étain s'embrase : chaque grain fondu fume beaucoup en tombant, & cette fumée rend une odeur de fumée d'Orpiment : la limaille de plomb fume moins, & toutes deux colorent la flâme de la chandelle & la rendent bleuë.

Dans le fer le principe ſulphureux eſt plus condenſé que dans l'antimoine & dans le ſouffre mineral ; cependant ſi on vient à rarefier ce ſouffre par le moyen de quelque acide volatil, comme ſont les eſprits acides de ſel & de vitriol, il s'enflâme tres-aiſément à l'approche d'une chandelle. Monſieur Lemery en a fait voir ici l'experience, en jettant de la limaille de fer dans de l'eſprit de vitriol, dont les vapeurs qui s'élevoient pendant la diſſolution, s'allumoient comme la vapeur de l'eſprit de vin.

Quelque fixe que ſoit le principe ſulphureux dans le fer, le grand feu ne laiſſe pas de l'enlever & de convertir ce métal, aprés une longue calcination, en une cendre rougeâtre qu'on nomme Safran de Mars. Cette cendre ne ſe vitrifie qu'à peine ſeule au feu ordinaire. Le feu du Soleil la vitrifie promptement, de même que le fer. Si on mêle cette cendre avec de l'huile de lin & qu'on les calcine enſemble, on la convertira en fer : & dans cette operation la terre du fer reprend le principe ſulphureux qu'elle avoit perduë. D'où il paroît qu'en ôtant au fer le principe ſulphureux il ceſſe d'être métal, ce n'eſt plus qu'une terre ſuſceptible de vitrification : ſi au contraire on rend à cette terre ſon principe ſulphureux, elle devient auſſi-tôt fuſible, malleable, ductile, en un mot c'eſt du métal.

On pourroit me demander où eſt dans tout ceci le principe vitriolique que j'ay reconnu dans le fer.

Je répondray qu'il y a tout lieu de croire qu'une partie de cet acide vitriolique s'échape avec le ſouffre principe dans la calcination du fer, & qu'une autre partie reſte embarraſſée dans la terre, & lui ſert de fondant pour ſe vitrifier. Et il eſt à préſumer que lorſqu'on veut remettre cette terre en métal, l'huile de lin ou les autres matieres inflammables rapportent avec elles un acide qui tient lieu de celui qui s'eſt exhalé : ou peut-être l'huile ne fait-elle que rarefier celui qui étoit concentré dans la terre pour en refaire une quantité de métal moindre à la verité que la premiere à proportion de la quantité du prin-

cipe

cipe acide qui s'eſt exhalé. C'eſt ce qu'on verifieroit ſi on pouvoit analiſer les métaux avec la même préciſion qu'on analiſe les autres corps, ce qui paroît preſque impoſſible.

Aprés le fer le Cuivre eſt le métal qui paroît contenir le plus de ſouffre. Il fuſe avec le ſalpêtre, mais tres-foiblement. Quoiqu'il ait beaucoup de ſouffre, ce ſouffre eſt neantmoins plus concentré que dans le fer; c'eſt-pourquoi il n'eſt pas aiſé à rarefier par les ſels & à rendre inflammable. On le peut faire cependant par une operation décrite dans les Ouvrages de M. Boyle.

On met dans une petite cornuë de verre deux onces de ſublimé corroſif & une once de cuivre en limaille; on leur donne un feu aſſez vif, le mercure s'échape en partie & paſſe par le col de la cornuë; il s'éleve auſſi avec lui quelques ſels du ſublimé: mais la plus grande partie reſte unie au cuivre qu'ils ont diſſous, & avec lequel ils ne font plus qu'une maſſe quelquefois d'un jaune ou d'un rouge tranſparent, & quelquefois d'un rouge opaque à peu prés comme la cire d'Eſpagne. Cette matiere expoſée à la flâme d'une chandelle ſe fond, brûle, & donne une flâme bleuë.

Dans cette préparation du cuivre, on diviſe & on étend tres-conſiderablement ce métal dans les ſels, ce qui met au large ſon ſouffre qui eſt par-là en état d'être ſuffiſamment rarefié par les eſprits de ces mêmes ſels, pour ſe changer enſemble en flâme à l'approche d'un corps allumé.

On prive le cuivre de ſon principe ſulphureux en le brûlant au grand feu, & il reſte une cendre qui ne ſe fond point en métal, & qui a peine à ſe réduire en verre: on l'y réduit cependant au feu du Soleil, de même que le métal; mais il faut en cette occaſion ſe ſervir d'autre choſe que du charbon pour les tenir au foyer du verre; ſans quoi ils ne ſe vitrifient point, parceque le charbon leur rend continuellement le ſouffre que le feu du Soleil en enleve. Je me ſuis ſervi aſſez heureuſement pour cela des coupelles, & lorſque j'ay eu vitrifié le cuivre ſur la

coupelle au feu du Soleil, en exposant de nouveau ce verre de cuivre sur le charbon au foyer du verre, il y reprenoit aussi-tôt sa forme métallique.

L'Etain & le Plomb sont les deux métaux imparfaits qui paroissent tenir le moins du souffre. On ne l'apperçoit qu'au foible fusement qu'ils font avec le salpêtre en les fondant ensemble.

Ces deux métaux laissent échaper aisément le peu de souffre qu'ils contiennent dans la calcination à feu ouvert: Ils se réduisent en cendres, & se vitrifient ensuite. Ils reprennent aussi tres-promptement ce souffre si l'on y jette quelque graisse ou quelqu'autre matiere inflammable, & ils reprennent avec ce principe leur forme métallique.

Les deux métaux où il est le plus difficile de démontrer le principe d'inflammabilité sont l'Or & l'Argent. Ils restent fixes dans les feux ordinaires sans se brûler & se détruire. Il n'y a que le feu du Soleil qui puisse les décomposer; mais il est à présumer que quoiqu'on ne puisse démontrer dans ces métaux le principe sulphureux, il s'y rencontre cependant comme dans les autres.

Il y a dans l'or, de même que dans les métaux imparfaits, une terre capable de vitrification qui en fait la base. Nous le voyons par le verre qui nous reste aprés la calcination de l'or au feu du Soleil; & il y a lieu de croire que la plus grande partie de ce qui s'en exhale en fumée pendant cette calcination, est le principe sulphureux mêlé avec des sels.

Il seroit à souhaiter que pour éclaircir cette matiere on pût avoir assez de ce verre pour essayer de l'imbiber d'un nouveau souffre, & en refaire du métal comme on fait avec les cendres & les verres des métaux imparfaits.

Il arrive à l'argent des varietez qui demanderoient une étude particuliere. Ce métal purifié par l'antimoine se vitrifie au feu du Soleil; mais s'il a été purifié par le plomb, il ne laisse qu'une cendre grise. Est-ce que le feu du Soleil seroit trop foible pour vitrifier cette terre, & l'argent passé par l'antimoine retiendroit-il quelque portion vi-

triolique de ce mineral qui ſerviroit de fondant à ſa terre? C'eſt ce qu'il m'eſt difficile de déterminer preſentement.

Il paroît ſeulement qu'il a pour baſe une terre capable de vitrification, & ce qui s'exhale en fumée eſt apparemment un mêlange de ſouffre, de ſels, & d'un peu de terre que ce feu volatiliſe.

Par toutes ces experiences il paroît que les ſubſtances qui compoſent les métaux ne different point eſſentiellement de celles qui compoſent les vegetaux.

Que les métaux imparfaits ſont compoſez du ſouffre principe, d'un ſel vitriolique, & d'une terre vitrifiable.

Que ce principe ſulphureux eſt plus ou moins lié avec les autres principes.

Qu'il l'eſt fortement dans l'or & dans l'argent, moins dans les métaux imparfaits, encore moins dans l'antimoine, & tres-peu dans le ſouffre mineral.

Que le principe d'inflammabilité peut être ſéparé & enlevé des matieres métalliques par le feu ſimple ou par le feu du Soleil.

Que le métal dépoüillé de ce principe ſe convertit en cendres.

Que ces cendres, ſi on continuë de les pouſſer à un feu violent, ſe vitrifient.

Et que ces cendres ou ces verres, ſi on y mêle quelque matiere inflammable, reprennent auſſi-tôt la forme métallique qu'ils avoient perduë.

Que c'eſt ainſi que l'huile de lin change l'argile en fer.

Que ſi l'on connoiſſoit toutes les autres terres métalliques, on pourroit les convertir auſſi-tôt en métaux par la projection de quelque matiere inflammable.

Que les parties ſalines & terreuſes qui ſe rencontrent dans l'huile de vitriol & dans l'huile de terebentine fourniſſent cette terre capable de vitrification qui fait la baſe du fer, & qui reçoit ſa forme métallique du principe ſulphureux de l'huile de terebentine.

Que le fer que l'on découvre dans les cendres des

plantes y a été produit de la même maniere.

Que c'est un composé de la terre vitrifiable des plantes, de l'acide de ces mêmes plantes, & de leur principe huileux ou inflammable.

D'où je conclus que la production artificielle du fer est non-seulement possible, mais tres-réelle.

Je sçay bien que cette matiere est encore pleine de difficultez qu'il faudroit éclaircir, & que cela paroît fort opposé à l'idée que l'on s'étoit faite jusqu'ici de la formation des métaux dont on regarde le mercure comme la base: mais je ne rapporte que ce que mes recherches m'ont appris; le temps & nos experiences pourront nous instruire sur le reste.

MACHINE

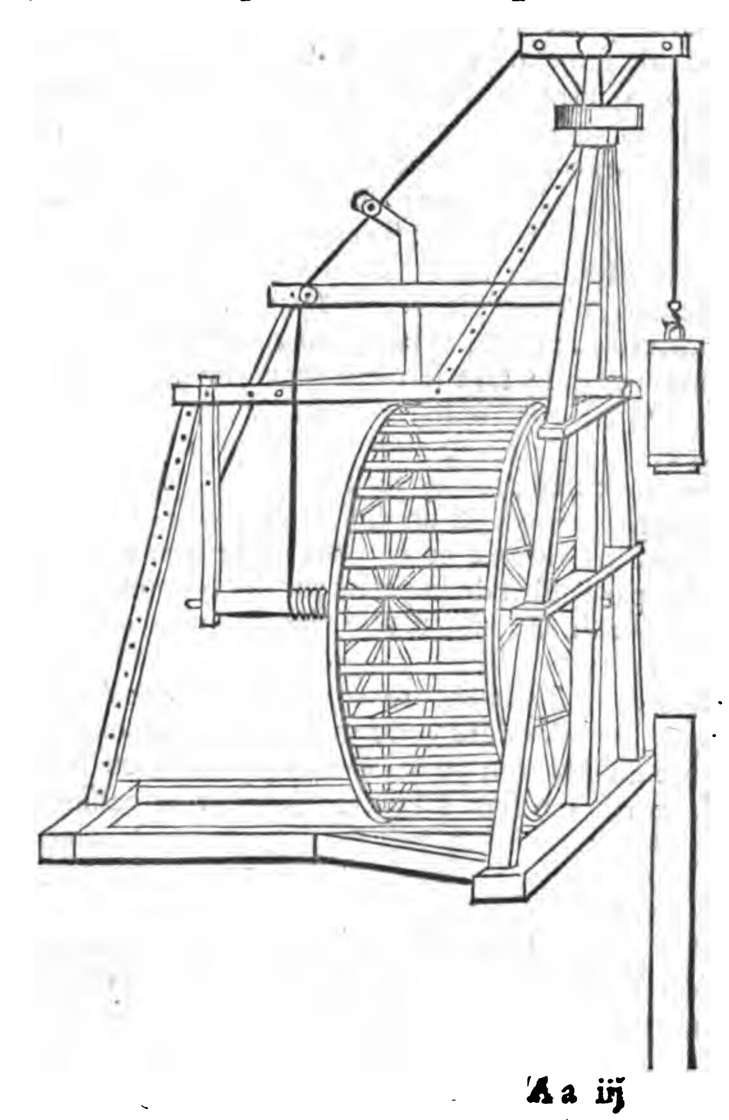
Pour retenir la rouë qui sert à élever le Mouton pour battre les pilotis dans la construction des Ponts, des Quais, & autres ouvrages de cette nature.

PAR M. DE LA HIRE.

1707. 1. Juin. LA piece de bois ou masse dont on se sert ordinairement pour battre les pilotis s'appelle *Mouton* ou *Sonnette*. La Sonnette ne sert que pour battre les petits pilotis, & elle n'est pas d'un poids extraordinaire: on l'éleve seulement à force de bras sans aucune machine, en tirant plusieurs cordes qui sont attachées au chable qui la soûtient. Mais le Mouton dont on se sert pour les gros pilotis pese depuis 1000 jusqu'à 2000 livres, & on l'éleve ordinairement par le moyen d'un treüil ou rouleau qui fait partie de la Gruë ou Engin que les Charpentiers employent à élever les gros fardeaux.

Ce Mouton coule librement entre deux coulisses, afin qu'il puisse faire tout son effort en tombant sur la tête du pilotis qu'on veut enfoncer. Mais comme les treüils ordinaires des Engins sont mûs par quatre bras qui y sont fichés,

on ne le peut tourner qu'avec peine & lentement, ce qui n'avance pas l'ouvrage : c'eſt-pourquoy on applique à ce treüil une grande roüe de 10 ou 12 pieds de diametre comme on fait aux grandes gruës, afin que quelques hommes en marchant ou montant dans cette roüe puiſſent faire tourner le treüil plus facilement & plus commodément, comme on le peut voir dans la Figure.



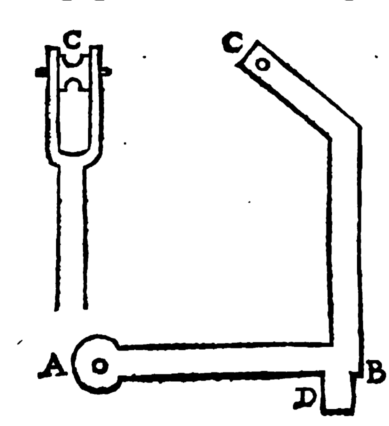
Dans la construction d'un grand Pont de pierre qu'on fait à Moulins en Bourbonnois, & d'une construction nouvelle, sous les ordres & du dessein de M. Mansart sur-Intendant des Bâtimens, on est obligé d'enfoncer de tres-gros pilotis à 20 piés & plus en terre pour trouver un bon fond; c'est-pourquoy il faut y employer un Mouton qui pese jusqu'à deux milliers. Mais comme la grande rouë qui est appliquée au treüil sur lequel la corde du Mouton se dévide à mesure qu'on l'éleve, est assez large pour y recevoir quatre hommes de front, lequels montent ensemble sur les traverses ou échelons ou ranches qui forment la largeur de cette rouë, & pour s'y soûtenir presque toûjours à la hauteur de l'axe ou treüil pour faire plus d'effort, il faut retenir cette rouë toutes les fois qu'on lâche le Mouton; car la pesanteur des hommes qui sont au-dedans, n'étant plus retenuë par le poids du Mouton, emporteroit la rouë, & la faisant tourner avec rapidité, les hommes qui y sont seroient renversés & pourroient se tuer. On est donc obligé de retenir cette rouë avec un crochet qui est attaché à une corde qu'on arrête en quelque endroit fixe, toutes les fois qu'on lâche la détente du Mouton, ce qui est un embarras considerable, outre qu'il peut arriver que ce crochet ou sa corde peuvent se rompre par l'effort de la pesanteur des hommes sur la circonference de la rouë, & alors les Ouvriers courrent risque de la vie.

Mais ce n'est pas encore ce qui est le plus à craindre pour les hommes dans cette machine; car quelquefois la détente du Mouton ou le crochet par où il est soûtenu, ou la corde qui sert à l'élever peuvent se casser ou se rompre tout d'un coup en l'élevant, & les Ouvriers sont en grand danger par ces accidens imprévûs, comme il en étoit arrivé.

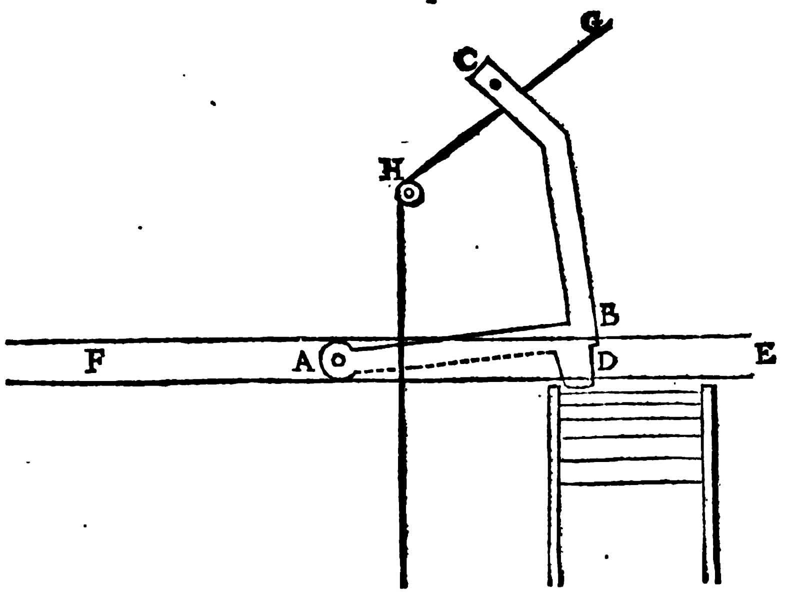
C'est ce qui obligea l'hyver dernier un des principaux Architectes du Roy qui ont la direction de cet Edifice, de me proposer de trouver un remede à tous ces inconveniens, & qui fût à même tems si facile pour des gens gros-

ſiers qu'on emploïe ordinairement dans ces ouvrages, qu'il ne pût leur arriver aucun mal par quelque negligence ou inadvertance que ce fût. Voici ce qui me vint en penſée ſur ce ſujet, & qu'on devoit mettre en execution.

Je conſideray d'abord que dans tous les accidens qui peuvent arriver à cette machine, la corde qui ſoûtient le Mouton ſe relâchoit entierement, & par conſequent qu'il falloit appliquer à la charpente même de l'Engin une piece laquelle vint à s'engager dans les marches ou ranches de la rouë, & qui fut capable de réſiſter à quelque effort que ce fût, pour la retenir quand la corde du Mouton ſeroit débandée, & au contraire que cette piece s'en dégageât delle-même quand la corde ſe banderoit.



Pour cet effet je fais un Equairre *ABC* de bois ou de fer beaucoup plus large qu'il n'eſt épois, & qui eſt fourchu vers ſon extrémité *C* laquelle eſt un peu coudée. Dans cette fourche j'y engage une petite roulette ou poulie, enſorte que le chable ou corde du Mouton peut ſe mouvoir librement dans cette fourche en paſſant au-deſſous de la



roulette. A l'autre branche *AB* de l'Equairre & vers l'angle *B* j'y arrête une forte cheville *D* ou tasseau de la même épaisseur que la branche de l'Equairre; enfin l'extrémité *A* de cette brache *BA* est percée d'un trou pour y pouvoir passer une cheville de fer.

Il y a dans l'assemblage de l'Engin deux pieces moisées *EF* l'une à côté de l'autre qui servent à sa solidité, & qui laissent entr'elles un espace de 4 à 5 pouces, & c'est dans cet espace où j'engage l'Equairre *ABC*, & où je l'arrête aux moises par la cheville placée à son extrémité *A*, mais de telle maniere qu'il n'ait pas trop de jeu par les côtés, ce qui dépend de la distance entre les moises, & de l'épaisseur de la branche de l'Equairre.

Immediatement au-dessous de ces pieces moisées, passe la grande roue du treüil qui porte le chable du Mouton; & l'on dispose la machine de telle maniere que lorsque le chable *GH* qui vient du haut de l'Engin à la poulie *H* pour être détourné ensuite sur le treüil, est roide ou bandé, il soûtient l'Equairre en passant sous la roulette en *C*, de telle sorte que le tasseau *D* de l'Equairre ne touche point aux marches de la roue. Mais aussi-tôt que la corde *GH* se relâche, le propre poids de l'Equairre & celui que la corde lui donne de plus en s'y appuïant dans la fourche, le fait tourner sur la cheville en *A*, & le fait descendre jusque contre les jentes de la grande roue, & le tasseau *D* s'engageant aussi-tôt entre les marches, retient la roue en cet état sans qu'elle puisse tourner; car la branche *AB* de l'Equairre étant retenue entre les pieces moisées peut soûtenir un tres-grand effort.

Mais lorsqu'on vient à rebander le chable ou la corde du treüil pour y attacher le Mouton, aussi-tôt on releve l'Equaire, & l'on dégage le tasseau *D* d'entre les marches de la roue qui peut tourner alors pour élever le Mouton.

Cette machine est fort simple & fort commode, & peut sauver la vie aux Manœuvres & Ouvriers qu'on emploïe dans ces travaux, & sans aucune précaution.

OBSERVATION

OBSERVATION

De l'Eclipse de Mars par la Lune faite à Montpellier & à Marseille.

PAR M. CASSINI le fils.

LE temps qui fut couvert icy à Paris le 10 de Mars après midy, ne nous permit pas de faire cette observation. Il fut plus favorable à Montpellier, où elle fut faite en presence de toute la Societé qui s'assembloit ce jour-là, à cause que c'étoit un Jeudy. Voici l'observation. 1707. 28. Juin.

à 4h 25′ 30″ du soir à Montpellier, Immersion de Mars dans la partie obscure de la Lune.

à 4h 58′ 36″ Emersion de Mars de la partie claire.

33′ 6″ Durée de l'Eclipse.

L'Immersion s'est faite à 10 minutes de distance de la corne meridionale de la Lune, & l'Emersion à 6 minutes de la même corne.

Quelque temps aprés M. l'Abbé Bignon nous remit l'observation qui en avoit été faite par le P. de Laval à Marseille.

à 4h 32′ 7″ Le bord oriental de la Lune, qui est l'obscur, paroît toucher le bord occidental de Mars.

à 4h 32′ 17″ Mars entierement caché par le bord obscur de la Lune.

Hauteur apparente du bord superieur de la Lune prise au moment de l'occultation de Mars. 58d 40′ 0″.

Cette occultation est arrivée 1h 8′ plus tard qu'elle n'a été marquée dans le Livre de la Connoissance des Temps, & beaucoup plus prés du bord meridional de la Lune.

Comme on ne s'attendoit pas que Mars parût si-tôt, on ne prit pas garde au moment de son Emersion. Le P. Feüillée ne vit pas précisément le moment de l'Emersion; mais il observa qu'à 4h 59′ 14″ Mars étoit éloigné du bord

éclairé de la Lune d'un diametre & demi, dont retirant 10 secondes pour le temps que le diametre de Mars avoit employé à se cacher, & 15 secondes à cause qu'il étoit éloigné alors d'un diametre & demi, l'on aura le temps de l'Emersion à peu prés à 4^h 58′ 49″.

Reflexions sur cette Observation.

L'observation de l'Immersion de Mars dans la Lune faite à Montpellier étant arrivée une heure plus tard que je ne l'avois calculée dans la Connoissance des Temps, cela me fit craindre qu'il n'y eût quelque erreur dans mon calcul; c'est pourquoi je le refis de nouveau, & je trouvay que ma détermination étoit juste, supposant les lieux de la Lune & de Mars tels qu'ils sont marquez dans les Ephemerides de l'Academie. Nous en écrivîmes à M. de Plantade Directeur de la Societé Royale, pour sçavoir s'il n'y avoit pas quelque méprise dans l'heure de son observation, & il nous fit réponse qu'elle étoit exacte, & qu'il avoit été surpris d'y trouver tant de difference. Je jugeay donc devoir calculer le lieu de la Lune par les Tables de mon Pere, & je trouvay qu'à 4^h 18′, temps de la conjonction veritable marquée par les Ephemerides, la longitude de la Lune étoit de 3^d 39′ 11″ des Gemeaux, & sa latitude septentrionale de 2^d 55′ 18″. La longitude de Mars, tirée des Tables de M. de la Hire, étoit de 4^d 9′ 27″ des Gemeaux, & sa latitude septentrionale de 2^d 14′ 30″. Suivant cette détermination la conjonction de Mars & de la Lune est arrivée à 5^h 11′ plus tard de 53 minutes que celle qui résulte des Ephemerides. Ayant ensuite décrit une figure pour déterminer le temps des Phases, où l'on a tracé les paralleles de Paris, de Montpellier & de Marseille, j'ay trouvé que l'Immersion de Mars dans la Lune a dû arriver à Paris le 10 Mars à 4^h 14′, & l'Emersion à 5^h 15′. Qu'à Montpellier, supposant la difference des meridiens de 6′ 10″ telle que nous l'avons déterminée par les triangles de la meridienne, l'Immersion a dû arriver à 4^h 24′, & l'Emersion à 5^h 0′ à une

ou deux minutes prés du temps marqué par l'observation; & qu'à Marseille, supposant la difference des meridiens de 12′0″, l'Immersion a dû arriver à 4ʰ 33′ 30″, & l'Emersion à 5ʰ 1′, ce qui ne s'éloigne de l'observation que de peu de minutes.

En comparant ces observations par la methode que j'ay expliquée à l'Academie pour en tirer la difference des meridiens, l'on trouve par l'Immersion observée à Montpellier & à Marseille la difference des meridiens entre ces deux Villes d'un peu plus de 4 minutes, & par l'Emersion de 6 à 7 minutes.

DES IRREGULARITEZ DE L'ABBAISSEMENT APPARENT DE L'HORISON DE LA MER.

PAR M. CASSINI.

APrés avoir examiné les premieres observations de l'abbaissement apparent de l'horizon sensible de la mer faites par le P. Laval à Marseille dans son Observatoire, les ayant trouvées differentes en divers temps, je l'ay prié de continuer ces observations pour voir si cette difference continuë toûjours de la même maniere avec cette irrégularité. 1707. 28. Juin.

La Lunete de l'instrument par laquelle il fait ces observations est élevée sur le niveau de la mer de 144 pieds de Paris, suivant le nivellement qu'il en a fait: ces 144 pieds de hauteur donnent au rayon direct qui rase la surface de la mer une inclinaison de 13′ 14″.

Le moindre abbaissement apparent de l'horizon de la mer observé par le P. Laval à cette hauteur pendant cet hyver, a été de 11′ 46″; la difference entre cette hauteur & celle du rayon direct seroit d'une minute 28 secondes,

que l'on pourroit attribuer à la plus grande refraction du rayon visuel qui rasoit la surface de la mer.

Mais le plus grand abbaissement apparent de l'horizon de la mer a été observé de 14′ 30″, qui est plus grand que celui du rayon direct d'une minute & 16 secondes; ce qui est contre les regles de la refraction qui devoit diminuer cette inclinaison, au lieu de l'augmenter.

Nous avons déja remarqué par diverses autres observations, qu'une partie de la surface de la mer contiguë à l'horizon sensible, se confond à la vûë avec le Ciel, & que pour lors la circonference apparente de l'horizon sensible tombe dans la mer exposée à nôtre vûë. Le rayon visuel dirigé à cette circonference apparente de l'horizon de la mer, décline donc alors du rayon direct, qui rase la surface de la mer vers la partie inferieure, contre l'inclinaison que devroit avoir le rayon rompu, qui rase cette surface.

Comme nous avions communiqué cette reflexion au P. Laval sans qu'il ait eu aucune occasion de distinguer par quelque signe sensible cette difference, l'on voit combien il est difficile de la distinguer, & à quelle erreur est exposée la methode de chercher la grandeur du diametre de la Terre par l'observation de la tangente de la mer sans cette circonspection.

On voit par les observations du P. Laval que cette difference entre divers abbaissemens apparents de l'horizon de la mer vûs du même lieu, surpasse souvent la cinquiéme partie de la plus petite inclinaison apparente; de sorte que par cette methode on pourroit se tromper de la cinquiéme partie du demi-diametre de la Terre.

J'avois tâché de réduire à quelques regles la difference entre l'inclinaison apparente du rayon rompu qui rase la surface de la mer, & l'inclinaison veritable du rayon direct.

Il est d'une grande importance d'examiner quelle exactitude on peut avoir d'une methode, pour ne pas en attendre une plus grande qu'elle ne peut donner.

Par la multitude des observations faites par le P. Lava nous apprenons, 1°. Que quand il est question de déterminer une distance ou une petite hauteur sur la surface de la mer par une seule observation de l'abbaissement de la mer, on ne l'aura déterminée certainement qu'à ⅕ prés. C'est aussi à peu prés la difference qui s'est trouvée entre la hauteur de l'observatoire de Marseille, que nous avions tiré des observations faites à Marseille, & la hauteur veritable trouvée par le nivellement du P. Laval de 144 pieds, au lieu de 175 pieds que les observations de Toulon nous avoient montré. 2°. Que si l'on a plusieurs observations de l'abbaissement apparent de la mer faites en divers temps dans le même lieu, en prenant le milieu entre ces observations, on aura de fort prés l'inclinaison égale à celle du rayon direct qui rase la surface de la mer, qui pourra servir à determiner avec une mediocre justesse la hauteur & la distance par la methode ordinaire. 3°. Que la variation des hauteurs apparentes de la mer n'a aucun rapport regulier avec la variation qui s'observe en même temps dans le Thermometre & dans le Barometre; ce qui semble confirmer ce que nous avons remarqué plusieurs, que la partie de l'air qui cause la refraction est d'une nature differente de la partie à laquelle on attribuë la pesanteur qui équilibre la hauteur des liqueurs dans le vuide.

Nous avons observé plusieurs fois l'abbaissement apparent de l'horizon sensible de la mer Mediterannée d'une hauteur dix fois plus grande que celle de l'Observatoire de Marseille, nous l'avons toûjours trouvé de 41′ sans aucune difference sensible d'une fois à l'autre; ce qui fait voir que dans les moindres hauteurs les refractions sont beaucoup plus variables que dans les plus grandes.



OBSERVATIONS DE MERCURE,

Comparées au calcul de nos Tables à l'occasion de sa Conjonction inferieure avec le Soleil, au mois de May de cette année 1707.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1707. 28 Juin. NOus n'avons point d'obſervations des Planetes qui ſoient plus ſûres pour déterminer leurs mouvemens, que leurs conjonctions & leurs oppoſitions avec le Soleil: car dans ces aſpects la parallaxe de l'orbe de la Terre devient nulle, ce qui dégage leur mouvement d'une compoſition & le rend ſimple, au lieu que partout ailleurs il eſt composé de celui qui lui eſt propre & de celui de la Terre.

On a toûjours obſervé facilement les Planetes ſuperieures dans un de ces points, qui eſt l'oppoſition; mais pour les inferieures Venus & Mercure, il n'en eſt pas de même, à cauſe que la Terre ne ſe trouve jamais entr'elles & le Soleil. Cependant par le moïen des Lunettes d'approche, nous avons obſervé fort ſouvent Venus dans ſa conjonction inferieure avec le Soleil, lorſqu'elle a une latitude conſiderable, à cauſe de ſa grande clarté & de ſa proximité à la Terre. On ne l'a vûë qu'une ſeule fois jointe au Soleil & ſur ſon diſque, qui fut le 4 Decembre 1638: mais pour Mercure on ne l'avoit point vû que dans ſes digreſſions juſqu'en 1631, où M. Gaſſendi l'obſerva à Paris ſur le diſque du Soleil. Cette obſervation ſi celebre excita tous les Aſtronomes à prendre toutes les précautions neceſſaires pour en faire de ſemblables, car c'étoit la ſeule Planete dont les mouvemens ne nous étoient pas bien connus. On envoïa des Aſtronomes de l'Academie

en Languedoc pour ce sujet, & M. Halley alla exprés à l'Isle de Sainte Helene pour le voir plus commodément, & en effet il l'y observa; mais M. Gallet le vit aussi dans le même tems en France.

M. Halley avertit dans son Livre des Observations qu'il fit dans la même Isle, que l'on pourroit voir Mercure dans le Soleil plusieurs fois dans le reste du siecle passé & dans celui où nous sommes, dont celle qui est arrivée au mois de May de cette année en est une; mais nos Ephemerides nous avertissent assez de ces conjonctions dans les nœuds. C'est ce qui nous a obligé d'être attentifs à examiner le Soleil pendant tout le cinquiéme du mois de May dernier, & même le 4 au soir & le 6 au matin, sans que nous aïons rien apperçû sur le corps du Soleil. Mais comme il y a toûjours lieu de craindre que les mouvemens des corps celestes que l'on conclut des observations passées ne répondent pas exactement aux suivantes, nous avions fait exprés quelques observations du passage de cette Planete par le meridien avant cette conjonction, & nous en avons encore fait depuis pour reconnoître si nos Tables se soûtenoient toûjours dans l'exactitude qu'elles nous avoient marquée dans d'autres semblables, comme nous l'avons publié dans nos Memoires.

Nous observâmes donc le centre de Mercure dans le meridien le 12 Avril 1707 à $1^h\ 11'\ 34''$ aprés midy, sa hauteur meridienne vraie étoit de $58^\circ\ 53'\ 31''$.

Nous tirons de cette observation par nos suppositions & par le vrai lieu du Soleil tiré de nos Tables, que la longitude de Mercure étoit de $1^s\ 11^\circ\ 28'\ 33''$, & sa latitude boreale de $2^\circ\ 33'\ 18''$. Par nos Tables nous trouvons sa longitude de $1^s\ 11^\circ\ 30'\ 45''$, & sa latitude boreale de $2^\circ\ 32'\ 0''$. Donc la difference de la longitude observée avec celle qui est calculée $2'\ 12''$, & celle de la latitude observée avec celle qui est calculée $1'\ 18''$.

Nous observâmes le 14 Juin 1707 le centre de Mercure dans le meridien à $10^h\ 37'\ 24''$ du matin, sa hauteur meridienne vraie étoit de $60^\circ\ 3'\ 38''$.

Nous tirons de cette obſervation ſa longitude de $2^s\ 2^\circ\ 53'\ 23''$, & ſa latitude auſtrale de $1^\circ\ 55'\ 1''$. Par le calcul des Tables la longitude eſt de $2^s\ 2^\circ\ 48'\ 23''$, & la latitude auſtrale de $1^\circ\ 53'\ 46''$. Donc la difference des longitudes eſt de $5'\ 0''$, & celle des latitudes de $1'\ 15''$.

Le 15 Juin 1707 le centre de Mercure paſſa par le meridien à $10^h\ 39'\ 56''$ du matin, ſa hauteur meridienne vraie étoit de $60^\circ\ 32'\ 39''$; d'où l'on tire ſa longitude de $2^s\ 4^\circ\ 32'\ 6''$, & ſa latitude auſtrale de $1^\circ\ 44'\ 16''$. Par le calcul ſa longitude étoit de $2^s\ 4^\circ\ 27'\ 44''$, & ſa latitude auſtrale de $1^\circ\ 43'\ 2''$. Difference des longitudes $4'\ 22''$, & celle des latitudes $1'\ 14''$.

Nous avons encore fait d'autres obſervations de Mercure dans le meridien que nous ne rapporterons pas, celles-ci étant ſuffiſantes pour faire voir la conformité qu'il y a entre les lieux de Mercure tirés de l'obſervation & calculés par les Tables.

Voici quelques reflexions que mon Pere a faites ſur cette conjonction de Mercure avec le Soleil.

REFLEXIONS

Sur le paſſage de Mercure par le diſque du Soleil au mois de May 1707.

PAR M. DE LA HIRE.

1707. 28. Juin.

LOrſque j'ay conſtruit mes Tables de Mercure, je me ſuis ſervi d'un tres-grand nombre d'obſervations que j'avois faites de cette Planete, dont le mouvement eſt tres-difficile à déterminer, à cauſe qu'elle va fort vîte, & qu'elle a une grande excentricité; & j'y ay auſſi employé quelques obſervations de Margraf leſquelles m'ont parû avoir aſſez d'exactitude, & qui ayant été faites au Breſil, ont des avantages ſur celles qu'on peut faire dans ces climats-cy. Mais ſurtout j'ay fait beaucoup d'attention aux ſix

six observations que nous avons de cette Planete dans son passage par le disque du Soleil.

La premiere est celle de Gassendi en 1631. La seconde est de Shakerlæus Anglois, faite à Surate dans l'Inde en 1651. La troisiéme est d'Hevelius à Dantzik en 1661. La quatriéme faite à Avignon par M. Gallet, & dans l'Isle de Sainte Helene par M. Halley en 1677. La cinquiéme à Kanton dans la Chine en 1690 par les PP. de Fontaney & le Comte, & la sixiéme que nous avons faite nous-mêmes à Paris à l'Observatoire en 1697.

De toutes ces observations il n'y a que celle d'Hevelius qui soit dans le nœud ascendant de Mercure, comme celle qui a dû arriver cette année 1707 au mois de May. Mais comme les Ephemerides de l'Academie calculées sur mes Tables marquoient cette conjonction le 5 May vers les 11^h $20'$ du matin, & que nous n'apperçûmes rien sur le Soleil dans ce tems-là, quoiqu'on le vît assez bien, je croyois que mes Tables avoient quelque défaut considerable dans cet endroit. Cependant le grand nombre d'observations sur lesquelles j'ay déterminé les mouvemens de cette Planete, & celles de son passage par le meridien dés l'année 1699 & les suivantes, comme on les a rapportées dans les Memoires de l'Academie, ne pouvant point me faire soupçonner que je fusse fort écarté d'avec le Ciel, j'ay crû enfin que je ne devois pas m'assurer tout à fait sur le calcul de nos Ephemerides, qui n'avoit pas été fait tout exprés pour ce tems-là, & que je devois l'examiner moy-même avec attention.

C'est ce qui m'a engagé de reprendre l'observation d'Hevelius, & de la calculer tout de nouveau par mes Tables, pour voir comment elles s'y accordoient, & j'ay trouvé qu'elles donnoient la position de Mercure éloignée seulement de $3'$ de celle qu'il a déterminée, & qu'il rapporte lui-même. Cette difference est fort petite par rapport au mouvement propre de cette Planete dans ce tems-là, qui est de $2'$ par heure.

Ensuite j'ay calculé de même le lieu du Soleil & de

Mercure pour les 5 & 6 May de cette année à 11^h du matin, & j'ay trouvé que bien loin que Mercure fût joint au Soleil au tems marqué par les Ephemerides, il en étoit encore éloigné de 32′ 14″ le 5e à 11^h du matin. Car par mes Tables le lieu du Soleil étoit au 14° 9′ 30″ du ♉, & celui de Mercure au 14° 41′ 44″, & la latitude de Mercure étoit alors de 8′ 57″ boreale.

Le 6e ensuite aussi à 11^h du matin j'ay trouvé le lieu du Soleil au 15° 8′ 3″ du ♉, & celui de Mercure au 14° 5′ 46″ du ♉, car Mercure étoit retrograde, & qu'il avoit 8′ 4″ de latitude australe.

Le mouvement journalier de Mercure au Soleil étoit donc alors de 1° 34′ 30″, & par consequent le mouvement horaire de 3′ 56″ $\frac{1}{4}$. C'est-pourquoy il convient 8^h $\frac{1}{4}$ pour les 32′ 14″ de difference que nous avons trouvée cy-dessus depuis les 11^h du matin du 5e May jusqu'au tems de la vraie conjonction au Soleil. Ainsi elle n'a dû être que le soir de ce même jour à 7^h $\frac{1}{4}$.

Mais sa latitude étoit le 5e à 11^h du matin de 8′ 57″ boreale, & le 6e à 11^h du matin de 8′ 4″ australe, ce qui donne une difference de 17′ 1″ par jour: Donc pour les 8^h $\frac{1}{4}$ il convient 5′ 51″, & par consequent la latitude de Mercure au tems de sa conjonction au Soleil devoit être de 3′ 6″ boreale; ainsi Mercure auroit dû passer proche du centre du Soleil.

Enfin comme le Soleil ne se couchoit ce jour-là à Paris qu'à 7^h 21′, on l'auroit pû voir pendant la moitié de son cours dans le Soleil, & il auroit dû y entrer vers les 4^h du soir. J'examinay attentivement le Soleil pendant toute cette journée depuis son lever jusqu'au soir, & il ne paroissoit encore rien sur son disque. Le Ciel avoit été assez broüillé toute la journée, & il l'étoit encore plus au couchant. Pour le 6e au matin vers le lever du Soleil on n'y voyoit point Mercure.

Comme nous n'avons point eu de communication d'observations du 5e au soir qui n'ayent été faites dans des lieux plus orientaux, on n'a pas dû y voir Mercure dans le So-

leil. On peut donc conjecturer que cette conjonction sera arrivée le 5e vers les 10 ou 11 heures du soir; & par consequent mes Tables seront écartées du Ciel de 3^h ou 3$^h \frac{1}{2}$. Mais Mercure faisoit alors de son mouvement propre un peut moins de 2′ par heure; ainsi mes Tables donneront la position de Mercure moins avancée qu'elle ne devroit être de 6′ ou 7′, ce qui n'est pas considerable pour cette Planete dans cette position, ses mouvemens étant si promts & si irréguliers, comme il est connu de tous les Astronomes.

METHODE GENERALE

Pour former les Systêmes temperés de Musique, & du choix de celui qu'on doit suivre.

PAR M. SAUVEUR.

I.

Des inconveniens du Systême Diatonique juste.

Dans un Systême de Musique l'on a en vûë de partager tellement l'octave en plusieurs intervalles, & de distinguer les sons qui font ces partages, que les distances réciproques de ces sons fassent des accords agreables à l'oreille, & qui conviennent au chant qui est en usage. 1707. 25. Juin.

Le Systême que nous suivons en Europe, & que nous regardons comme le plus naturel, est *le Diatonique*, qui partage l'octave par des *semitons majeurs*, par des *tons mineurs & majeurs*. Ce partage de l'octave se fait par des sons ausquels on a donné les noms de *ut. re. mi, fa. sol. la. si, ut*, & que nous croyons devoir être changez en ceux-cy, *pa. ra. ga, so. bo. lo. do, pa*, pour les raisons que nous avons marquées dans les Memoires de l'Academie de l'année

1701. page 335. Les accords qu'on a en vûë sont les consonances parfaites, *l'octave*, *la quinte & la quarte*: les imparfaites, *les tierces & les sixtes majeures & mineures*: les dissonances diatoniques, *les secondes & septièmes majeures & mineures*, *le triton & la fausse quinte*. Ces mêmes accords qu'on appelle aussi intervalles, étant considerez selon l'ordre qu'ils tiennent dans l'octave, sont *les secondes*, *les tierces*, *les quartes*, *les quintes*, *les sixtes*, *& les septièmes*, dont *les mineures* sont désignées par les chiffres 2, 3, 4, 5, 6, 7, & *les majeures* par ceux-cy II, III, IV, V, VI, VII, & *l'octave* par VIII. Les plus petits intervalles dont les sommes forment les intervalles précedens, & que nous appellons leurs élemens, sont *le semiton majeur*, *le ton mineur & le ton majeur*, que nous désignons par les lettres *S*, *t*, *T*. L'on peut voir tout ce que nous marquons icy dans les premieres colomnes de la Table des Systêmes qui est cy-aprés, ou dans la premiere Planche de nôtre Systême general qui est dans les Memoires de l'Academie des Sciences de l'année 1701.

Enfin nous representerons dans la Table suivante les noms des sons de deux octaves de suite, avec les raports de ces sons, c'est à dire les raports des nombres qui marquent les vibrations que font ces sons. Nous y ajoûterons les élemens ou les petits intervalles qui sont entre ces sons.

24.	27.	30,	32.	36.	40.	45,	48.	54.	60,	64.	72.	80.	90,	96
VT.	*RE*.	*MI*,	*FA*.	*SOL*.	*LA*.	*SI*,	*ut*.	*re*.	*mi*,	*fa*.	*sol*.	*la*.	*si*,	ut
T	*t*	*S*	*T*	*t*	*T*	*S*	*T*	*t*	*S*	*T*	*t*	*T*	*S*	

Au lieu des nombres cy-dessus 24. 27. 30, &c. on auroit pû mettre ceux-cy 72. 80. 90, 96 &c. & alors entre *VT. RE. MI*, *ut. re. mi*, on auroit mis *tT* au lieu de *Tt*. Mais comme cela est indifferent, nous nous en tiendrons aux premiers nombres, parcequ'ils sont les plus simples.

La Table précedente represente le Systême Diatonique juste, dans laquelle si nous examinons en particulier les intervalles réciproques, nous y remarquerons les choses suivantes.

1. Toutes les octaves sont égales entr'elles, comme *VT*, *ut* : *RE*, *re*, &c.

2. Les secondes mineures *S* sont égales, comme *MI*, *FA* : *SI*, *VT*, mais les majeures *t*, *T* sont inégales; car *T* est plus grand que *t* d'un comma, que nous désignerons par *c*, de sorte que *T* est égal à *tc*.

3. Les tierces mineures *TS* sont justes entre *MI*, *SOL* : *LA*, *ut* : *SI*, *re*; mais trop foibles d'un comma entre *RE*, *FA* étant *tS*. Les tierces majeures *Tt* sont toutes égales *VT*, *MI* : *FA*, *LA* : *SOL*, *SI*.

4. La quarte mineure qu'on appelle simplement quarte *TtS* est juste entre *VT*, *FA* : *RE*, *SOL* : *MI*, *LA* : *SOL*, *ut* : *SI*, *mi*; mais elle est trop forte d'un comma entre *LA*, *re* étant *TTS*. La quarte majeure qu'on appelle triton est *TtT* entre *FA*, *SI*.

5. Les grands intervalles qui sont les quintes, les sixtes & les septiémes, tant majeures que mineures, sont les complémens des petits intervalles précedens; ainsi ils sont entre les sons de même nom dans un ordre renversé. C'est-pourquoy la quarte étant *VT*, *FA*, la quinte qui est son complément sera *FA*, *ut*. D'où l'on peut tirer les consequences suivantes. 1°. Que pour avoir les élemens d'un grand intervalle de l'octave 3*T* 2*t* 2*S*, il faut ôter les élemens du petit intervalle qui en est le complément; ainsi ôtant la quarte *TtS*, il restera 2*T* *t* *S* pour la quinte. 2°. Que les mêmes varietés qui sont dans les petits intervalles se rencontrent dans les grands qui sont leurs complémens; ainsi les secondes mineures & les tierces majeures étant toutes justes, les septiémes majeures & les sixtes mineures le seront aussi, & les autres petits intervalles étant alterés d'un comma entre certains sons, les grands intervalles qui sont leurs complémens seront alterés entre les mêmes sons renversés; ainsi la quarte *LA*, *re* étant trop forte d'un comma, la quinte *RE*, *LA* sera trop foible d'un comma. C'est-pourquoy il suffit d'examiner dans un Systême les petits intervalles, c'est à dire les secondes, les tierces & les quartes tant majeures que mineures.

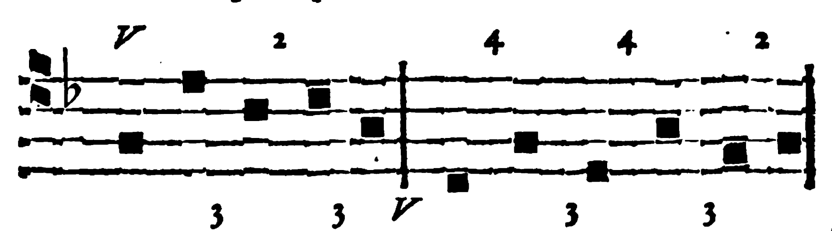
Ce que nous venons de dire regarde le Systême Diatonique juste; un chant ou un air composé selon ce Systême ne peut être executé que par des Voix ou des Instrumens que je réduits à trois classes. Dans la premiere je renferme les Voix, les Violons & les Instrumens dont la justesse dépend de l'oreille seule. Dans la seconde les Trompettes, les Flutes, les Hautbois, la Basse de Viole, le Theorbe, la Guitarre, & generalement ceux dont le son est reglé par des ressauts, par des trous, ou par des touches, mais qui peut être corrigé par une oreille fine. Dans la troisiéme l'Orgue, le Clavecin & les machines dont les sons dépendent seulement des touches d'un clavier, sans pouvoir être corrigés par celui qui joüe.

On ne peut appliquer le Systême Diatonique juste à aucune de ces trois classes. Car, 1°. Si les Instrumens ou machines de la troisiéme classe ont leurs sons reglés selon les raports des nombres marqués dans la Table precedente; & si aprés un son on doit faire un intervalle qui se trouve alteré d'un comma, par exemple, si aprés *LA* on doit monter d'une quarte en *re*, on ne le pourra pas, car la quarte *LA, re* est trop forte d'un comma.

2°. Dans les Instrumens de la premiere & seconde classe on doit penser la même chose par rapport à ceux qui commencent; car dans la premiere classe ils s'accoûtument à fixer les noms *ut*, *re*, *mi*, *fa*, &c. à des sons determinés, & dans la seconde classe aux sons qui sont reglés par les ressauts, par les trous, ou par les touches des Instrumens; & alors ils tombent dans l'inconvenient que nous venons de marquer à l'égard des Instrumens de la troisiéme classe, lequel ne peut être au plus corrigé que par les plus habiles.

3°. Les plus habiles même ne peuvent pas suivre le Systême Diatonique juste dans les Voix & les Instrumens de la premiere & seconde classe. Car ils commencent & finissent ordinairement un chant ou un air par la même note, ayant été de la premiere à la derniere par differens intervalles, en montant & en descendant: or si aprés

avoir ôté les mêmes intervalles qui se trouvent en montant & en descendant, il reste d'un côté des tons majeurs, des tierces ou des sixtes mineures, ou enfin des quintes, & de l'autre côté des tons mineurs, des tierces ou des sixtes majeures, ou enfin des quartes; & si on chante tous ces intervalles avec justesse, la derniere note sera plus haute ou plus basse d'un ou plusieurs comma que la premiere. Prenons pour exemple une élevation d'une Litanie qu'un Religieux envoye au R. P. Buffier, dont les notes principales sont les suivantes.



Dans ces intervalles la quinte *V* est commune, les autres intervalles montans sont 2, 4, 4, 2, dont les élemens sont 2*T* 2*t* 4*S*. Les descendans sont 3, 3, 3, 3, dont les élemens sont 4*T* 4*S* : ôtant de ces élemens ce qui est de commun, il restera aux intervalles montans 2*T* égaux à 2*t* 2*c*, & aux descendans 2*t*; de sorte qu'en chantant les intervalles justes, le dernier *ut* sera plus haut que le premier de 2 comma. Si l'*ut* de l'élevation suivante est à l'unisson du dernier *ut* de l'élevation précedente, & si la Litanie a 55 élevations, l'*ut* final de la 55e élevation sera plus élevé que le premier *ut* de 110 comma, ou de deux octaves; ce qui paroît si absurde à ce Religieux, qui d'ailleurs est persuadé que les Chantres chantent juste, qu'il aime mieux croire que les raports des sons qui forment ces intervalles sont autres que ceux qu'on a coûtume de leur donner, par exemple, que la quinte ne consiste pas dans le raport de 2 à 3, mais dans un autre raport qui est tel qu'il aide à sauver l'inconvenient précedent. Mais on peut lui répondre que la justesse de la voix des Chantres n'est pas telle qu'ils ne puissent s'éloigner de la précision

d'un intervalle, de quelque partie d'un comma sans qu'on s'en apperçoive, comme j'ay remarqué avec un Monochorde auquel j'avois appliqué mes Eptamerides, & que j'ay décrit à la page 316 des Memoires de l'Academie de l'année 1701.

Il vaut mieux dire avec M. Hugens * que l'oreille du Musicien conservant l'idée du son du premier *ut*, il y retombe naturellement par un changement imperceptible de ces intervalles qu'on rend par-là un peu alterés, ce qui marque la necessité d'un Systême temperé.

* Cosmotheoros pag. 77.

II.

De la maniere de former les Systêmes temperés.

Le Systême Diatonique, dont le Chromatique & l'Enharmonique des Musiciens dépendent, a pour élemens de son octave 3 *T* 2 *t* 2 *S*; mais pour rendre temperé ce Systême au lieu des tons majeurs & mineurs *T t*, il faut prendre un ton moyen; alors l'octave sera composé de 5 tons & de 2 semitons; Et pour trouver les raports entre ces tons, ces demi-tons & l'octave, il faut diviser l'octave en parties égales, dont les tons en contiendront un certain nombre, & les demi-tons un autre.

L'octave est l'accord de deux sons, dont le raport des vibrations est de 1 à 2; de sorte que pour diviser l'octave, par exemple, en 43 parties égales, il faut trouver 42 moyennes proportionelles entre 1 & 2.

Pour trouver des moyennes proportionelles entre deux nombres, il faut avoir recours aux extractions des racines, lesquelles étant inconnuës à la plûpart de ceux qui aiment la Musique, & étant tres-penibles aux autres, elles sont cause que cette theorie est demeurée tres-imparfaite, mais l'usage des logarithmes ôte cette difficulté. C'est-pourquoy nous nous en sommes servi pour exprimer les intervalles des sons & pour les partager, ce que nous avons fait d'une maniere differente de M. Hugens dans son Cycle harmonique *.

* Hist. des Ouvrag. des Sçav. Oct. 6. 1691.

Nous

Nous avons marqué dans nôtre Syſtême * le raport des ſons & la maniere de trouver le logarithme qui marque l'intervalle de ces ſons, en nous ſervant des petites Tables de Vlacq qui ſont fort communes. L'on trouve avec ces Tables que l'intervalle de l'octave eſt exprimé par le logarithme 301.0300 en negligeant la figurative, celui du ſemi-ton majeur *S* par 28.0287, du ton mineur *t* par 45.7575, & du ton majeur *T* par 51.1525: la difference de *T* à *t* eſt le comma 5.3950. Nous avons mis un point devant les quatre derniers chiffres, parceque les premiers chiffres qui marquent nos Eptamerides ſuffiſent pour l'uſage ordinaire.

* *Mem. de l'Ac. 1701. pages 306. & 309.*

Maintenant pour former un Syſtême temperé, il faut avoir en vûë le ſemi-ton majeur & le ton moyen: ſi du ton l'on ôte le ſemi-ton majeur, il reſtera le ſemi-ton mineur: derechef ſi du ſemi-ton majeur l'on ôte le mineur, il reſtera leur difference. Soit donc s le ſemi-ton mineur, c la difference du ſemi-ton mineur au majeur laquelle répond au comma; alors $s+c$ ſera le ſemi-ton majeur, & $2s+c$ ſera le ton moyen, & $12s+7c$ ſera l'octave qui eſt composée de 5 tons moyens & de 2 ſemi-tons majeurs.

Mais pour trouver les raports de c à s, j'ôte le ſemi-ton majeur $s+c=28.0287$ du ton $2s+c$ qui eſt 45.7575 & 51.1525, le reſte s ſera 17.7288 & 23.1238; enſuite ôtant s de $s+c=28.0287$, il reſtera c égal à 10.2999 & à 4.9049.

Comme s & c ont deux valeurs, pour avoir leur plus petit & leur plus grand raport, je diviſe le plus petit $s=17.7288$ par le plus grand $c=10.2999$, & enſuite le plus grand $s=23.1238$ par le plus petit $c=4.9049$; l'on trouvera que c eſt à s au moins comme 1 à $1\frac{21}{21}$ ou à $1\frac{5}{7}$, & au plus comme 1 à $4\frac{5}{7}$. De ſorte que ſi c eſt égal à 1, s ſera entre $1\frac{5}{7}$ & $4\frac{5}{7}$, l'octave $12s+7c$ ſera entre $27\frac{4}{7}$ & $63\frac{4}{7}$. Si l'on veut avoir le raport de c à s par l'octave, il faut diviſer 301.0300 par 10.2999 & par 4.9049; alors ſuppoſant c égal à 1, l'octave $12s+7$ ſera au moins $29\frac{4}{11}$, & au plus $61\frac{6}{11}$, & s ſera entre $1\frac{6}{7}$ & $4\frac{1}{2}$: Mais pour une plus

grande ſimplicité, nous ſuppoſerons le raport de *c* à *s* au moins de 1 à $1\frac{2}{3}$, & au plus de 1 à $4\frac{2}{3}$, & le raport de *c* à l'octave au moins de 1 à 27, & au plus de 1 à 63.

La ſimplicité d'un Syſtême demande que les valeurs de *c* & de *s* ſoient exprimées en nombres entiers. C'eſt-pourquoy ſi *c* eſt égal à 1, *s* ſera 2, 3 ou 4, & l'octave ſera 31, 43 ou 55. Si *c* eſt égal à 2, *s* ſera 4, 5, 6, 7, 8 ou 9, & l'octave 62, 74, 86, 98, 110 ou 122. Si *c* eſt égal à 3, *s* ſera 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 ou 14, & l'octave 81, 93, 105, 117, 129, 141, 153, 165, 177 ou 189, & ainſi de ſuite; où il faut remarquer que lorſque *s* eſt multiple de *c*, le Syſtême retombe dans l'un des premiers qui ſuppoſe *c* égal à 1. Si l'on ſuppoſoit *c* égal à zero & *s* égal à 1, l'octave ſeroit 12, c'eſt à dire qu'elle ſeroit diviſée en 12 ſemi-tons moyens.

III.

Table des Syſtêmes temperés comparés au Syſtême Diatonique juſte.

Les Syſtêmes temperés ſe réduiſent à ceux qui ſuppoſent $c=1$, $s=2, 3, 4$, & l'octave diviſée en 31, 43 & 55 parties; parceque les nombres qui marquent les parties de l'octave deviendroient trop grands ſi l'on ſuppoſoit $c=2, 3, 4, 5$, &c. ce qui eſt oppoſé à la ſimplicité qui doit être dans un Syſtême. Nous y ajoûterons neantmoins le Syſtême qui ſuppoſe $c=o$, & qui diviſe l'octave en 12 ſemi-tons égaux, parcequ'étant fort ſimple il a eu ſes partiſans.

Nous appellerons ces Syſtêmes, *Syſtêmes des ſemitons moyens*, *des* 31 *parties*, *des* 43 *merides*, & *des* 55 *comma*; & afin de faire le choix du plus parfait, nous commencerons par comparer les intervalles temperés de chacun de ces Syſtêmes à ceux *du Syſtême Diatonique juſte*, ce que nous ferons par le moyen de la Table ſuivante.

* *Voyez la Table ſuivante.*

* Cette Table contient pluſieurs colomnes. Dans la I. ſont les noms *des Intervalles Diatoniques*, dont les conſonances ſont en capitales, & les diſſonances en romaines.

Nous y avons ajoûté les caracteres qui les désignent, sçavoir les chiffres Arabes 2, 3, 4, 5, 6, 7, qui marquent les les intervalles mineurs, & les chiffres Romains II, III, IV, V, VI, VII, qui marquent les intervalles majeurs: de plus nous appellons les secondes, les tierces & les quartes *petits intervalles*, & les quintes, les sixtes & les septiémes *grands intervalles*. Nous mettons le triton au rang de la quarte majeure, & la fausse quinte au rang de la quinte mineure, à cause de l'analogie qu'elles ont avec les intervalles majeurs & mineurs.

La II. colomne contient *les élemens des intervalles du Systême Diatonique juste*, dans lesquels *S* signifie le semiton majeur, *t* le ton mineur, & *T* le ton majeur: les autres intervalles sont composez de l'assemblage de ces 3 élemens.

La III. colomne contient *les intervalles du Systême Diatonique juste exprimés en logarithmes*, dans lesquels connoissant les logarithmes de *S*, *t*, *T*, on connoîtra les logarithmes des autres intervalles, en prenant les sommes de ces logarithmes en la place des élemens marqués dans la II. colomne.

La IV. contient les élemens *des Systêmes temperés* qu'on trouve aisément par ceux de la colomne II, en mettant *s c* en la place de *S*, & 2*s c* en la place de *T* & de *t*.

La V. colomne contient *le Systême temperé des 12 semitons moyens*, qui suppose $c = o$ & $s = 1$, & par consequent l'octave 12*s* divisée en 12 parties égales qu'on appelle semi-tons moyens.

Cette colomne, aussi-bien que les 3 suivantes, est subdivisée en 3 autres colomnes; dont la premiere marque les parties qui composent chaque intervalle de ce Systême, en supposant $s = 1$ & $c = o$ de la colomne IV. La seconde contient l'octave 301.0300, & 1 douziéme partie 25.0858 de l'octave multipliée par les nombres de la premiere colomne. La troisiéme contient les differences des intervalles de ce Systême temperé avec ceux du Systême juste de la III. colomne. Dans ces differences le signe —

TABLE pour comparer les Systêmes temperés

	I. Intervalles Diatoniques.		II. *Elemens du Systême juste.*	III. *Systême Diatonique juste en logarithmes.*	IV. *Elemens des Systêmes temperés.*	V. *Systême temperé des 12 semi-tons moyens.*		
						Semitons.	c=0. s=1	*Differences.*
	VIII.	OCTAVE	3T, 2t, 2s	301.0300	12s 7c	12	301.0300	0.0000
			comma	5.3950	c	0		
Petits Intervalles.	2	Seconde min.	S	28.0287	s c	1	25.0858	-2.9429
	II.	Sec. maj. { *min.* / ou *Ton* { *maj.*	t / T	45.7575 / 51.1525	2s c	2	50.1717	4.4142 / -0.9808
	3	TIERCE MIN.	T S	79.1812	3s 2c	3	75.2575	-3.9237
	III.	TIERCE MAJ.	T t	96.9100	4s 2c	4	100.3433	3.4333
	4	QUARTE	T t S	124.9387	5s 3c	5	125.4292	0.4905
	IV.	Triton	2T t	148.0625	6s 3c	6	150.5150	2.4525
Grands Intervalles.	5	Fausse quinte	T t 2S	152.9675	6s 4c	6	150.5150	-2.4525
	V.	QUINTE	2T t S	176.0913	7s 4c	7	175.6008	-0.4905
	6	SIXTE MIN.	2T t 2S	204.1200	8s 5c	8	200.6867	-3.4333
	VI.	SIXTE MAJ.	2T 2t S	221.8488	9s 5c	9	225.7725	3.9237
	7	sept. { *minime.* / { *mineure.*	2T 2t 2S / 3T t 2S	249.8775 / 255.2725	10s 6c	10	250.8583	0.9808 / -4.4142
	VII.	septiéme maj.	3T 2t S	273.0013	11s 6c	11	275.9442	2.9429

avec le Systême Diatonique juste.

VI.			VII.			VIII.		
Systême temperé des 31 parties.			*Systême temperé des 43 merides, ou des 301 eptamer.*			*Systême temperé des 55 comma.*		
Parties.	C=1. S=2	*Differences.*	*Merides.*	C=1. S=3 Eptamerides.	*Differences.*	*Comma.*	C=1. S=4	*Differences.*
31	301.0300	0.0000	43	301.0000	0.0300	55	301.0300	0.0000
1	9.7106	4.3156	1	7.0000	1.6050	1	5.4753	0.0783
3	29.1319	1.1032	4	28.0000	-0.0287	5	27.3664	-0.6623
5	48.5532	2.7957 -2.5993	7	49.0000	3.2425 -2.1525	9	49.2595	3.5020 -1.8931
8	77.[illegible]852	-1.4960	11	77.0000	-2.1812	14	76.6258	-2.5554
10	97.1064	0.1964	14	98.0000	1.0900	18	98.5188	1.6088
13	126.2382	1.2997	18	126.0000	1.0613	23	125.8853	0.9466
15	145.6597	-2.4028	21	147.0000	-1.0625	27	147.7784	-0.2841
16	155.3703	2.4028	22	154.0000	1.0325	28	153.2516	0.2841
18	174.7916	-1.2997	25	175.0000	1.0913	32	175.1447	-0.9466
21	203.9236	-0.1964	29	203.0000	-1.1200	37	202.5112	-1.6088
23	223.3448	1.4960	32	224.0000	2.1512	41	224.4042	2.5554
26	252.4768	2.5993 -2.7957	36	252.0000	2.1225 -3.2725	46	251.7705	1.8930 -3.5020
28	271.8981	-1.1032	39	273.0000	-0.0013	50	273.6636	0.6623

marque que les intervalles de ce Systême sont plus petits que ceux du Systême juste.

Ce Systême a son usage chés les Joüeurs d'Instrumens les moins habiles, à cause de sa simplicité & de sa facilité, pouvant transposer les notes *ut*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, sur telle touche qu'ils veulent, sans aucun changement dans les intervalles: mais les differences des intervalles de ce Systême avec ceux du Systême Diatonique juste étant trop grandes, les habiles Joüeurs d'Instrumens l'ont rejetté.

La VI. colonne marque *le Systême temperé des* 31 *parties* en supposant $c=1$ & $s=2$: elle est subdivisée en 3 colomnes comme la précedente.

M. Hugens aprés avoir trouvé exactement les intervalles de ce Systême dans son Cycle harmonique *, en montre l'excellence contre l'injuste arrest prononcé par le P. Mersenne, & auparavant par Salinas qui ne connoissoit point l'Auteur de ce Systême. Il fait remarquer la simplicité que ce Systême apporte à la theorie des tons, & le peu de difference qu'il a avec le Systême temperé, dont tous se servent, & qui est rapporté par Zarlin, qui suppose la tierce majeure & la sixte mineure justes, mais les autres intervalles augmentés ou diminués d'un quart de comma. Nous avons crû qu'il étoit plus à propos de comparer immediatement les intervalles des Systêmes temperés à ceux du Systême juste qu'à un autre temperé, puisque le juste est la regle des autres.

* *Hist. des Ouvrag. des Sçavans.* Oct. 1691. art. X.

La VII. colonne marque nôtre *Systême temperé des* 43 *merides* ou *des* 301 *Eptamerides*, qui suppose l'octave $12s+7c = 301.0000$, $c=1$ & $s=3$, ou bien $c=7$ & $s=21$.

Quoique ce Systême se déduise de la formule précedente en diminuant le logarithme de l'octave de 300, il doit neanmoins son origine à un autre principe. J'ay trouvé que le semi-ton majeur diminué de 287 se réduisoit à 28.0000, & que 301.0000 & 28.0000 étoient divisibles par 7: ôtant de l'octave les 2 semitons majeurs 56.0000, il restoit 245.0000 pour la valeur des 5 tons, dont chacun étoit par consequent 49.0000 qui est encore divisible par

7. Divisant donc ces nombres par 7, & retranchant les 4 zeros, l'octave s'est trouvé divisée en 43 parties égales, que j'ay appellé *Merides*, dont chacune est subdivisée naturellement en 7 parties, que j'ay appellé *Eptamerides*, qui suffisent pour la pratique: mais en faveur de ceux qui aiment la theorie, j'ay encore subdivisé ces Eptamerides en 10 *Decamerides*.

La VIII. colonne contient *le Systême temperé des 55 comma*, qui est celui dont les Musiciens ordinaires se servent. Dans ce Systême *c* est égal à 1 & *s* égal à 4. On appelle comma les parties 5.4733 dans lesquelles l'octave est divisée, parcequ'elles ne different du veritable comma 5.3950 que de 783 qui n'en est que $\frac{1}{69}$.

Je n'ay point mis les Systêmes temperés de 19 ni de 67 parties, parceque tous deux faisant *c* égal à 1, le premier suppose *s* égal à 1 qui est au dessous de $1\frac{2}{3}$, & le second suppose *s* égal à 5 qui est au-dessus de $4\frac{2}{3}$. Nous avons montré cy-dessus que les valeurs de *s* ne devoient point passer ces deux termes.

Je ne parle point aussi du Systême temperé raporté par Zarlin qui est aussi décrit dans la Lettre de M. Hugens, parcequ'il ne suppose point l'octave divisée en parties égales pour en donner un certain nombre à chaque intervalle, & marquer par-là les raports de ces intervalles entre eux & à l'octave.

Pour déterminer ce que l'on doit penser de la justesse de chaque Systême temperé, il faut jetter les yeux sur les differences marquées dans les troisiémes colonnes de chaque Systême temperé, dans lesquelles le signe — marque les differences défaillantes, ce qui arrive lorsque l'intervalle temperé est plus petit que le juste de la colomne III, & les differences qui n'ont point de signes sont excedantes, ce qui arrive lorsque l'intervalle temperé est plus grand que le juste.

L'on sçait que les logarithmes dont nous nous servons ne sont pas absolument justes, parcequ'ils sont presque tous incommensurables; mais que plus le nombre des

chiffres eſt grand moins l'erreur eſt grande, & que cet erreur ne monte pas à la moitié de l'unité du dernier chiffre, parceque ſi les chiffres qu'on retranche ſont plus petits que la moitié de cette unité, on les neglige, & que s'ils ſont plus grands, on augmente le dernier chiffre de 1.

Pour juger des erreurs qui viennent de la part des logarithmes, ou des differences marquées dans les troiſiémes colomnes de chaque Syſtême, il faut les comparer à quelque choſe de connu par les Muſiciens, ſçavoir 1°. A nos Eptamerides, parcequ'elles commencent à être connuës dans les monochordes que l'on fait. Ces Eptamerides ſont preſque la cinquiéme partie du comma. 2°. Au comma 5.3950 qui eſt la difference du ton mineur au ton majeur. 3°. A l'Octave 301.0300 qui eſt l'intervalle le plus connu. 4°. Aux vibrations que font les ſons dont nous examinons l'intervalle.

I. Si l'on ſe ſert, comme nous avons fait, de tous les 7 chiffres marquez dans les logarithmes des petites Tables de Vlacq, l'erreur qui n'eſt au plus que de $\frac{1}{2}$ de l'unité du dernier chiffre, eſt moindre que $\frac{1}{20000}$ de nos Eptamerides, que $\frac{1}{107900}$ d'un comma, que $\frac{1}{6020600}$ d'une octave, ou enfin qu'une vibration ſur 8685800, ce qui n'eſt abſolument d'aucune conſequence.

Si l'on retranche les 3 derniers chiffres de ces logarithmes, l'erreur dans les autres qui forment nos Décamerides n'eſt au plus que $\frac{1}{20}$ d'une Eptameride, $\frac{1}{108}$ d'un comma, $\frac{1}{6021}$ de l'octave, & 1 vibration ſur 8685.

Enfin ſi l'on retranche les 4 derniers chiffres comme nous avons fait pour en former nos Eptamerides, l'erreur ne ſera au plus que $\frac{1}{2}$ Eptameride, ou $\frac{1}{11}$ d'un comma, ou $\frac{1}{602}$ d'une octave, ou 1 ſur 870 vibrations: ce degré de préciſion ſuffit pour la pratique.

II. Il eſt aiſé de juger de la difference des intervalles temperés aux intervalles juſtes par les Eptamerides, parceque nous les avons marquées dans les troiſiémes colomnes de chaque Syſtême par le chiffre qui eſt devant le point: ceux qui ſont aprés le point marquent une partie d'une

d'une Eptameride divisée en 10000. C'est ainsi que nous voyons que la quinte du Systême de 31 est trop foible d'une Eptameride & $\frac{2997}{10000}$ ou $\frac{3}{10}$ de plus, cette comparaison des differences aux Eptamerides est la plus simple.

Si l'on veut sçavoir quelle partie du comma est une difference, il faut diviser le comma 5.3950 par cette difference ; ainsi l'on voit que la précedente difference 1.2997 est 4 fois dans le comma où est $\frac{1}{4}$ du comma.

De même si l'on divise l'octave 301.0300 par cette difference 1.2997, l'on trouvera que cette difference sera $\frac{1}{232}$ de l'octave.

Enfin si l'on divise 4343000 vibrations par la même difference 1.2997, l'on trouvera que la difference sera de 1 vibration sur 334 vibrations que doit faire l'un des sons qui forment l'intervalle.

III. Si l'on compare les grands intervalles de tous les Systêmes aux petits, l'on trouvera, 1°. Que la somme des 2 intervalles également éloignés des extrêmes fait l'octave 301.0300, (ou 301.0000 dans la VII colomne), parcequ'ils sont complémens l'un de l'autre à l'octave.

2°. Qu'un intervalle & son complément ont la même difference, excepté que dans l'un elle est excedante, & dans l'autre elle est défaillante : neanmoins celles de la VII colomne ne sont pas tout à fait les mêmes, leur somme ou leur difference étant 300, qu'on peut negliger, parceque 300 n'est que $\frac{1}{33}$ d'une Eptameride.

3°. La seconde majeure étant double dans la III colomne, sa difference à celle des autres colomnes sera double, & la somme de ces differences sera le comma 5.3950. La même chose arrivera à la septiéme mineure qui est son complément.

On voit par-là que pour trouver le Systême temperé le plus exact, il suffit d'examiner les petits intervalles, puisque les grands ont les mêmes differences.

IV. Si l'on compare le même intervalle dans tous les Systêmes temperés, pourvû que l'on en ôte le Systême de 12 de la colomne V, l'on fera les remarques sui-

vantes sur les autres Systêmes de 31, de 43 & de 55.

1°. Que l'intervalle est le plus petit dans l'un des Systêmes extrêmes, & le plus grand dans l'autre, & que le Systême 43 tient le milieu; ainsi la quarte est la plus petite dans le Systême 55, & la plus grande dans le Systême 31.

2°. Cette analogie se trouvera de même dans tous les Systêmes temperés possibles. Supposons, par exemple, *c* égal à 3. 1°. Si *s* est égal à 6, 9, 12 multiples de 3, ces Systêmes seront, comme nous avons dit, les mêmes que les trois Systêmes précedens de 31, de 43 & de 55, qui supposent *c* égal à 1 & *s* égal à 2, 3, 4, & par consequent les differences seront aussi les mêmes. 2°. Si *s* est 25, 26 ou tout autre nombre entre 24 & 36, ou entre 36 & 48, les differences de ces nouveaux Systêmes iront en augmentant ou en diminuant par ordre entre les differences qui sont dans les Systêmes de 31, de 43 & de 55. 3°. Enfin si *s* est 5 qui est au-dessous de 6, ou 13, 14 qui sont au-dessus de 12, les differences suivront la même analogie, c'est à dire, elles continuëront d'augmenter ou de diminuer à proportion de ce que *s* s'éloignera des extrêmes 6 & 12.

3°. Les differences sont défaillantes dans le triton & la tierce mineure, & excedantes dans la quarte & la tierce majeure. A l'égard de la seconde mineure elle est défaillante dans les Systêmes de 55 & de 43, & excedante dans le Systême de 31. La seconde majeure a une difference excedante, & l'autre défaillante. Le contraire arrive dans les differences des grands intervalles.

4°. Les differences les plus petites sont aux quartes & aux quintes dans le Systême de 55, aux tierces & aux sixtes dans le Systême de 31, & à la secönde mineure & septiéme majeure dans le Systême de 43.

IV.

Du choix du Systême temperé.

I. Nous avons trouvé que les termes de la valeur de *s*

étoient entre $1\frac{2}{3}$ & $4\frac{2}{3}$, ainſi nous rejettons les Syſtêmes temperés dont le raport de *c* à *s* eſt au-deſſous de 1 à $1\frac{2}{3}$, & au-deſſus de 1 à $4\frac{2}{3}$, & nous n'admettons que ceux dont le raport eſt de 3 à quelque nombre entre 5 & 14.

L'on voit par-là que le Syſtême des 12 ſemi-tons moyens doit être rejetté, d'autant plus que les differences des tierces & des ſixtes ſont environ les $\frac{2}{3}$ d'un comma.

II. Un Syſtême temperé doit être ſimple, & pour cela il doit diviſer l'octave dans un petit nombre de parties, en rendant les differences des intervalles temperés à ceux qui ſont juſtes, les moindres qu'il eſt poſſible. C'eſt-pourquoy il faut prendre l'un des Syſtêmes qui ſuppoſent *c* égal à 1, & *s* égal à 2, 3, 4, c'eſt à dire l'un des Syſtêmes de 31, de 43 & de 55, & rejetter ceux qui ſuppoſent *c* égal à 2, 3, 4, 5, &c.

III. L'uſage montre dans la Muſique que des conſonances temperées ou également alterées ne choquent pas tant l'oreille que des conſonances plus alterées, mêlées avec d'autres plus juſtes, & c'eſt en cela que le Syſtême juſte devient inſupportable par les conſonances alterées d'un comma mêlées avec les autres qui ſont juſtes. C'eſt-pourquoy le Syſtême de 43 qui tient un milieu entre les deux autres de 31 & de 55 leur eſt préferable; car dans ce Syſtême de 43 la tierce majeure, les quartes, les quintes & la ſixte mineure ont pour difference 1 Eptameride aſſez préciſe, n'ayant pas $\frac{1}{8}$ d'Eptameride de plus.

La tierce mineure & la ſixte majeure ont à la verité $2\frac{1}{6}$ d'Eptameride de difference : mais l'experience montre qu'une grande difference eſt plus ſupportable dans les conſonances, dont le raport eſt exprimé par de grands nombres, comme dans la tierce mineure qui eſt de 5 à 6, que dans les intervalles dont les raports ſont exprimés par de petits nombres, comme dans la quinte qui eſt de 2 à 3.

IV. Pour confirmer le choix que nous faiſons du Syſtême des 43 merides, nous apporterons les raiſons ſuivantes.

1. En ôtant 300 de l'octave 301.0300, on réduit nôtre Systême à des nombres si simples qu'on en peut retrancher les 4 derniers zeros, & le reste donne justement nos Eptamerides.

Ces 300 que nous retranchons de l'octave sont de nulle conséquence; car ils ne sont que $\frac{1}{33}$ d'une Eptameride, ou $\frac{1}{120}$ d'un comma qui n'est nullement sensible.

2. Ces Eptamerides qui se trouvent divisibles par 7, nous donnent nos Merides; de sorte que cet avantage nous donne des parties qui se divisent naturellement en d'autres parties, ce qui ne se rencontre point dans les autres Systêmes.

3. Nos Merides multipliées par 7 forment nos Eptamerides, qui sont des logarithmes avec lesquels on trouve tout d'un coup dans les Tables ordinaires le nombre des vibrations du son le plus aigu des deux qui forment l'intervalle marqué par ces Eptamerides, en supposant que le plus grave en fasse 10000, & que les logarithmes ayent 4 pour figurative; ainsi la quinte étant de 25 Merides ou de 175 Eptamerides, on trouvera dans les grandes Tables de Vlacq, ou par les petites Tables, que 4.1750000 est le logarithme du nombre des 14963 vibrations du son aigu, & par conséquent que le raport de deux sons qui font une quinte temperée ont leurs vibrations dans le raport de 10000 à 14963.

Le même avantage arrive lorsqu'on joint les Décamerides aux Eptamerides.

Dans les autres Systêmes il faut faire plusieurs operations pour trouver ce raport, par exemple, dans le Systême de 31, la quinte étant de 18 parties, il faut faire cette analogie comme 31 est à 18; ainsi 3010300 est à 1747916 & 4.1747916 est le logarithme de 14955, ce qui demande une multiplication & une division.

4. Nos Eptamerides sont telles qu'en ajoûtant 1 ou 2 à nos Merides, on restituë l'intervalle juste avec une précision telle que l'erreur n'est pas de $\frac{1}{6}$ d'Eptameride, ou de $\frac{1}{70}$ d'un comma, ou d'une vibration sur 2590; ainsi ajoûtant une Eptameride à la quinte qui est de 25 Merides,

elſe devient juſte. Cette préciſion ſera dix fois plus grande ſi on y ajoûte nos décamerides.

M. Hugens n'a point eu en vûë de donner cet avantage au Syſtême des 31 parties, & il ne s'y trouve pas ſi naturellement, non-plus qu'au Syſtême des 55 comma.

5. Le temperament de nôtre Syſtême paroît plus naturel que celui des deux autres, en ce que l'octave & le ſemiton majeur ne cauſant point l'inconvenient qui ſe trouve dans le Syſtême juſte, mais ſeulement les tons majeurs & mineurs, nous n'alterons point ſenſiblement l'octave & le ſemi-ton, & nous prenons un milieu arithmetique entre les 3 tons majeurs & les 2 mineurs.

Nous concluons donc que le Syſtême des 43 Merides eſt le plus parfait & le ſeul qu'on doit retenir pour profiter de tous les avantages qu'on peut tirer des Syſtêmes temperés dans la Muſique & même dans toute l'Acouſtique; ce que nous avons amplement expliqué dans les Memoires de l'Academie des Sciences des années 1701 & 1702.

Nous croïons devoir ajoûter que le jugement de l'Auteur du Supplément du Journal des Sçavans du dernier Mars 1707 eſt porté trop legerement, lorſqu'il dit: *Que le Syſtême de M. Sauveur pour la diviſion du Monochorde, n'eſt proprement qu'une extenſion de celui de M. Hugens, qu'il a intitulé Cycle Harmonique.* Pourquoy l'appelle-t-il *Syſtême de M. Hugens?* qui le reconnoît être d'un autre; & en tout cas pourquoy le Syſtême de 43 eſt-il une extenſion ou une imitation de celui de 31 plutôt que l'un & l'autre de celui de 55? Il devroit plutôt dire que ces trois Syſtêmes ſont des extenſions où des concluſions de la formule $12s + 7c$ à laquelle M. Hugens n'a peut-être pas penſé, & je puis dire comme lui, *qu'on pourra me croire*, qu'en imaginant mon Syſtême je ne penſois point à celui qu'on attribuë à M. Hugens. L'Auteur du Journal ajoûte, qu'*à la verité M. Hugens n'a diviſé l'octave qu'en* 31 *intervalles égaux.... & M. Sauveur l'a diviſé en* 40, [il faut écrire 43] *parties qu'il appelle Merides, mais cette difference eſt infiniment legere.* On peut dire avec même raiſon que la

difference du Systême de M. Hugens à celui des 55 comma est aussi infiniment legere, & cet Auteur sembleroit insinuer par-là que la naissance du Systême de 43 n'est l'effet que du caprice ou d'un esprit qui veut se singulariser, & qu'on peut se servir indifferemment de tous ces Systêmes: L'on voit par les raisons que j'ay apportées ce que l'on doit penser là-dessus. On ne sçauroit trop souhaiter que ceux qui font profession de parler des Ouvrages d'autrui gardent la plus exacte moderation dans le jugement qu'ils en portent, pour ne pas priver le public de tous les avantages qu'il peut tirer des découvertes qui se font dans les Sciences.

DES MOUVEMENS

Variés à volonté, comparés entr'eux & avec les uniformes.

PAR M. VARIGNON.

1707. 6. Juillet. DAns les Mémoires de 1693. j'ay donné une Regle générale des Mouvemens accélérés suivant les puissances des tems, en voici présentement pour toutes les variations possibles de vitesses reglées sur telles affections des tems qu'on voudra, avec la maniére de comparer tous ces mouvemens, soit accélérés, soit retardés, soit tantôt l'un & tantôt l'autre, entr'eux & avec les uniformes.

DÉFINITION I.

Par le mot d'*Instant* nous entendrons ici une particule de tems infiniment petite, ou (pour parler comme quelques modernes depuis M. Descartes) indéfiniment petite, c'est à dire, moindre que quelque grandeur assignable de tems que ce soit: C'est ce qu'en langage des Anciens l'on appelleroit *minor quàvis quantitate datâ*. C'est aussi ce qu'on entend par les *Elémens* d'un corps ou d'un espace,

& par les *points* dont on dit quelquefois que ce corps ou cet eſpace eſt compoſé.

DÉFINITION II.

Quoique dans le mouvement il n'y ait de réel ou d'abſolu que la maſſe ou quantité de matiére du corps mû, l'eſpace qu'il parcourt, la force qui le lui fait parcourir, & le tems qu'il y emploïe, on ne laiſſe pas d'ordinaire d'y concevoir encore une autre choſe qu'on appelle *viteſſe*. Par ce mot on entend le raport de l'eſpace au temps emploïé à le parcourir : de ſorte que plus cet eſpace eſt grand par raport à ce tems, ou ce tems petit par raport à cet eſpace, plus dit-on qu'a été grande la viteſſe avec laquelle il aura été parcouru.

COROLLAIRE.

Suivant ce langage on voit qu'en prenant e pour l'eſpace parcouru, & t pour le tems emploïé à le parcourir, la fraction $\frac{e}{t}$ exprimera tellement la viteſſe de ce mouvement, qu'elle en ſera la meſure préciſe pendant toute ſa durée, ſi cette viteſſe y eſt toûjours la même ; & $\frac{de}{dt}$, pendant chaque inſtant dt de ſa durée, quelle qu'en ſoit la viteſſe, en prenant ici d pour la caractériſtique d'un infiniment petit.

Il eſt ici à remarquer que l'eſpace & le tems étant des grandeurs hétérogenes, ce n'eſt point proprement elles qu'on compare enſemble dans le raport qu'on appelle viteſſe, *mais ſeulement les grandeurs homogenes qui les expriment, leſquelles ſont ici, & ſeront toûjours dans la ſuite, ou deux lignes, ou deux nombres, ou deux telles autres grandeurs homogenes qu'on voudra.*

DÉFINITION III.

On appelle ici en général *Mouvement varié* ou de *viteſſes variées*, celui dont les viteſſes croiſſent ou décroiſſent de quelque maniére ou ſuivant quelque proportion que ce ſoit : On le dit *accéléré* ou *croiſſant*, tant qu'elles croiſſent ou augmentent ; & *retardé* ou *décroiſſant*, tant

qu'elles décroissent ou diminuënt : Lá vitesse en sera aussi dite *accélérée* dans le premier cas, & *retardée* dans le second. La quantité dont elle augmentera à chaque instant, sera aussi appellée son *accélération* ou son *accroissement instantanée* ; & la quantité dont elle diminuëra à chaque instant, sera de même appellée son *retardement* ou son *décroissement instantanée*. Nous appellerons aussi *vitesse entiere instantanée*, ou simplement *vitesse*, tout ce que le corps mû en aura à chaque instant de son mouvement : je dis *simplement vitesse*, toute vitesse étant instantanée.

DÉFINITION IV.

Un mouvement, soit toûjours accéléré, soit toûjours retardé, soit tantôt accéléré, & tantôt retardé, en un mot varié ou de vitesses variées de quelque maniére que ce soit, sera dit dans la suite *varié* ou *varier continuëment*, ou bien aussi de *vitesse continuëment variée*, lorsque les accroissemens ou les décroissemens instantanées s'en feront de suite dans des instans non interrompus, & seront tous de même genre, par éxemple tous finis, tous infiniment petits du premier genre, tous infiniment petits du second, &c. non-seulement les accroissemens entr'eux, & les décroissemens aussi entr'eux, mais encore les accroissemens de même genre que les décroissemens, quelques raports qu'ils aïent d'ailleurs entr'eux. Au contraire un mouvement ou des vitesses seront dites *varier discontinuëment* ou *par sauts*, lorsque les accroissemens ou les décroissemens, ou les uns & les autres, n'en seront plus ainsi de même genre, ni dans des instans de suite & non interrompus.

DÉFINITION V.

De même un mouvement ou des vitesses qui croissent toûjours sans décroître, ou qui décroissent toûjours sans croître, seront dites *croître* ou *décroître continuëment* lorsque leurs accroissemens ou leurs décroissemens instantanés seront tous de même genre & sans interruption. Ces accroissemens ou décroissemens de même genre, faits ainsi de suite dans des instans non interrompus, suivant quelque

quelque proportion qu'ils ſe faſſent, ſeront auſſi appellés dans la ſuite *accroiſſemens* ou *décroiſſemens continus*. Au contraire lorſque les viteſſes croîtront ou décroîtront autrement, on les dira *croître* ou *décroître diſcontinuëment* ou *par ſauts* ; & leurs accroiſſemens ou décroiſſemens inſtantanées ſeront auſſi pour lors appellés *diſcontinus* ou *par ſauts*.

Suivant le même langage un mouvement ſera dit *continuëment accéléré* ou *croître continuëment*, lorſque les viteſſes en croîtront toutes continuëment ; & *continuëment retardé* ou *décroître continuëment*, lorſqu'elles décroîtront toutes continuëment.

DEFINITION VI.

Un mouvement continuëment accéléré ſera dit auſſi *uniformément* ou *arithmétiquement accéléré* lorſque les accélérations ou les accroiſſemens continus des viteſſes en ſeront tous égaux entr'eux ; & s'il eſt continuëment retardé, on le dira auſſi *uniformément* ou *arithmetiquement retardé* lorſque les retardemens ou décroiſſemens continus de viteſſes en ſeront pareillement tous égaux entr'eux.

DEFINITION VII.

On appelle d'ordinaire *Mouvement uniforme* celui dont la viteſſe eſt toûjours la même. Mais parceque les parties d'un même corps peuvent avoir des viteſſes uniformes toutes differentes, comme lorſqu'il ſe meut en roulant, ou même ſeulement en gliſſant en ligne courbe, on prend d'ordinaire pour ſa viteſſe celle de ſon centre de gravité, laquelle eſt la même que celle de chacune de ſes parties lorſqu'il ſe meut ſeulement en gliſſant & en ligne droite, & ainſi du chemin qu'il parcourt. C'eſt auſſi de cette façon que nous prendrons tout cela dans la ſuite.

PROPOSITION GÉNÉRALE.

La somme des vitesses entières instantanées d'un corps mû avec quelque variation continuë de vitesses que ce soit, est toûjours proportionnelle à la longueur du chemin qu'elles lui font parcourir l'une aprés l'autre par instans.

DEMONSTRATION.

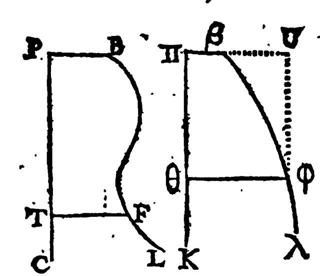
Soit e cet espace parcouru pendant le tems t, & de le parcouru pendant chaque instant dt, avec une vitesse instantanée appellée u. Le Corol. de la Déf. 2. donnera $u = \frac{de}{dt}$, ou $udt = de$. Donc $\int udt = e$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Suivant cela si l'on appelle u, v, les vitesses entiéres instantanées de deux corps quelconques C, K, mûs de mouvemens continuëment variés aussi quelconques pendant les tems t, θ; & e, ϵ, les espaces ou longueurs qu'ils parcourent pendant ces tems: l'on aura toûjours ici $\int udt. \int vd\theta :: e. \epsilon$.

COROLLAIRE II.

Cela étant, si l'on suppose deux Courbes BFL, $\beta\varphi\lambda$, dont les ordonnées TF, $\theta\varphi$, expriment ce que les corps C, K, ont de vitesse actuelle (u, v) à la fin des tems (t, θ) exprimés de même par les abscisses PT, $\Pi\theta$, des axes PC, ΠK, de ces Courbes; & ainsi des autres coordonnées correspondantes de ces mêmes Courbes; le Corollaire 1. donnera les espaces $PBFT$ ($\int udt$), $\Pi\beta\varphi\theta$ ($\int vd\theta$), comme les longueurs e, ϵ, parcouruës par les corps C, K, pendant les tems PT (t), $\Pi\theta$ (θ) : c'est à dire en général, $PBFT. \Pi\beta\varphi\theta : e. \epsilon$.



COROLLAIRE III.

Il ſuit encore de ces deux Corollaires que ſi la viteſſe υ du corps *K* eſt conſtante & toûjours la même, comme lorſqu'il ſe meut d'un mouvement uniforme quelconque, ayant alors $\int \upsilon d\theta = \upsilon\theta$, & l'eſpace $\Pi\beta\varphi\theta$ changé en parallelogramme $\Pi V\varphi\theta$; ſi l'on ſuppoſe encore le corps *C* mû d'une viteſſe u continuëment variée quelconque, il ſuit (dis-je) de ces deux Corollaires que l'on aura toûjours ici $\int udt . \upsilon\theta :: e . \varepsilon$. Et $PBFT . \Pi V\varphi\theta :: e . \varepsilon$.

Voici preſentement quelques exemples de ces trois Corollaires : nous allons commencer par les deux premiers, juſqu'aux Regles 10. *&* 11. *qui ſe déduiront de même du dernier.*

EXEMPLE I.

Trouver le raport des eſpaces e, ε, *parcourus par deux corps* C, K, *pendant les tems* t, θ, *avec des viteſſes* u, υ, *variées de la maniére que les expriment les deux équations* $u = \frac{a^n \sqrt{tt + 2at}}{\overline{a+t}^n}$, $\upsilon = \frac{\theta^\nu \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^\nu}$, *dont les quantités* a, n, ν, *ſont conſtantes, & le reſte variable.*

SOLUT. Suivant ces deux équations l'on aura $\int udt = \int \frac{a^n dt \sqrt{tt + 2at}}{\overline{a+t}^n}$, & $\int \upsilon d\theta = \int \frac{\theta^\nu d\theta \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^\nu}$. Donc (*Corol.* I.) $\int \frac{a^n dt \sqrt{tt + 2at}}{\overline{a+t}^n} . \int \frac{\theta^\nu d\theta \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^\nu} :: e . \varepsilon$.

Pour trouver preſentement les deux intégrales qui ſont les deux premiers termes de cette Analogie, ſoit $a + t = x$, ou $t = x - a$: l'on aura $\frac{a^n dt \sqrt{tt + 2at}}{\overline{a+t}^n} = \frac{a^n dx \sqrt{xx - aa}}{x^n}$. Soit de plus $xx = \frac{a^3}{a - z}$, ou $x = a^{\frac{3}{2}} \times \overline{a - z}^{-\frac{1}{2}}$: l'on aura $dx = \frac{1}{2} a^{\frac{3}{2}} \times \overline{a - z}^{-\frac{3}{2}} \times dz$, &

$x^n = a^{\frac{3n}{2}} \times \overline{a-z}^{-\frac{n}{2}}$. Donc $\frac{a^n dx}{x^n} \sqrt{xx-aa} =$

$$= \frac{\frac{1}{2} a^{\frac{3}{2}+n} \times \overline{a-z}^{-\frac{3}{2}} \times dz \sqrt{\frac{a^3}{a-z} - aa}}{a^{\frac{3n}{2}} \times \overline{a-z}^{-\frac{n}{2}}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} a^{\frac{3-n}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{n-3}{2}} \times dz \sqrt{a^3 - a^3 + aaz}}{\overline{a-z}^{\frac{1}{2}}} =$$

$= \frac{1}{2} a^{\frac{5-n}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{n-4}{2}} \times dz\sqrt{z}$ intégrable tant que n sera un nombre entier & positif pair plus grand que 2.

Soit aussi $\theta\theta + aa = yy$, ou $\theta = \overline{yy-aa}^{\frac{1}{2}}$: l'on aura $d\theta = ydy \times \overline{yy-aa}^{-\frac{1}{2}}$, & $\theta^v = \overline{yy-aa}^{\frac{v}{2}}$. Donc $\frac{\theta^v d\theta \sqrt{\theta\theta+aa}}{a^v}$

$= \frac{yydy \times \overline{yy-aa}^{\frac{v-1}{2}}}{a^v}$ intégrable aussi tant que v sera un nombre entier & positif impair quelconque.

Donc suivant l'Analogie trouvée d'abord, l'on aura ici en général $\int \frac{a^{\frac{5-n}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{n-4}{2}} \times dz\sqrt{z}}{2}$. $\int \frac{yydy \times \overline{yy-aa}^{\frac{v-1}{2}}}{a^v}$ :: $e. t.$ dont les deux premiers termes sont (ainsi qu'on le vient d[illegible]e.) intégrables tant que n est un nombre entier & positif pair plus grand que 2, & v un nombre entier & positif impair quelconque. Donc aussi,

1°. Si l'on suppose $n=4$, & $v=1$: cette supposition donnant $\int \frac{a^{\frac{5-n}{2}} \times \overline{a-z}^{\frac{n-4}{2}} \times dz\sqrt{z}}{2} = \int \frac{a^{\frac{1}{2}} \times \overline{a-z}^{0} \times z^{\frac{1}{2}} dz}{2} =$

$= \int \frac{a^{\frac{1}{2}} z^{\frac{1}{2}} dz}{2} = \frac{1}{3} a^{\frac{1}{2}} z^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} z\sqrt{az}$ (à cause qu'on a supposé ci-dessus $xx = \frac{a^3}{a-z}$, ou $z = \frac{axx-a^3}{xx}$) $= \frac{axx-a^3}{3xx} \sqrt{\frac{aaxx-a^4}{xx}}$ $= \frac{aaxx-a^4}{3x^3} \sqrt{xx-aa} =$ (à cause qu'on a aussi supposé ci-dessus $a+t=x$, ou $tt+2at=xx-aa$) $=$

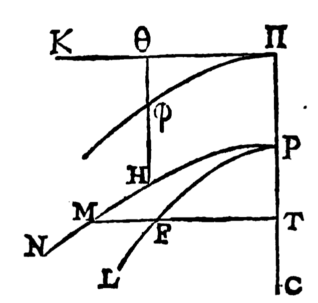
$= \frac{aatt + 2a^3t}{3\times\overline{a+t}^3}\sqrt{tt+2at}$; & $\int\frac{yydy\times\overline{yy-aa}^{\frac{v-1}{2}}}{a^v} =$
$= \int\frac{yydy\times\overline{yy-aa}^0}{a} = \int\frac{yydy}{a} = \frac{y^3-a^3}{3a}$ (à cauſe qu'on a ſuppoſé ci-deſſus $\theta\theta+aa=yy$) $= \frac{\theta\theta+aa}{3a}\sqrt{\theta\theta+aa} - \frac{1}{3}aa$: l'on aura ici $\frac{aatt+2a^3t}{\overline{a+t}^3}\sqrt{tt+2at}. \frac{\theta\theta+aa}{a}\sqrt{\theta\theta+aa}-aa :: e.\varepsilon.$ c'eſt à dire, les eſpaces e, ε, parcourus par les corps C, K, pendant les tems t, θ, en raiſon des deux premiers termes de cette Analogie.

2°. Si $n=6$, & $v=3$, cette hypothêſe donnant $\int\frac{a^{\frac{5-n}{2}}\times\overline{a-z}^{\frac{n-4}{2}}\times dz\sqrt{z}}{2} = \int\frac{a^{-\frac{1}{2}}\times\overline{a-z}\times dz\sqrt{z}}{2} = \int\frac{az^{\frac{1}{2}}dz - z^{\frac{3}{2}}dz}{2a^{\frac{1}{2}}}$
$= \frac{\frac{2}{3}az^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}z^{\frac{5}{2}}}{2a^{\frac{1}{2}}} = \frac{5az-3zz}{15}\sqrt{\frac{z}{a}}$ (à cauſe de $xx=\frac{a^3}{a-z}$, ou de $z=\frac{axx-a^3}{xx}$) $= \frac{5aaxx-5a^4}{15xx} - \frac{3}{15}\times\frac{\overline{axx-a^3}^2}{x^4}\times\sqrt{\frac{xx-aa}{xx}}$) $=$
$= \frac{2aax^4+a^4xx-3a^6}{15x^5}\sqrt{xx-aa}$ (à cauſe de $a+t=x$, ou de $tt+2at=xx-aa$) $= \frac{2aa\times\overline{a+t}^4+a^4\times\overline{a+t}^2-3a^6}{15\times\overline{a+t}^5}\sqrt{tt+2at}$
$= \frac{0a^5t+13a^4tt+8a^3t^3+2aat^4}{15\times\overline{a+t}^5}\sqrt{tt+2at}$; & $\int\frac{yydy\times\overline{yy-aa}^{\frac{v-1}{2}}}{a^v}$
$= \int\frac{yydy\times\overline{yy-aa}}{a^3} = \int\frac{y^4dy-aayydy}{a^3} = \frac{\frac{1}{5}y^5-\frac{1}{3}aay^3}{a^3}+\frac{2}{15}aa = \frac{3y^5-5aay^3+2a^5}{15a^3}$
(à cauſe de $\theta\theta+aa=yy$) $= \frac{3\times\overline{\theta\theta+aa}^2-5aa\times\overline{\theta\theta+aa}}{15a^3}\sqrt{\theta\theta+aa}+\frac{2}{15}aa$
$= \frac{3\theta^4+aa\theta\theta-2a^4}{15a^3}\sqrt{\theta\theta+aa}+\frac{2}{15}aa$: l'on aura pareillement ici
$\frac{10a^5t+13a^4tt+8a^3t^3+2aat^4}{\overline{a+t}^5}\sqrt{tt+2at}. \frac{3\theta^4+aa\theta\theta-2a^4}{a^3}\sqrt{\theta\theta+aa}+2aa ::$
$e.\varepsilon.$ c'eſt à dire que les eſpaces e, ε, parcourus encore par les corps C, K, pendant les tems t, θ, ſeront preſentement ici en raiſon des deux premiers termes de cette Analogie.

On pourroit de même trouver les raports de ces longueurs parcouruës dans plusieurs autres cas des équations proposées ; mais ces deux suffisent pour faire voir la maniére de les trouver tous à l'infini en suivant le chemin qu'on vient de tenir pour ces deux-ci.

REMARQUE.

1°. Soit l'hyperbole équilatére $PHMN$, dont le demi-axe transverse soit $\Pi P = a$, les abscisses $PT = t$, & les appliquées MT : l'on aura $MT = \sqrt{tt + 2at}$ pour son équation ; & en faisant $\overline{\Pi T}^n$ $(\overline{a+t}^n)$. $\overline{\Pi P}^n$ (a^n) :: MT $(\sqrt{tt + 2at})$. $TF = \frac{a^n\sqrt{tt+2at}}{\overline{a+t}^n}$. Si l'on donne le nom de u à TF, cette Analogie donnera la premiere $u = \frac{a^n\sqrt{tt+2at}}{\overline{a+t}^n}$ des deux équations proposées. D'où l'on voit que la Courbe PFL qui passera par tous les points F ainsi trouvés, sera celle de cette équation ; & conséquemment aussi que l'espace PFT sera $= \int \frac{a^n dt\sqrt{tt+2at}}{\overline{a+t}^n}$.



2°. Si l'on suppose la même hyperbole équilatére $PHMN$, dont l'axe conjugué ΠK ait ses abscisses $\Pi\theta = \theta$, & θH pour ses appliquées extérieures paralleles à ΠT ; l'on aura aussi $\theta H = \sqrt{\theta\theta + aa}$ pour son équation ; & en faisant $\overline{\Pi P}^v$ (a^v). $\overline{\Pi\theta}^v$ (θ^v) :: θH $(\sqrt{\theta\theta + aa})$. $\theta\varphi = \frac{\theta^v\sqrt{\theta\theta+aa}}{a^v}$. Si l'on donne le nom de v à $\theta\varphi$, cette Analogie donnera la seconde $v = \frac{\theta^v\sqrt{\theta\theta+aa}}{a^v}$ des équations proposées. D'où l'on voit que la Courbe $\Pi\varphi$ qui passera par tous les points φ ainsi trouvés, sera celle de cette équation ; & conséquemment aussi que l'espace $\Pi\varphi\theta$ sera $= \int \frac{\theta^v d\theta\sqrt{\theta\theta+aa}}{a^v}$.

Donc suivant l'Analogie générale $\int\frac{a^n dt\sqrt{tt+2at}}{\overline{a+t}^n}$. $\int\frac{\theta^\nu d\theta\sqrt{\theta\theta+aa}}{a^\nu}$ :: *e*. *ε*. de la Solution de l'Exemple précédent; l'on aura pareillement en général *PFT*. Πφθ :: *e*. *ε*. conformément au Corol. 2. de la Proposition. Et suivant cette même Solution les aires *PFT*, Πφθ, seront quarrables tant que *n* sera un nombre entier positif pair plus grand que 2, & *ν* un nombre entier positif impair quelconque.

Il est encore à remarquer que l'hyperbole *PHMN*, qui a donné naissance aux deux Courbes précédentes *PFL*, Πφ, leur en doit donner d'opposées qui leur soient semblables, comme elle a la sienne, & autant de branches qu'elle en a : c'est une chose trop aisée à déduire de leurs équations pour s'arrêter ici à le faire voir.

EXEMPLE II.

Soient presentement les vitesses u, υ, *des corps* C, K, *à la fin des tems* t, θ, *variées de la maniére que les expriment les deux équations* $u=\frac{t^{n-1}}{t^{2n}+a^{2n}}$, $\upsilon=\frac{\theta^{\nu-1}}{\theta^{2\nu}-a^{2\nu}}$, *dont les grandeurs* a, n, *ν*, *sont encore constantes, & le reste variable : On demande les espaces ou longueurs* e, ε, *parcourûs pendant ces tems avec des vitesses ainsi variées.*

SOLUT. Suivant ces deux équations l'on aura ici $\int u\,dt=\int\frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}}$, & $\int \upsilon\, d\theta=\int\frac{\theta^{\nu-1}d\theta}{\theta^{2\nu}-a^{2\nu}}$. Donc (*Corol.* 1.) $\int\frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}}\cdot\int\frac{t^{\nu-1}d\theta}{\theta^{2a}-a^{2\nu}}$ :: *e*. *ε*.

Pour trouver presentement les deux intégrales qui font les deux premiers termes de cette Analogie,

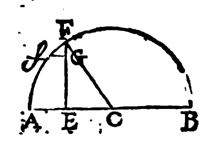
1°. Soit $t^{2n}=a^{2n-2}xx$; & par conséquent $t=a^{\frac{n-1}{n}}x^{\frac{1}{n}}$: ce qui donne $dt=\frac{1}{n}a^{\frac{n-1}{n}}x^{\frac{1-n}{n}}dx$, & $t^{n-1}=a^{\frac{\overline{n-1}^2}{n}}x^{\frac{n-1}{n}}$. Donc

$$\frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}} = \frac{\frac{1}{n}a^{\frac{\overline{n-1}^2+n-1}{n}}dx}{a^{2n-2}\times xx+a^{2n}} = \frac{\frac{1}{n}a^{\frac{nn-2n+1+n-1}{n}}dx}{a^{2n-2}\times xx+a^{2n}} =$$

$= \frac{\frac{1}{n}a^{n-1}dx}{a^{2n-2}\times xx+a^{2n}}$ (en multipliant le haut & le bas de cette fraction par a^{2-2n}) $= \frac{a^{1-n}}{n}\times\frac{dx}{xx+aa}$, dont l'intégrale dépend de la quadrature du cercle.

Pour le voir soit $x = a\sqrt{\frac{2a}{y}-1} = a\sqrt{2ay^{-1}-1}$; & par conséquent $dx = \frac{aay^{-2}dy}{\sqrt{2ay^{-1}-1}}$ positif à cause que x & y croissent alternativement, & $xx+aa = \frac{2a^3}{y} - aa + aa = \frac{2a^3}{y}$. Donc $\frac{dx}{xx+aa} = \frac{aay^{-2}dy}{\frac{2a^3}{y}\sqrt{2ay^{-1}-1}} = \frac{dy}{2ay\sqrt{2ay^{-1}-1}} = \frac{dy}{2a\sqrt{2ay-yy}} = \frac{1}{2aa}\times\frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}}$. Donc aussi $\int\frac{\frac{1}{n}a^{1-n}dx}{xx+aa}$ $\left(\int\frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}}\right) = \int\frac{\frac{1}{n}a^{1-n}}{2aa}\times\frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}} = \frac{1}{2na^{n+1}}\times\int\frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}}$.

Mais si l'on fait le demi-cercle AFB, dont le centre soit O; Ff, un de ses élémens; son diametre $AB = 2a$; ses abscisses $AE = y$, ausquelles fG soit parallele, & rencontre l'ordonnée FE en G: ce demi-cercle donnant EF $(\sqrt{2ay-yy})$. FC (a) :: Gf (dy). $Ff = \frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}}$, l'on aura l'arc $BF = \int\frac{ady}{\sqrt{2ay-yy}}$.



Donc enfin $\int\frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}}$ $(\int udt) = \frac{BF}{2na^{n+1}}$, en prenant AE $(y) = \frac{2a^3}{xx+aa} = \frac{2a^{2n+1}}{t^{2n}+a^{2n}}$, suivant les suppositions précédentes de $x = a\sqrt{\frac{2a}{y}-1}$, & de $t^{2n} = a^{2n-2}\times xx$.

2°. Si l'on suppose presentement $\theta^{2\nu} = a^{2\nu-2}\times ss$, comme l'on

l'on a fait $t^{2n}=a^{2n-2}\times xx$ dans le nomb. 1. on trouvera ici $\frac{\theta^{v-1}d\theta}{\theta^{2v}-a^{2v}}=\frac{a^{1-v}}{v}\times\frac{ds}{ss-aa}$, comme l'on a trouvé là $\frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}}=\frac{a^{1-n}}{n}\times\frac{dx}{xx+aa}$. Et si l'on prend ensuite ici $s=a\sqrt{2az^{-1}+1}$, comme l'on a fait là $x=a\sqrt{2ay^{-1}-1}$; on trouvera ici $\frac{ds}{ss-aa}=\frac{dz}{2a\sqrt{2az+zz}}=\frac{adz}{2aa\sqrt{2az+zz}}$, comme l'on a trouvé là $\frac{dx}{xx+aa}=\frac{dy}{2a\sqrt{2ay-yy}}=\frac{ady}{2aa\sqrt{2ay-yy}}$. Donc aussi $\int\frac{a^{1-v}}{v}\times\frac{ds}{ss-aa}\left(\int\frac{\theta^{v-1}d\theta}{\theta^{2v}-a^{2v}}\right)=\int\frac{a^{1-v}}{2vaa}\times\frac{adz}{\sqrt{2az+zz}}$ $=\frac{1}{va^{v+1}}\times\int\frac{aadz}{2\sqrt{2az+zz}}$.

Mais si l'on fait l'hyperbole équilatère AHG, dont le centre soit C; Hh, un de ses élémens; son demi-axe transverse $AC=a$; & ses abscisses $AE=z$: cet hyperbole donnant ses appliquées $HE=\sqrt{2az+zz}$, l'on aura le triangle rectangle $CEH=\frac{a+z}{2}\sqrt{2az+zz}$, & sa différence $HCh+HheE=\frac{1}{2}dz\sqrt{2az+zz}+\frac{a+z}{2}\times\frac{adz+zdz}{\sqrt{2az+zz}}=$ $=\frac{2azdz+zzdz+\frac{1}{2}aadz}{\sqrt{2az+zz}}$: de sorte que si l'on en retranche le quadrilatère élémentaire $HheE=dz\sqrt{2az+zz}=$ $=\frac{2azdz+zzdz}{\sqrt{2az+zz}}$, il restera le triligne élémentaire $HCh=$ $=\frac{aadz}{2\sqrt{2az+zz}}$. Donc le triligne intégral $HAC=\int\frac{aadz}{2\sqrt{2az+zz}}$; & par conséquent $\frac{1}{va^{v+1}}\times\int\frac{aadz}{2\sqrt{2az+zz}}=\frac{HAC}{va^{v+1}}$.

Mais on vient de trouver $\int\frac{\theta^{v-1}d\theta}{\theta^{2v}-a^{2v}}=\frac{1}{va^{v+1}}\times\int\frac{aadz}{2\sqrt{2az+zz}}$.

Donc enfin $\int \frac{\theta^{\nu-1} d\theta}{\theta^{2\nu} - a^{2\nu}} = \frac{HAC}{\nu a^{\nu+1}}$, en prenant $AE\ (z) =$ $= \frac{2a^3}{ss-aa} = \frac{2a^{2\nu+1}}{\theta^{2\nu}-a^{2\nu}}$, ſuivant les ſuppoſitions précédentes de $s = a\sqrt{\frac{2a}{z}+1}$, & de $\theta^{2\nu} = a^{2\nu-2} \times ss$.

3°. Preſentement, puiſque (*nomb.* 1.) l'arc circulaire BF donne $\frac{BF}{2na^{n+1}} = \int \frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}} = \int udt$, & que (*nomb.* 2.) le triligne hyperbolique HAC donne de même $\frac{HAC}{\nu a^{\nu+1}} =$ $= \int \frac{\theta^{\nu-1} d\theta}{\theta^{2\nu}-a^{2\nu}} = \int \upsilon d\theta$; l'Analogie $\int \frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}} \cdot \int \frac{\theta^{\nu-1} d\theta}{\theta^{2\nu}-a^{2\nu}} :: e.\ \varepsilon$ que le Corol. 1. de la Prop. a donné au commencement de cette Solution-ci, ſe changera ici en $\frac{BF}{2na^{n+1}} \cdot \frac{HAC}{\nu a^{\nu+1}} ::$ $e.\ \varepsilon$; c'eſt à dire que les longueurs e, ε, parcouruës par les corps C, K, pendant les tems t, θ, avec les viteſſes u, υ, exprimées par les deux équations ſuppoſées, ſeront toûjours entr'elles comme les deux premiers termes de cette Analogie, quelques valeurs qu'on aſſigne aux expoſans n, ν. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

La maniére dont les différentielles $\frac{t^{n-1}dt}{t^{2n}+a^{2n}}$, $\frac{\theta^{\nu-1}d\theta}{\theta^{2\nu}-a^{2\nu}}$, viennent d'être intégrées dans les nomb. 1. & 2. de la Solution précédente, fait évidemment voir en général que l'intégrale d'une différentielle telle que $\frac{x^{n-1}dx}{x^{2n} \pm a^{2n}}$, quelque nombre que n puiſſe ſignifier, dépend toûjours de la quadrature du cercle ou de l'hyperbole : du cercle, lorſque le ſigne douteux $\pm$ ſe prend pour $+$; & de l'hyperbole, lorſqu'il ſe prend pour $-$: c'eſt à dire que l'intégrale de $\frac{x^{n-1}dx}{x^{2n}+a^{2n}}$ dépend toûjours de la quadrature du cercle,

& que celle de $\frac{x^{n-1}dx}{x^{2n}-a^{2n}}$ dépend de même toûjours de la quadrature de l'hyperbole, ainsi que M. Leibnitz l'a dit dans les Actes de Leipsik de 1702. pag. 219.

EXEMPLE III.

Soient les dernières vitesses instantanées u, v, *des corps* C, K, *à la fin des tems* t, θ, *telles que les expriment les deux équations* $u=\sqrt[3]{aat+b^3}$, $v=\frac{\sqrt[3]{a^4\theta\theta+2aa\theta b^3+b^6}}{a}$: *on demande les espaces ou longueurs* e, ε, *parcouruës pendant ces tems avec des vitesses ainsi variées, les grandeurs* a, b, *étant constantes, & le reste variable.*

SOLUT. Suivant ces deux équations l'on aura ici $\int u\,dt=\int dt\sqrt[3]{aat+b^3}$, $\int v\,d\theta=\int\frac{d\theta}{a}\sqrt[3]{a^4\theta\theta+2aa\theta b^3+b^6}$; & par conséquent (*Corollaire* 1.) *e*. ε : : $\int dt\sqrt[3]{aat+b^3}$. $\int\frac{d\theta}{a}\sqrt[3]{a^4\theta\theta+2aab^3\theta+b^6}$. Pour avoir ces deux intégrales,

1°. Soit $x=\sqrt[3]{aat+b^3}$: l'on aura $t=\frac{x^3-b^3}{aa}$, & $dt=\frac{3xxdx}{aa}$; & par conséquent aussi $\int dt\sqrt[3]{aat+b^3}=\int\frac{3x^3dx}{aa}=\frac{3x^4}{4aa}-\frac{3b^4}{4aa}=\frac{3aat+3b^3}{4aa}\sqrt[3]{aat+b^3}-\frac{3b^4}{4aa}$.

2°. Soit $y^3=aa\theta+b^3$: l'on aura $\theta=\frac{y^3-b^3}{aa}$, & $d\theta=\frac{3yydy}{aa}$; & par conséquent aussi $\int\frac{d\theta}{a}\sqrt[3]{a^4\theta\theta+2aa\theta b^3+b^6}=\int\frac{3yydy}{a^3}\sqrt[3]{y^6}=\int\frac{3y^4dy}{a^3}=\frac{3y^5}{5a^3}-\frac{3b^5}{5a^3}=\frac{3aa\theta+3b^3}{5a^3}\times\sqrt[3]{\overline{aa\theta+b^3}^2}-\frac{3b^5}{5a^3}$.

Donc on aura ici $\frac{3aat+3b^3}{4aa}\sqrt[3]{aat+b^3}-\frac{3b^4}{4aa}$. $\frac{3aa\theta+3b^3}{5a^3}\times\sqrt[3]{\overline{aa\theta+b^3}^2}-\frac{3b^5}{5a^3}$: : *e*. ε. ou $\overline{5a^3t+5ab^3}\times\sqrt[3]{aat+b^3}-5ab^4$. $\overline{4aa\theta+4b^3}\times\sqrt[3]{\overline{aa\theta+b^3}^2}-4b^5$: : *e*. ε. c'est à dire, les espaces *e*, ε, parcourus encore par les corps *C*, *K*, pendant les tems *t*, θ, en raison des deux premiers termes de chacune de ces deux Analogies.

REGLES GÉNÉRALES.

Des mouvemens de viteſſes variées ſuivant les puiſſances des tems.

La Propoſition précédente donnera comme ci-deſſus, le raport des eſpaces parcourus dans tel autre exemple qu'on voudra, ſur quelques affections des tems qu'on veüille regler les variations des viteſſes, cette Propoſition les comprenant toutes : de ſorte qu'il n'y aura de difficulté que dans les intégrations qui y pourroient être requiſes, leſquelles ne ſont point de ſon reſſort. Mais comme il eſt fort ordinaire de regler les variations des viteſſes ſur les puiſſances des tems, & que les intégrations y ſont faciles, je me contenteray de raporter ſeulement ici les Regles des mouvemens qui en réſultent.

Noms généraux.

Pour cela ſoient les corps mûs	C,	K.
Les tems partiaux écoulés depuis le commencement des mouvemens jusqu'à tel inſtant qu'on voudra. . . .	t,	θ.
Les eſpaces parcourus pendant ces tems.	e,	ε.
Les viteſſes à la fin de ces tems, ou de ces eſpaces.	u,	υ.
Les durées totales depuis le commencement de ces mouvement juſqu'à leurs plus grandes ou moindres viteſſes poſſibles.	D,	Δ.
Les longueurs parcouruës pendant ces tems entiers.	L,	Λ.
Les premieres viteſſes de ces mouvemens.	V,	U.
Les expoſans des tems écoulés, ou de ce qu'il en reſte à écouler juſqu'à la fin des totaux.	n,	ν.

Dans la ſuite lorſqu'on parlera des Tems écoulés, *on les prendra toûjours depuis le commencement des mouvemens juſqu'à tels de leurs inſtans qu'on voudra ;* & *les* Tems à écou-

ler *se prendront depuis ces instans jusqu'à ce que les vitesses de ces mouvemens soient devenuës les plus grandes ou les moindres qu'elles puissent être :* Ces dernières vitesses *se prendront à la fin des tems écoulés, & les* premières *au commencement de ces mêmes tems.*

REGLE I.

Pour comparer entr'eux les mouvemens variés suivant les puissances des tems écoulés.

$$\frac{ut}{\overline{n+1}\times e} = \frac{v\theta}{\overline{\nu+1}\times \varepsilon}, \text{ ou } \overline{n+1}\times e v\theta = \overline{\nu+1}\times \varepsilon u t.$$

Il est manifeste que cette Regle des mouvemens variés suivant les puissances des tems écoulés, laquelle résulte des suppositions $u = t^n$, & $v = \theta^\nu$, qui donnent $\int u dt = \frac{t^{n+1}}{n+1}$, & $\int v d\theta = \frac{\theta^{\nu+1}}{\nu+1}$, sera des mouvemens accélérés suivant les puissances des tems écoulés, en prenant n & ν positives; & qu'elle sera aussi une Regle des mouvemens retardés suivant la raison réciproque de ces mêmes tems, en y prenant au contraire n & ν négatives : de sorte qu'elle peut servir non-seulement à comparer entr'eux les mouvemens accélérés, en y prenant n & ν positives; mais aussi à comparer entr'eux les mouvemens retardés, en y prenant n & ν négatives, & même les accélérés avec les retardés, en y prenant un de ces exposans n ou ν positif & l'autre négatif. Voici seulement un éxemple des accélérés dans l'hypothêse de Galilée touchant la chute des corps.

Dans cette hypothêse les vitesses aquises à la fin des chutes faites en lignes droites, en vertu des seules pesanteurs des corps qui tombent suivant ces lignes, étant comme les tems écoulés depuis le commencement jusqu'à la fin des chutes; l'on y aura $n = 1 = \nu$, & $t . \theta :: u . v = \frac{u\theta}{t}$. Et ces valeurs de n, ν, v, substituées dans la précédente Regle, la changera pour ici en $\frac{2 e u \theta\theta}{t} = 2 \varepsilon u t$, ou en

$e\theta\theta = \varepsilon tt$, d'où résulte $e.\ \varepsilon :: tt.\ \theta\theta.$ c'est à dire que les espaces parcourus doivent être ici comme les quarrés des tems employés à les parcourir, & pareillement aussi comme les quarrés des vitesses aquises à la fin de ces tems, ainsi qu'on le sçait d'ailleurs.

La même chose se peut encore tirer immédiatement de la Regle $\frac{t^{n+1}}{\overline{n+1} \times e} = \frac{\theta^{\nu+1}}{\overline{\nu+1}\,\varepsilon}$ résultante de l'Analogie $e.\ \varepsilon :: \frac{ut}{n+1}.\ \frac{v\theta}{\nu+1} :: \frac{t^{n+1}}{n+1}.\ \frac{\theta^{\nu+1}}{\nu+1}.$ puisqu'en faisant $n = 1 = \nu$, cette Regle donnera tout d'un coup $\frac{t^2}{2e} = \frac{\theta^2}{2\varepsilon}$, ou $e.\ \varepsilon :: tt.\ \theta\theta.$ comme ci-dessus.

REMARQUE.

Sur les mouvemens variés commencés avec des vitesses finies.

Il est visible que cette derniére Regle & la précédente, supposant $u.\ v :: t^n.\ \theta^\nu$, supposent aussi que les vitesses instantanées u, v, commencent à zero en croissant de même que les tems t, θ, lorsque n, ν, sont positives; & que ces vitesses commencent par être infinies au commencement de ces tems, en décroissent à mesure qu'ils augmentent, lorsque n, ν, sont négatives. Voici presentement de pareilles Regles pour le cas où les premiéres vitesses seroient finies dans cette même hypothése des vitesses reglées sur les puissances des tems.

Outre les noms précédens soient r, s, les vitesses aquises pendant les tems t, θ. Il est manifeste que par quelques vitesses finies V, $\mathcal{U}$, que commencent les mouvemens des corps C, K, dont les aquises r, s, commencent à zero, les entiéres instantanées de ces mouvemens, seront $V + r = u$, $\mathcal{U} + s = v$, & leurs sommes $\int u\,dt = \int \overline{V + r} \times dt$, $\int v\,d\theta = \int \overline{\mathcal{U} + s} \times d\theta$: de sorte que

I. L'on aura $\int u\,dt = \int \overline{V + t^n} \times dt$, $\int v\,d\theta = \int \overline{\mathcal{U} + \theta^\nu} \times d\theta$, si l'on suppose seulement $r = t^n$, $s = \theta^\nu$, c'est à dire, les

ſeules viteſſes aquiſes r, s, en raiſon des puiſſances n, v, des tems écoulés t, θ. Donc cette hypothêſe donnera $\int u dt = \int V \times dt + \int t^n dt = V \times t + \frac{t^{n+1}}{n+1} = \frac{\overline{n+1} \times V \times t + t^{n+1}}{n+1}$ (à cauſe de $r = t^n$) $= \frac{\overline{n+1} \times V + r}{n+1} \times t$ (à cauſe que $u = V + r$ donne $r = u - V$) $= \frac{n \times V + u}{n+1} \times t$; & $\int u d\theta = \int U \times d\theta + \int \theta^v d\theta =$
$= U \times \theta + \frac{\theta^{v+1}}{v+1} = \frac{\overline{v+1} \times U \times \theta + \theta^{v+1}}{v+1}$ (à cauſe de $s = \theta^v$) $= \frac{\overline{v+1} \times U + s}{v+1} \times \theta$ (à cauſe que $u = U + s$ donne $s = u - U$) $= \frac{v \times U + u}{v+1} \times \theta$. Donc (*Cor.* 1. *Prop. gén.*) $e.\ \varepsilon ::$ $\frac{n \times V + u}{n+1} \times t.\ \frac{v \times U + u}{v+1} \times \theta$. Ce qui donnera $\frac{n \times V + u}{n+1} \times \frac{t}{e} = \frac{v \times U + u}{v+1} \times \frac{\theta}{\varepsilon}$ pour Regle générale de l'hypothêſe qu'on fait ici.

REGLE II.

De comparaiſon des mouvemens variés commencés par des viteſſes finies, & dont les ſeules aquiſes varieroient ſuivant les puiſſances des tems écoulés.

$$\frac{n \times V + u}{n+1} \times \frac{t}{e} = \frac{v \times U + u}{v+1} \times \frac{\theta}{\varepsilon}.$$

Il eſt à remarquer que ces mouvemens rendus accélérés par n, v, poſitives, deviendroient retardés ſi elles étoient négatives, ainſi qu'on l'a déja remarqué des mouvemens de la Regle 1. Mais avec cette différence que les premiéres viteſſes, que cette hypothêſe de n, v, négatives, rendroit infinies dans l'une & l'autre de ces deux Regles au commencement des tems t, θ, s'éteindroient tout à fait aprés des tems infinis dans la premiére, & que dans celle-ci elles ne pourroient jamais devenir moindres que les finies V, U, leſquelles aprés un tems infini reſteroient les derniéres de toutes les poſſibles, au lieu qu'on les y ſuppoſe les premiéres. Ainſi l'hypothêſe de n, v, négatives ne ſçauroient s'accorder ici avec la ſuppoſition qu'on y fait que les viteſſes initiales V, U, ſont finies. Voici donc

seulement quelques exemples de cette seconde Regle touchant les mouvemens accélérés.

1°. Dans l'hypothêse de Galilée sur la pesanteur, laquelle donne $n = 1 = v$, si l'on imagine les corps C, K, jettés directement de haut en bas avec des vitesses initiales V, $\mathcal{V}$; non-seulement la précédente Regle 2. se réduira ici à $\frac{V+u}{2} \times \frac{t}{e} = \frac{\mathcal{V}+v}{2} \times \frac{\theta}{\varepsilon}$; mais encore la supposition de $r = t^n$, $s = \theta^v$, qui vient de donner cette Regle, donnera ici $t = r = u - V$, $\theta = s = v - V$. Donc cette Regle se changera ici en $\frac{\overline{u+V} \times \overline{u-V}}{e} = \frac{\overline{v+\mathcal{V}} \times \overline{v-\mathcal{V}}}{\varepsilon}$, c'est à dire, en $\frac{uu-VV}{e} = \frac{vv-\mathcal{V}\mathcal{V}}{\varepsilon}$: D'où résulte $e. \varepsilon :: uu-VV. vv-\mathcal{V}\mathcal{V}$. c'est à dire que les espaces parcourus pendant les tems t, θ, doivent être ici comme les différences dont les quarrés des derniéres vitesses surpassent les quarrés des premiéres. Ce qui s'accorde parfaitement avec la premiére Regle : aussi celle-ci la rend-elle en y faisant $V = 0 = \mathcal{V}$, comme dans celle-là.

2°. Si l'on suppose $n = 2 = v$, & qu'on imagine encore les corps C, K, jettés avec des vitesses initiales V, $\mathcal{V}$; non-seulement la précédente Regle 2. se changera ici en $\frac{2 \times V+u}{3} \times \frac{t}{e} = \frac{2 \times \mathcal{V}+u}{3} \times \frac{\theta}{\varepsilon}$; mais encore la supposition de $t^n = r = u - V$, $\theta^v = s = v - \mathcal{V}$, donnera ici $t = \sqrt{u-V}$, $\theta = \sqrt{v-\mathcal{V}}$. Donc cette Regle se changera ici en $\frac{\overline{2 \times V+u} \times \sqrt{u-V}}{e} = \frac{\overline{2 \times \mathcal{V}+v} \times \sqrt{v-\mathcal{V}}}{\varepsilon}$; ce qui donne les espaces $e. \varepsilon :: \overline{2 \times V+u} \times \sqrt{u-V}. \overline{2\mathcal{V}+v} \times \sqrt{v-\mathcal{V}}$. Et ainsi des autres valeurs positives de n, v, à l'infini.

II. Voilà pour les mouvemens variés, commencés par des vitesses finies, & dont les seules aquises suivroient les raisons des puissances quelconques des tems employés à les aquerir. Mais si (les noms demeurant les mêmes) on suppose présentement que les vitesses entiéres instantanées $V+r$ (u), $\mathcal{V}+s$ (v), suivent ici les raisons des puissances n, v, des tems qui seroient requis pour les aquerir depuis zero jusqu'à ces valeurs; soient y, z, les tems pareillement

reillement requis pour aquerir dans cette hypothêse les viteſſes V, $\mathcal{V}$, comme ſi elles euſſent commencé à zero: de ſorte que $y+t$, $z+\theta$, ſoient les tems entiers qui ſeroient ici requis pour aquerir les viteſſes entiéres inſtantanées $u=V+r$, $v=\mathcal{V}+s$, depuis zero juſqu'à elles. La preſente hypothêſe donnera $u=\overline{y+t}^n$, $v=\overline{z+\theta}^\nu$; & $\int u\,dt=\int \overline{y+t}^n \times dt$, $\int v\,d\theta=\int \overline{z+\theta}^\nu \times d\theta$, en ſuppoſant $dy=dt$, $dz=d\theta$. Mais ſi l'on prend $p=y+t$, & $q=z+\theta$; cette ſuppoſition donnant $dp=dy+dt=2dt$, & $dq=dz+d\theta=2d\theta$; ou $\frac{1}{2}dp=dt$, $\frac{1}{2}dq=d\theta$; l'on aura auſſi $\int \overline{y+t}^n \times dt=\int \frac{p^n dp}{2}=\frac{p^{n+1}}{2n+2}=\frac{\overline{y+t}^{n+1}}{2n+2}$, & $\int \overline{z+\theta}^\nu \times dt$ $=\int \frac{q^\nu dq}{2}=\frac{q^{\nu+1}}{2\nu+2}=\frac{\overline{z+\theta}^{\nu+1}}{2\nu+2}$. Donc $\int u\,dt=\frac{\overline{y+t}^{n+1}}{2n+2}$, & $\int v\,d\theta=\frac{\overline{z+\theta}^{\nu+1}}{2\nu+2}$.

Telles ſeroient ici les ſommes de viteſſes entiéres inſtantanées, qui depuis zero ſe ſeroient ſuccedées pendant les tems totaux $y+t$, $z+\theta$: de ſorte qu'en faiſant $t=o=\theta$, & conſéquemment auſſi $u=V$, $v=\mathcal{V}$, l'on auroit pareillement ici $\int V\times dt=\frac{y^{n+1}}{2n+2}$, & $\int \mathcal{V}\times d\theta=$ $=\frac{z^{\nu+1}}{2\nu+2}$, pour les ſommes de viteſſes qui depuis zero juſqu'à V, $\mathcal{V}$, ſe ſeroient ſuccedées d'inſtant en inſtant pendant les tems y, z. Donc en retranchant ces ſommes des précédentes, l'on aura ici $\int u\,dt=\frac{\overline{y+t}^{n+1}-y^{n+1}}{2n+2}$, & $\int v\,d\theta=\frac{\overline{z+\theta}^{\nu+1}-z^{\nu+1}}{2\nu+2}$, pour les ſommes de viteſſes entiéres inſtantanées $V+r\,(u)$, $\mathcal{V}+s\,(v)$, faites des viteſſes initiales V, $\mathcal{V}$, & des aquiſes r, s, pendant les tems t, θ, leſquelles viteſſes entiéres inſtantanées ſe ſeroient effectivement ſuccédées pendant ces tems commencés à zero.

Mais l'hypothêse qu'on fait ici de $u\,(V+r)=\overline{y+t}^{n}$, $v\,(U+s)=\overline{z+\theta}^{\nu}$; & conséquemment aussi de $V=y^{n}$, $U=z^{\nu}$; donnant $\overline{y+t}^{n+1}=u^{\frac{n+1}{n}}$, $\overline{z+\theta}^{\nu+1}=v^{\frac{\nu+1}{\nu}}$, $y^{n+1}=V^{\frac{n+1}{n}}$, $z^{\nu+1}=U^{\frac{\nu+1}{\nu}}$; la substitution de ces valeurs dans les sommes précédentes des vitesses entiéres instantanées $u\,(V+r)$, $v\,(U+s)$, qui se sont succedées pendant les seuls tems t, θ, commencés à zero, donnera pour ces sommes $\int udt=\frac{u^{\frac{n+1}{n}}-V^{\frac{n+1}{n}}}{2n+2}$, $\int vd\theta=\frac{v^{\frac{\nu+1}{\nu}}-U^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{2\nu+2}$.

Donc (*Cor.1.Prop.gén.*) $e.\,\varepsilon::\frac{u^{\frac{n+1}{n}}-V^{\frac{n+1}{n}}}{n+1}.\frac{v^{\frac{\nu+1}{\nu}}-U^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{\nu+1}$.

Ce qui donne $\frac{u^{\frac{n+1}{n}}-V^{\frac{n+1}{n}}}{\overline{n+1}\times e}=\frac{v^{\frac{\nu+1}{\nu}}-U^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{\overline{\nu+1}\times\varepsilon}$ pour Regle générale des mouvemens commencés par des vitesses finies, & dont les entiéres instantanées u, v, faites de ces initiales V, U, & des aquises r, s, pendant les tems t, θ, feroient variées en raison des puissances des tems requis pour aquerir ainsi ces sommes entiéres depuis zero, comme si les vitesses initiales V, U, commençoient à zero en s'accélérant jusqu'à u, v.

REGLE III.

De comparaison des mouvemens commencés par des vitesses finies, & variés de maniére que leurs entiéres instantanées, faites de ces initiales & des aquises pendant les tems proposés, suivissent les raisons des puissances quelconques des tems requis pour les aquerir toutes entiéres, comme si les initiales commençoient elles-mêmes à zero.

$$\frac{u^{\frac{n+1}{n}}-V^{\frac{n+1}{n}}}{\overline{n+1}\times e}=\frac{v^{\frac{\nu+1}{\nu}}-U^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{\overline{\nu+1}\times\varepsilon}.$$

Il est manifeste que le cas de n, ν, négatives, est ici possible comme celui de n, ν, positives; que dans le premier les mouvemens seront ici retardés, & accélérés dans

le second, en commençant toûjours dans l'un & dans l'autre par les vitesses initiales V, $\mathcal{U}$, supposées. Ainsi cette troisiéme Regle a cela de conforme avec la premiére, qu'elle convient aux mouvemens retardés comme aux accélérés dans la raison supposée : en voici quelques éxemples.

1°. Si l'on suppose $n = 1 = \nu$, cette Regle 3. se réduira à $\frac{u^2 - V^2}{2e} = \frac{\upsilon^2 - \mathcal{U}^2}{2\varepsilon}$; ce qui donne encore ici $e. \varepsilon :: u^2 - V^2. \upsilon^2 - \mathcal{U}^2$. comme dans la Regle 2. nomb. 1. d'où l'on voit qu'en ce cas ces deux Regles se réduisent à la même ; mais elles sont fort différentes dans les autres. Par éxemple,

2°. Si l'on suppose $n = 2 = \nu$, la précédente Regle 3. se réduira à $\frac{u^{\frac{3}{2}} - V^{\frac{3}{2}}}{3e} = \frac{\upsilon^{\frac{3}{2}} - \mathcal{U}^{\frac{3}{2}}}{3\varepsilon}$; ce qui donne ici $e. \varepsilon :: u^{\frac{3}{2}} - V^{\frac{3}{2}}. \upsilon^{\frac{3}{2}} - \mathcal{U}^{\frac{3}{2}} :: u\sqrt{u} - V\sqrt{V}. \upsilon\sqrt{\upsilon} - \mathcal{U}\sqrt{\mathcal{U}}$. Au lieu que la Regle 2. nomb. 2. y donnoit $e. \varepsilon :: \overline{u + 2V} \times \sqrt{u - V}. \overline{\upsilon + 2\mathcal{U}} \times \sqrt{\upsilon - \mathcal{U}}$. Et ainsi des autres valeurs arbitraires de n, ν, à l'infini.

III. Pour ce qui est de l'hypothêse de $V + r = t^n$, $V + s = \theta^\nu$, elle seroit toûjours impossible, de quelques valeurs qu'on supposât les exposans n, ν. Car,

1°. Si on les fait positifs, le cas $t = o$, $\theta = o$, rendroit ici pour lors $V + r = o$, $\mathcal{U} + s = o$; & par conséquent $V = o$, $\mathcal{U} = o$. Ce qui est contre l'autre hypothêse qu'on fait ici des vitesses initiales V, $\mathcal{U}$, réelles & finies.

2°. Si l'on faisoit n, ν, négatives, comme si elles étoient $-n$, $-\nu$, l'hypothêse précédente se réduiroit à $\overline{V + r} \times t^n = 1$, $\overline{V + s} \times \theta^\nu = 1$; ce qui dans le cas de $t = o$, $\theta = o$, rendroit V, $\mathcal{U}$, infinies ; ce qui est encore contre l'autre hypothêse qu'on fait ici de ces vitesses initiales seulement finies.

IV. Il est enfin à remarquer qu'en faisant $V = o$, $\mathcal{U} = o$, dans les deux derniéres Regles 2. & 3. elles se changeront l'une & l'autre en la premiére où cela se trouve ainsi. Car,

1°. La Regle 2. art. 1. se changera pour lors tout d'un coup en $\frac{ut}{\overline{n+1}\times e}=\frac{v\theta}{\overline{\nu+1}\times e}$, qui est la premiére, ainsi qu'on l'a déja remarqué dans le nomb. 1. art. 1.

2°. La Regle 3. art. 2. se changera aussi pour lors en $\frac{u^{\frac{n+1}{n}}}{\overline{n+1}\times e}=\frac{v^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{\overline{\nu+1}\times e}$. Mais cette hypothêse des premiéres vitesses $V=o$, $\mathcal{V}=o$, rendant aussi les tems $y=o$, $z=o$, requis (*art.* 2.) pour les aquerir si elles commençoient à zero, la supposition qu'on fait de $u=\overline{y+t}^{n}$, $v=\overline{z+\theta}^{\nu}$ dans cette Regle 3. art. 2. se réduiroit ici à $u=t^{n}$, $v=\theta^{\nu}$; ce qui donneroit $t=u^{\frac{1}{n}}$, $\theta=v^{\frac{1}{\nu}}$, & $ut=u^{\frac{1}{n}+1}=u^{\frac{n+1}{n}}$, $v\theta=v^{\frac{1}{\nu}+1}=v^{\frac{\nu+1}{\nu}}$. Donc en substituant ut, $v\theta$, au lieu de leurs valeurs dans la précédente équation $\frac{u^{\frac{n+1}{n}}}{\overline{n+1}\times e}=\frac{v^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{\overline{\nu+1}\times e}$, en laquelle l'hypothêse de $V=o$, $\mathcal{V}=o$, vient de changer la Regle 3. elle se changera enfin ici en $\frac{ut}{\overline{n+1}\times e}=\frac{v\theta}{\overline{\nu+1}\times e}$, qui est encore la premiére Regle en laquelle il falloit aussi faire voir que la troisiéme se réduit en y supposant $V=o$, $\mathcal{V}=o$, comme dans cette premiére Regle.

3°. Puisque (*nomb.* 2.) la supposition presente donne $u=t^{n}$, $v=\theta^{\nu}$, & conséquemment aussi $t=u^{\frac{1}{n}}$, $\theta=v^{\frac{1}{\nu}}$, la substitution de ces valeurs de u, v, t, θ, dans cette premiére Regle $\frac{ut}{\overline{n+1}\times e}=\frac{v\theta}{\overline{\nu+1}\times e}$, la changeroit aussi en $\frac{t^{n+1}}{\overline{n+1}\times e}=\frac{\theta^{\nu+1}}{\overline{\nu+1}\times e}$ déja observée dans l'exemple de cette premiére Regle, & en $\frac{u^{\frac{n+1}{n}}}{\overline{n+1}\times e}=\frac{v^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{\overline{\nu+1}\times e}$ qui en seroit encore une troisiéme de l'hypothêse de ces deux-là : toutes trois également déduites de la seconde & de la

troisiéme en y faisant $V=o$, $\mathcal{V}=o$, & toutes trois aussi pour la même hypothêse des vitesses entiéres instantanées u, v, variées suivant les puissances n, ν, des tems écoulés t, θ.

4°. Il est encore manifeste que les deux derniéres de ces trois Regles de la même hypothêse de $u=t^n$, $v=\theta^\nu$, auroient pû se tirer de même de la premiére, & par-là on en auroit eu trois de cette même hypothêse, la premiére desquelles auroit compris les tems t, θ, avec les vitesses u, v; la seconde, les seuls tems; & la troisiéme, les seules vitesses : mais ce détail n'a pas paru necessaire, non-plus que dans les précédentes Regles 2. & 3. ni dans les suivantes, où l'on l'a aussi négligé. Ceux qui le voudront dans ces autres Regles, le pourront faire à peu prés comme celui-ci.

Il est vrai qu'il y a des cas où la variété des Regles résultantes de ce détail pour une même hypothêse, en fournit quelquefois de plus commodes les unes que les autres pour certaines questions faites dans cette hypothêse. Par éxemple, on a vû ci-dessus dans l'application des trois premiéres Regles à l'hypothêse de $n=1=\nu$, c'est à dire, des vitesses en raison des tems dans la premiére & dans la troisiéme, qu'on fait d'ordinaire avec Galilée dans la chute des corps: on a vû, dis-je, que la premiére & la troisiéme de ces Regles, sont plus commodes que la seconde pour tirer de cette hypothêse le raport des espaces parcourus que Galilée en a déduit, & plusieurs autres en différentes maniéres aprés lui : sçavoir que dans cette hypothêse les espaces parcourus depuis le commencement des chutes, doivent toûjours être entr'eux comme les quarrés des tems emploïés à les parcourir, ou (ce qui revient au même suivant l'hypothêse) comme les quarrés des vitesses aquises à la fin de ces espaces ou de ces tems. Le détail d'où peuvent résulter de telles commodités, se fera (dis-je) dans les autres Regles à peu prés de même qu'on l'a vû dans les trois premiéres: ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

Voilà pour les mouvemens variés suivant les raisons directes ou réciproques des puissances des tems écoulés. Voici presentement pour ceux dont les vitesses suivroient de pareilles raisons des puissances de ce qui resteroit des tems à écouler depuis elles jusqu'à ce qu'elles fussent devenuës les plus grandes ou les plus petites qu'elles puissent être.

REGLE IV.

Pour comparer entr'eux les mouvemens variés suivant les puissances des tems à écouler.

$$\frac{\overline{V-u}\times D+ut}{\overline{n+1}\times e}=\frac{\overline{U-v}\times\Delta+v\theta}{\overline{\nu+1}\times\epsilon}.$$

Cette Regle résulte des vitesses u, v, exprimées par les équations $u=\frac{V}{D^n}\times\overline{D-t}^n$, $v=\frac{U}{\Delta^\nu}\times\overline{\Delta-\theta}^\nu$, lesquelles font assez voir que lorsque $t=D$, & $\theta=\Delta$, les derniéres vitesses u, v, sont les plus petites qu'elles puissent être dans le cas de n, ν, positives, ou les mouvemens sont ici retardés; & les plus grandes qu'elles puissent être dans le cas de n, ν, négatives, ou les mouvemens sont ici accélérés: ces derniéres vitesses se trouvant nulles ou zero à la fin des durées totales D, Δ, dans le premier cas, & infinies dans le second.

Mais ces tems totaux n'étant connus que lorsqu'on les prend pour des durées observées d'autres mouvemens de la Regle 1. accélérés dans le premier cas, ou retardés dans le second : ces tems ou durées totales D, Δ, n'étant (dis-je) connus que dans cette hypothêse, pour les bannir de la Regle précédente, & n'y laisser que les tems partiaux t, θ, écoulés depuis les commencemens des mouvemens jusqu'aux vitesses u, v, qui se trouvent à la fin de ces tems variables: les égalités $u=\frac{V}{D^n}\times\overline{D-t}^n$, $v=\frac{U}{\Delta^\nu}\times\overline{\Delta-\theta}^\nu$,

donneront $D=\frac{t\times V^{\frac{1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}}-u^{\frac{1}{n}}}$, & $\Delta=\frac{\theta\times U^{\frac{1}{\nu}}}{U^{\frac{1}{\nu}}-v^{\frac{1}{\nu}}}$; lesquelles

valeurs de D, Δ, substituées en leurs places dans la précédente Regle 4. la changeront en celle-ci qui sera aussi génerale qu'elle.

REGLE V.

Pour comparer encore entr'eux les mouvemens variés suivant les puissances des tems à écouler.

$$\frac{t}{\overline{n+1}\times e}\times\frac{V^{\frac{n+1}{n}}-u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}}-u^{\frac{1}{n}}}=\frac{\theta}{\overline{\nu+1}\times\varepsilon}\times\frac{U^{\frac{\nu+1}{\nu}}-\upsilon^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{U^{\frac{1}{\nu}}-\upsilon^{\frac{1}{\nu}}}.$$

Cette Regle est encore des mouvemens retardés lorsque n & ν sont positives, & accélérés lorsqu'elles sont négatives.

Entre une infinité de Corollaires qu'on en pourroit tirer, en voici seulement un pour l'hypothêse de Galilée, où les retardemens uniformes des corps jettés diréctement en haut, donnent $n=1=\nu$, à cause que les vitesses ainsi retardées, y seroient en raison des tems à écouler depuis elles jusqu'à leur entiére extinction : ce cas réduisant la Regle précédente à $\frac{t}{2e}\times\frac{V^2-u^2}{V-u}=\frac{\theta}{2\varepsilon}\times\frac{U^2-\upsilon^2}{U-\upsilon}$, ou à $\frac{t}{e}\times\overline{V+u}=\frac{\theta}{\varepsilon}\times\overline{U+\upsilon}$, l'on y auroit $e.\varepsilon::t\times\overline{V+u}.\theta\times\overline{U+\upsilon}$. c'est à dire, les espaces ainsi parcourus par les corps C, K, pendant les tems t, θ, en raison des produits de ces tems par les sommes des premiéres & derniéres vitesses qui se trouvent au commencement & à la fin de ces mêmes tems. D'où l'on voit qu'en tems égaux ces espaces seroient ici comme ces sommes de vitesses.

Il est pareillement manifeste que cette même hypothêse de $n=1=\nu$, donneroit ici $t,\theta::e\times\overline{U+\upsilon}.\varepsilon\times\overline{V+u}$. c'est à dire, les tems emploïés à parcourir les espaces e, ε, en raison des produits de ces espaces par les sommes réciproques des premiéres & des derniéres vitesses qui se trouvent au commencement & à la fin de ces tems : d'où l'on voit aussi que lorsque ces espaces sont égaux, ces mê-

mes tems ſont en raiſon réciproque de ces ſommes de viteſſes ; & pareillement lorſque ces ſommes de viteſſes ſont égales, les eſpaces parcourus ſont comme les tems emploïés à les parcourir.

Si l'on ſuppoſe préſentement que les tems t, θ, écoulés depuis le commencement des mouvemens, ſoient enfin devenus égaux aux tems ou durées totales D, Δ : cette hypothêſe rendant non-ſeulement $t = D$, & $\theta = \Delta$; mais encore $e = L$, & $\varepsilon = \Lambda$; la quatriéme Regle $\frac{\overline{V - n \times D + nt}}{\overline{n+1} \times e} = \frac{\overline{\mathcal{V} - v \times \Delta + v\theta}}{\overline{v+1} \times \varepsilon}$ ſe changera ici en $\frac{V \times D}{\overline{n+1} \times L} = \frac{\mathcal{V} \times \Delta}{\overline{v+1} \times \Lambda}$, qui en ſera une ſixiéme pareillement générale des mouvemens dont il s'agit ici, pris preſentement comme complets, c'eſt à dire, depuis leurs commencemens juſqu'à l'entiére extinction de leurs viteſſes dans le cas de n, v, poſitives où ils ſont retardés ; ou bien juſqu'à ce que leurs derniéres viteſſes ſoient devenuës infinies dans le cas de n, v, négatives où ces mouvemens ſeront accélérés.

REGLE VI.

Pour comparer entr'eux les précédens mouvemens retardés ou accélérés, pris preſentement depuis leurs commencemens juſqu'à ce que leurs derniéres viteſſes ſoient devenuës nulles ou infinies.

$$\frac{V \times D}{\overline{n+1} \times L} = \frac{\mathcal{V} \times \Delta}{\overline{v+1} \times \Lambda}, \text{ ou } \overline{v+1} \times \Lambda \times V \times D = \overline{n+1} \times L \times \mathcal{V} \times \Delta.$$

Cette Regle eſt, dis-je, encore des mouvemens retardés lorſque n & v ſont poſitives, & accélérés lorſqu'elles ſont négatives.

Entre une infinité de Corollaires qu'on en pourroit encore tirer, voici ſeulement encore celui des mouvemens retardés dans l'hypothêſe de Galilée, qu'on vient de voir (*Regle* 5.) donner ici $n = 1 = v$. Cela étant, il eſt viſible que la preſente Regle 6. donnera ici $\Lambda \times V \times D = L \times \mathcal{V} \times \Delta$; d'où réſulte,

1°. $L . \Lambda ::$

1°. $L. \Lambda :: V \times D. \ U \times \Delta$. c'est à dire, les espaces parcourus pendant les tems totaux, comme les produits de ces tems par les premiéres vitesses : de sorte que ces espaces totaux seront comme les premiéres vitesses lorsque les tems totaux seront égaux, & comme ces tems totaux lorsque les premiéres vitesses seront égales.

2°. $V. U :: L \times \Delta. \ \Lambda \times D :: \frac{L}{D}. \ \frac{\Lambda}{\Delta}$. c'est à dire, les premiéres vitesses comme les quotiens des espaces totaux, ou parcourus pendant les tems totaux, divisés par ces mêmes tems : de sorte que ces vitesses premiéres seront comme ces espaces lorsque les tems totaux seront égaux ; & en raison réciproque de ces tems, lorsque les espaces parcourus pendant ces tems seront égaux entr'eux.

3°. $D. \Delta :: L \times U. \ \Lambda \times V :: \frac{L}{V}. \ \frac{\Lambda}{U}$. c'est à dire, les tems totaux comme les quotiens des espaces parcourus pendant ces tems, divisés par les premiéres vitesses : de sorte que ces vitesses étant égales, les tems totaux seront comme les espaces parcourus pendant ces tems ; & lorsque ces espaces seront égaux, les tems totaux seront en raison réciproque des premiéres vitesses.

Voilà pour les mouvemens variés dont les vitesses suivroient les raisons diréctes ou réciproques des tems à écouler depuis elles jusqu'à ce qu'elles fussent devenuës les plus petites ou les plus grandes qu'elles puissent être. On a aussi vû dans la Regle 1. *& dans le nomb.* 3. *de l'art.* 4. *qui suit la Regle* 3. *tout ce qui concerne les mouvemens variés dont les vitesses suivroient les raisons diréctes ou réciproques des puissances des tems écoulés depuis leurs commencemens jusqu'à elles. On a, dis-je, trouvé dans les six Regles précédentes la maniére de comparer entr'eux, à volonté, les mouvemens variés de chacune. Voici presentement pour comparer aussi à volonté un des mouvemens variés de la premiére Regle avec un de ceux des Regles* 4. 5. *&* 6. *lesquelles se trouveront encore dans la seconde des Remarques qui suivent le treiziéme Regle.*

REGLE VII.

Pour comparer les mouvemens variés suivant les puissances des tems écoulés de la Regle 1. avec les variés suivant les puissances des tems à écouler de la Regle 4.

$$\frac{ut}{\overline{n+1}\times\theta} = \frac{\overline{V-v}\times\Delta + v\theta}{\overline{\nu+1}\times t}.$$

Cette Regle résulte des vitesses u, v, exprimées par les équations $u = t^n$, & $v = \frac{V}{\Delta^\nu}\times\overline{\Delta-\theta}^\nu$, dont la premiére exprime un mouvement accéléré du corps C, & la seconde un retardé du corps K, lorsque les exposans n & ν sont tous deux positifs, comme ici; mais lorsqu'ils sont tous deux négatifs, c'est au contraire le mouvement du corps C qui est retardé, & celui du corps K qui est accéléré. Si un de ces exposans est positif, & l'autre négatif, ces mouvemens seront tous deux accélérés, ou tous deux retardés: accélérés l'un & l'autre, si n est positive, & ν négative; ou retardés l'un & l'autre, si n est négative, & ν positive.

Il est encore manifeste par la seconde des équations précédentes, que lorsque $\theta = \Delta$, les derniéres vitesses (v) du corps K, sont les plus petites qu'elles puissent être dans le cas de ν positive, & les plus grandes qu'elles puissent être dans le cas de ν négative.

Si l'on veut presentement chasser le tems total Δ de la Regle précedente, l'équation $v = \frac{V}{\Delta^\nu}\times\overline{\Delta-\theta}^\nu$ donnant $\Delta = \frac{\theta\times V^{\frac{1}{\nu}}}{V^{\frac{1}{\nu}} - v^{\frac{1}{\nu}}}$, cette Regle se changera ici en une autre $\frac{ut}{\overline{n+1}\times\theta} = \frac{\theta}{\overline{\nu+1}\times\theta}\times\frac{V^{\frac{\nu+1}{\nu}} - v^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{V^{\frac{1}{\nu}} - v^{\frac{1}{\nu}}}$, qui sera aussi générale qu'elle.

REGLE VIII.

Pour comparer encore les mouvemens variés suivant les puissances des tems écoulés, avec les variés suivant les puissances des tems à écouler, ainsi que dans la précédente Regle 7.

$$\frac{nt}{\overline{n+1}\times e} = \frac{\theta}{\overline{\nu+1}\times \varepsilon} \times \frac{V^{\frac{\nu+1}{\nu}} - v^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{V^{\frac{1}{\nu}} - v^{\frac{1}{\nu}}}.$$

Ces mouvemens seront encore accélérés ou retardés selon que n & ν y seront positives ou négatives, ainsi que dans la précédente Regle 7.

Entre une infinité de Corollaires qu'on peut tirer de celle-ci, en voici seulement un pour l'hypothêse de Galilée, où les accélérations uniformes des corps qui tombent en lignes droites, & les retardemens pareillement uniformes des corps jettés en haut suivant les mêmes lignes, donnent $n = 1 = \nu$, à cause que les vitesses en tombant y seroient en raison des tems écoulés depuis le commencement des chutes jusqu'à ces vitesses, & celles des corps en montant y seroient en raison des tems à écouler depuis elles jusqu'à leur entiére extinction : ce cas réduisant la Regle précédente à $\frac{nt}{2e} = \frac{\theta}{2\varepsilon} \times \frac{V^2 - v^2}{V - v} = \frac{\theta}{2\varepsilon} \times \overline{V+v}$, l'on y auroit $e.\varepsilon :: nt.\ \theta \times \overline{V+v}$. c'est à dire, les espaces ainsi parcourus par les corps C, K, pendant les tems t, θ, en raison du produit du premier (t) de ces tems par la vitesse (n) du corps C aquise pendant ce tems, au produit du second tems (θ) par la somme ($V+v$) de la premiére & de la derniére vitesse dont le corps K se meut au commencement & à la fin de ce tems. D'où l'on voit qu'en tems égaux l'espace (e) parcouru d'un mouvement accéléré par le corps C, seroit à l'espace (ε) parcouru d'un mouvement retardé par le corps K, comme la derniére vitesse (n) du corps C, à la somme ($V+v$) de la premiére & de la derniére vitesse du corps K.

Il eſt pareillement manifeſte que cette même hypothêſe de $n = 1 = v$, donneroit ici $t.\ \theta :: e \times \overline{V + v}.\ \epsilon u.$ c'eſt à dire, les tems emploïés à parcourir les eſpaces e, ϵ, par les corps C, K, en raiſon du produit du premier de ces eſpaces par la ſomme des viteſſes premiére & derniére du corps K, au produit du ſecond de ces mêmes eſpaces par la derniére viteſſe du corps C. D'où l'on voit auſſi que lorſque ces eſpaces ſont égaux, les tems emploïés à les parcourir par les corps C, K, ſont en raiſon réciproque de la derniére des viteſſes du premier de ces corps, à la ſomme faite de la premiére & de la derniére viteſſe du ſecond ; & pareillement que lorſque cette ſomme de viteſſes du corps K, eſt égale à la derniére viteſſe du corps C, les eſpaces parcourus par ces corps, ſont comme les tems emploïés à les parcourir.

Il eſt encore à remarquer que lorſque la derniére viteſſe (v) du corps K eſt devenuë nulle ou infinie, ayant alors $\theta = \Delta$, & $\epsilon = \Lambda$, la ſeptiéme Regle $\frac{ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{\overline{V - v} \times \Delta + v\theta}{\overline{v+1} \times \epsilon}$, ſe changera pour lors en $\frac{ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{V \times \Delta}{\overline{v+1} \times \Lambda}$, qui en ſera une neuviéme générale des mouvemens dont il s'agit ici, en prenant celui du corps C comme l'on voudra, & celui du corps K comme complet, c'eſt à dire, depuis ſon commencement juſqu'à l'entiére extinction de ſa viteſſe dans le cas de v poſitive où il eſt retardé ; ou bien juſqu'à ce que ſa derniére viteſſe ſoit devenuë infinie dans le cas de v négative où ce mouvement ſeroit accéléré.

REGLE IX.

Pour comparer les mouvemens variés ſuivant les puiſſances des tems écoulés, avec les variés ſuivant les puiſſances des tems à écouler pris preſentement depuis leur commencement juſqu'à ce que leurs derniéres viteſſes ſoient devenuës nulles ou infinies.

$$\frac{ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{V \times \Delta}{\overline{v+1} \times \Lambda}, \text{ ou } \overline{v+1} \times \Lambda \times ut = \overline{n+1} \times e \times V \times \Delta.$$

Cette Regle eſt encore des mouvemens accélérés ou retardés ſelon que n & ν y ſeront poſitives ou négatives, comme dans les Regles 7. & 8.

Entre une infinité de Corollaires qu'on pourroit encore tirer de celle-ci, en voici ſeulement encore un dans l'hypothêſe de Galilée, qu'on vient de voir (*Regle* 8.) donner ici $n = 1 = \nu$. Cela étant, il eſt viſible que la preſente Regle 9. donnera ici $\Lambda \times ut = e \times \mathcal{V} \times \Delta$, d'où réſulte,

1°. $e. \Lambda :: ut. \mathcal{V} \times \Delta$. C'eſt à dire, l'eſpace parcouru par le corps C d'un mouvement accéléré, à l'eſpace parcouru par le corps K d'un mouvement retardé juſqu'à l'extinction de ſa viteſſe, comme le produit de la derniére viteſſe du corps C par le tems emploïé à l'aquerir, au produit de la premiére du corps K par le tems total emploïé juſqu'à l'entiére extinction de cette viteſſe. De ſorte que ſi ces tems t, Δ, ſont égaux, les eſpaces e, Λ, parcourus par les corps C, K, ſeront entr'eux comme la derniére viteſſe du premier de ces corps, à la premiére du ſecond.

2°. $t. \Delta :: e \times \mathcal{V}. \Lambda \times u$. C'eſt à dire, les tems précédens entr'eux comme les produits des eſpaces parcourus pendant ces tems, multipliés par les viteſſes précédentes réciproquement priſes. De ſorte que ces viteſſes ſeront comme ces eſpaces lorſque les tems précédens ſeront égaux; & en raiſon réciproque de ces tems lorſque les eſpaces ſeront égaux entr'eux.

3°. $u. \mathcal{V} :: e \times \Delta. \Lambda \times t$. C'eſt à dire, la derniére viteſſe du mouvement accéléré du corps C, à la premiére du retardé du corps K, en raiſon compoſée de la diréćte des eſpaces parcourus par ces corps, & de la réciproque des tems qu'ils y ont emploïés, celui du corps K allant juſqu'à l'entiére extinction de la ſienne. De ſorte que ces viteſſes (derniére du corps C, & premiére du corps K) ſeront comme ces eſpaces lorſque ces tems ſeront égaux; & en raiſon réciproque de ces tems, lorſque ces eſpaces ſeront égaux entr'eux.

4°. Enfin l'on aura $e = \Lambda$, lorſque $u = \mathcal{V}$, & $t = \Delta$; c'eſt

à dire que lorsque la derniére vitesse du corps *C* sera égale à la premiére du corps *K*, & la durée du mouvement accéléré du premier de ces corps, pareillement égale au tems total du mouvement retardé du second jusqu'à l'entiére extinction de sa vitesse ; les espaces ainsi parcourus par ces corps seront alors égaux entr'eux. D'où l'on voit que dans la presente hypothêse de Galilée, si un corps tombé de quelque hauteur que ce soit en vertu de sa seule pesanteur, est rejetté en haut suivant la même ligne, & avec la vitesse qu'il avoit aquise à la fin de sa chute, il remontera précisément à la même hauteur d'où il étoit tombé, dans un tems précisément égal à celui qu'il avoit mis à tomber, à la fin duquel tems sa vitesse d'ascension étant éteinte, il retombera comme auparavant. Ce qui s'accorde avec ce que Galilée en a dit dans le Scholie de la Prop. 23. de son Traité *De motu naturaliter accelerato.*

Voilà, ce me semble, assez d'exemples de ce que les Corollaires 1. *&* 2. *de la Proposition générale sont capables de donner pour la comparaison des mouvemens variés à volonté, avec d'autres variés aussi de la même ou de telle autre maniére qu'on voudra. Voici aussi quelque chose de ce que son Corol.* 3. *peut donner de même pour la comparaison des mouvemens variés avec les uniformes, en supposant presentement le corps* K *mû d'un mouvement uniforme quelconque, & le corps* C *mû encore d'un mouvement varié suivant une puissance aussi quelconque des tems. Les Regles s'en trouveront encore à la maniére des exemples précédens, aussi-bien que pour toute autre variation des vitesses du corps* C, *reglée sur telle autre affection des tems qu'on voudra : Les quatre suivantes suffiront, en y supposant toujours les noms généraux qui précédent la premiére Regle.*

REGLE X.

Pour comparer les mouvemens uniformes avec les variés suivant les puissances des tems écoulés.

$$\frac{ut}{\overline{n+1} \times e} = \frac{v\theta}{t}, \text{ ou } utt = \overline{n+1} \times ev\theta.$$

Les mouvemens variés du corps *C* dans cette Regle,

dans laquelle on lui ſuppoſe $u = t^n$, ſont accélérés lorſque n eſt poſitive, & des retardés lorſque n eſt négative.

Elle donne d'abord en général . . .
$$\begin{cases} u . v :: \overline{n+1}\times e\theta . \varepsilon t :: \frac{\overline{n+1}\times e}{t} . \frac{\varepsilon}{\theta} . \\ t . \theta :: \overline{n+1}\times ev . \varepsilon u :: \frac{\overline{n+1}\times e}{u} . \frac{\varepsilon}{v} . \\ e . \varepsilon :: ut . \overline{n+1}\times v\theta . \end{cases}$$

Ce ſont-là, dis-je, autant de Corollaires généraux de la Regle dont il s'agit ici : en voici preſentement l'application à quelques hypothêſes.

1°. Si $u = v$, l'on aura $t . \theta :: \overline{n+1}\times e . \varepsilon$. ou $e . \varepsilon :: t . \overline{n+1}\times\theta$.

2°. Si $t = \theta$, l'on aura $u . v :: \overline{n+1}\times e . \varepsilon$. ou $e . \varepsilon :: u . \overline{n+1}\times v$.

3°. Si $e = \varepsilon$, l'on aura $u . v :: \overline{n+1}\times\theta . t$. ou $t . \theta :: \overline{n+1}\times v . u$.

4°. Si $u = v$, & $t = \theta$, l'on aura $\overline{n+1}\times e = \varepsilon$.

5°. Si $u = v$, & $e = \varepsilon$, l'on aura $t = \overline{n+1}\times\theta$.

6°. Si $t = \theta$, & $e = \varepsilon$, l'on aura $u = \overline{n+1}\times v$.

7°. Si $u . v :: e . \varepsilon$. l'on aura $t = \overline{n+1}\times\theta$.

8°. Si $t . \theta :: e . \varepsilon$. l'on aura $u = \overline{n+1}\times v$.

9°. Si $u . v :: \theta . t$. l'on aura $\overline{n+1}\times e = \varepsilon$.

10°. Si $u . v :: t . \theta$. l'on aura . . .
$$\begin{cases} e . \varepsilon :: uu . \overline{n+1}\times vv :: tt . \overline{n+1}\times\theta\theta . \\ u . v :: \sqrt{\overline{n+1}\times e} . \sqrt{\varepsilon} :: t . \theta . \end{cases}$$

11°. Si $u . v :: \varepsilon . e$. l'on aura . . .
$$\begin{cases} t . \theta :: \overline{n+1}\times vv . uu :: \overline{n+1}\times ee . \varepsilon\varepsilon . \\ u . v :: \sqrt{\overline{n+1}\times\theta} . \sqrt{t} :: \varepsilon . e . \end{cases}$$

12°. Si $t . \theta :: \varepsilon . e$. l'on aura . . .
$$\begin{cases} u . v :: \overline{n+1}\times\theta\theta . tt :: \overline{n+1}\times ee . \varepsilon\varepsilon . \\ t . \theta :: \sqrt{\overline{n+1}\times v} . \sqrt{u} :: \varepsilon . e . \end{cases}$$

Réciproquement ſi toutes ces égalités ou Analogies concluës des ſuppoſées depuis le nomb. 1. juſqu'au nomb. 12. ſont vraies, les ſuppoſées le ſont auſſi.

J'apperçois en corrigeant cette épreuve, que les ſuppoſitions des nomb. 4. 5. & 6. ne ſont que des cas de celles qui les ſuivent ; ainſi on les peut paſſer, l'Imprimeur ne me permettant pas d'en ſubſtituer d'autres pour en remplir la place.

REMARQUE.

Il eſt à remarquer que la Regle générale qui vient de donner toutes ces particuliéres, en pourroit encore donner pluſieurs autres pareillement conformes à tout ce qu'on y peut encore faire d'autres hypothêſes touchant les raports de celles qu'on voudra des choſes que cette Regle générale contient ; & tout cela ſans toucher encore à la généralité de l'expoſant *n*. De ſorte que ſi on le veut détailler, chacune des Regles précédentes en fournira encore une infinité d'autres ſelon les différentes valeurs qu'on peut donner ſans fin à ce nombre *n*.

Par éxemple, la Regle $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$ du nomb. 4. dans laquelle on ſuppoſe que la viteſſe uniforme & conſtante *v* du corps *K*, eſt égale à la derniére des accélérées *u* du corps *C*, & les tems *t*, *θ*, des mouvemens de ces corps, auſſi égaux entr'eux ; ſi l'on y détermine de plus l'expoſant *n* des puiſſances des tems du corps *C*, ſuivant leſquelles les viteſſes (*u*) de ce corps s'augmentent, cette Regle fournira encore les ſuivantes.

1°. Si $n = 1$, comme dans l'hypothêſe de Galilée, où les viteſſes des mouvemens accélérés ſuivent la raiſon des tems emploïés à les aquerir ; la précédente Regle $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$ donnera ici $2e = \varepsilon$, ou $e = \frac{1}{2}\varepsilon$: c'eſt à dire que l'eſpace (*e*) parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſera ſeulement la moitié de celui (*ε*) qui ſeroit parcouru en même tems, ou dans un tems égal, d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées, ainſi que Galilée l'a dit dans la Prop. 1. de ſon Traité *De motu naturaliter accelerato*.

2°. Si $n = 2$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes (*u*) qui croîtroient dans la raiſon des quarrés des tems (*t*) emploïés à les aquerir ; la Regle précédente $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$, donneroit $3e = \varepsilon$, ou $e = \frac{1}{3}\varepsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit ſeulement le tiers de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées.

3°. Si

3°. Si $n = 3$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les cubes des tems emploïés à les aquerir ; la Regle précédente donneroit de même $4e = \epsilon$, ou $e = \frac{1}{4}\epsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit ſeulement le quart de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées.

4°. Si $n = 4$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les quatriémes puiſſances des tems emploïés à les aquerir ; la Regle précédente $\overline{n+1} \times e = \epsilon$, donneroit ici $5e = \epsilon$, ou $e = \frac{1}{5}\epsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit ſeulement la cinquiéme partie de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées. Et ainſi à l'infini de toutes les valeurs entiéres poſitives qu'on peut donner ſans fin au nombre indéterminé n.

5°. Si l'on ſuppoſe preſentement $n = \frac{1}{2}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les racines quarrées des tems emploïés à les aquerir ; la Regle précédente $\overline{n+1} \times e = \epsilon$, donneroit ici $\overline{\frac{1}{2}+1} \times e = \epsilon$, ou $e = \frac{2}{3}\epsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit les deux tiers de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées.

6°. Si $n = \frac{1}{3}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les racines cubiques des tems emploïés à les aquerir ; la précédente Regle $\overline{n+1} \times e = \epsilon$, donneroit auſſi $\overline{\frac{1}{3}+1} \times e = \epsilon$, ou $e = \frac{3}{4}\epsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit les trois quarts de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées.

7°. Si $n = \frac{1}{4}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les racines quatriémes ou quarrées-quarrées de tems emploïés à les aquerir ; la précédente Regle $\overline{n+1} \times e = \epsilon$, donneroit de même $\overline{\frac{1}{4}+1} \times e = \epsilon$,

ou $e = \frac{4}{5} \varepsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit égal à quatre cinquiémes de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées.

8°. Si $n = \frac{1}{5}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes qui croîtroient comme les racines cinquiémes des tems emploïés à les aquerir ; la précédente Regle $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$, donneroit encore ici de même $\overline{\frac{1}{5}+1} \times e = \varepsilon$, ou $e = \frac{5}{6} \varepsilon$: c'eſt à dire qu'en ce cas l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi accéléré, ſeroit égal à cinq ſixiémes de celui qui ſeroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à la derniére des accélérées. Et ainſi de toutes les autres valeurs rompuës & poſitives qu'on peut donner à l'infini au nombre indéterminé n.

Voilà pour la comparaiſon des mouvemens uniformes ($u = \theta^0 = 1$) *avec les accélérés dont les viteſſes* ($u = t^n$) *ſuivroient telles puiſſances des tems, qu'on voudroit exprimer par* n *poſitive, ſoit qu'on prît cet expoſant des tems pour un nombre entier ou rompu. Voïons preſentement auſſi quelque choſe de ce que cette comparaiſon donnera lorſque* n *ſera négative, & changera par-là le mouvement accéléré du corps* C *en mouvement retardé, l'équation parabolique* $u = t^n$ *ſe changeant pour lors en l'hyperbolique* $u = t^{-n}$ *ou* $u = \frac{1}{t^n}$, *qui rend toûjours les viteſſes initiales* (u) *infinies, & ne les réduit à zero qu'aprés un tems infini.*

Mais parceque l'eſpace e *parcouru par le corps* C, *pendant le tems* t, *d'un mouvement ainſi retardé ſuivant la raiſon réciproque des puiſſances* t^n *des tems, ſeroit infini ou contradictoire pendant quelque tems fini que ce fût, ſi l'expoſant* n *étoit un nombre entier ou une fraction plus grande que l'unité ; nous ne prendrons plus cet expoſant que pour une fraction négative moindre que l'unité dans la Regle* $\overline{n+1} \times e = \varepsilon$ *dont il s'agit ici ; & même ſeulement pour en faire voir la fécondité, les viteſſes initiales que* n *négative y éxige infinies, étant trop au-deſſus de la nature.*

9°. Soit donc preſentement $n = -\frac{1}{2}$, ainſi qu'il arriveroit dans le cas des viteſſes u du corps C, décroiſſantes ſuivant la raiſon réciproque des racines quarrées des

tems emploïés à leur décroissement ; la Regle précédente $\overline{n+1}\times e=\varepsilon$, donneroit pareillement ici $\overline{-\frac{1}{2}+1}\times e=\varepsilon$, ou $e=2\varepsilon$; ce qui feroit voir qu'en ce cas l'espace (e) parcouru d'un mouvement ainsi retardé, seroit double de l'espace (ε) parcouru pendant un même tems quelconque d'une vitesse uniforme égale à la derniére des diminuées.

10°. Si $n=-\frac{1}{3}$, ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses décroissantes suivant la raison réciproque des racines cubiques des tems emploïés à leur décroissement ; la précédente Regle $\overline{n+1}\times e=\varepsilon$, donneroit ici $\overline{1-\frac{1}{3}}\times e=\varepsilon$, ou $2e=3\varepsilon$: c'est à dire qu'en ce cas le double de l'espace parcouru d'un mouvement ainsi retardé, seroit égal au triple de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la derniére des diminuées.

11°. Si $n=-\frac{1}{4}$, ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses décroissantes en raison réciproque des quatriémes racines des tems emploïés à leur décroissement ; la précédente Regle $\overline{n+1}\times e=\varepsilon$, donneroit $\overline{1-\frac{1}{4}}\times e=\varepsilon$, ou $3e=4\varepsilon$: c'est à dire qu'en ce cas le triple de l'espace parcouru d'un mouvement ainsi retardé, seroit égal au quadruple de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la derniére des diminuées.

12°. Si $n=-\frac{1}{5}$, ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses décroissantes en raison réciproque des cinquiémes racines des tems emploïés à leur décroissement ; la précédente Regle $\overline{n+1}\times e=\varepsilon$, donneroit $\overline{1-\frac{1}{5}}\times e=\varepsilon$, ou $4e=5\varepsilon$: c'est à dire qu'en ce cas le quadruple de l'espace parcouru d'un mouvement ainsi retardé, seroit égal au quintuple de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la derniére des diminuées. Et ainsi de toutes les autres valeurs négatives rompuës moindres que l'unité, qu'on peut donner à l'infini au nombre indéterminé n.

Ce détail de la Regle du nomb. 4. qui précéde la presente Remarque, fait voir assez comment chacune des autres Regles tirées de la dixiéme générale qui les précéde, en peut donner

de même une infinité d'autres selon les différentes valeurs qu'on peut donner sans fin au nombre indéterminé n; *ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage. Nous n'avons détaillé cette Regle du nomb.* 4. *qui précéde la presente Remarque, préférablement aux autres, que pour faire voir qu'outre la Prop.* 1. *du Traité* De motu naturaliter accelerato *de Galilée, la double hypothèse des tems égaux, & des derniéres vitesses aussi égales entr'elles, que cet Auteur fait dans cette Proposition, nous en pourroit encore donner une infinité d'autres par le moyen de cette seule Regle, qui pour cela n'éxige pas même cette double hypothèse de* u=u *& de* t=θ, *la simple de* u.v :: θ.t. *suffisant pour en conclure les mêmes choses avec plusieurs autres que cette double hypothèse de Galilée ne donneroit pas.*

REGLE XI.

Pour comparer les mouvemens uniformes avec les variés suivant les puissances des tems à écouler.

$$\frac{\overline{V-u}\times D+ut}{\overline{n+1}\times t}=\frac{v\theta}{t}.$$

Cette Regle résulte de la vitesse uniforme ou constante v du corps K pendant le tems θ, & de celle du corps C exprimée par l'équation $u=\frac{V}{D^n}\times\overline{D-t}^n$, laquelle fait assez voir que lorsque $t=D$, la derniére vitesse u de ce corps, est la plus petite qu'elle puisse être dans le cas de n positive, où son mouvement seroit retardé; & la plus grande qu'elle puisse être dans le cas de n négative, où le mouvement de ce corps C, seroit accéléré : cette derniére vitesse u se trouvant nulle ou zero à la fin du tems total D du mouvement de ce corps dans le premier cas, & infinie dans le second. Mais ce tems total D n'étant connu que de la maniére qu'il a été marqué à la suite de la Regle 4. si on le veut banir de celle-ci, & n'y laisser que les tems partiaux t, θ, écoulés depuis le commencement des mouvemens jusqu'à tels instans qu'on voudra, l'équation $u=\frac{V}{D^n}\times\overline{D-t}^n$ donnant $D=\frac{t\times V^{\frac{1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}}-u^{\frac{1}{n}}}$, la substitution

de cette valeur de D dans la Regle précédente la changera en celle-ci qui sera aussi génerale qu'elle.

REGLE XII.

Pour comparer encore les mouvemens uniformes avec les variés suivant les puissances des tems à écouler, ainsi que dans la précédente Regle 11.

$$\frac{t}{\overline{n+1}\times e}\times\frac{V^{\frac{n+1}{n}}-u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}}-u^{\frac{1}{n}}}=\frac{v\theta}{\epsilon}.$$

Le mouvement varié du corps C, est encore ici retardé lorsque n est positive, & accéléré lorsqu'elle est négative, comme dans la précédente Regle 11. Et si l'on prend presentement le tems écoulé (t) pour la durée entiére (D) de tout le mouvement varié du corps C, jusqu'à sa plus grande ou moindre vitesse possible; cette hypothêse donnant $t=D$, & $e=L$, elle changera encore la Regle 11. en celle-ci.

REGLE XIII.

Pour comparer les mouvemens uniformes avec les variés suivant les puissances des tems à écouler pris presentement depuis leur commencement jusqu'à leurs plus grandes ou moindres vitesses possibles.

$$\frac{V\times D}{\overline{n+1}\times L}=\frac{v\theta}{\epsilon},\ \text{ou}\ V\times D\times\epsilon=\overline{n+1}\times v\theta\times L.$$

Le mouvement varié du corps C, est encore ici retardé lorsque n est positive, & accéléré lorsqu'elle est négative, ainsi que dans les précédentes Regles 11. & 12.

Entre une infinité de Corollaires qu'on pourroit tirer de celle-ci à la maniére de ceux qu'on a tiré de la dixiéme, en voici seulement un : C'est que si l'on suppose $V=v$, & $D=\theta$, elle donnera $\epsilon=\overline{n+1}\times L$, c'est à dire qu'en ce cas l'espace (ϵ) parcouru de vitesse uniforme égale à la premiére des variées, comme ci-dessus (*Reg.* 11. *&* 12.) sera à l'espace (L) parcouru de ce mouvement varié jusqu'à la plus grande ou moindre vitesse

possible :: $n+1$. 1. De sorte que si l'on suppose de plus $n=1$, ainsi qu'il doit arriver lorsque ce mouvement varié est uniformément retardé, comme dans l'hypothêse de Galilée, où les vitesses d'un corps jetté diréctement en haut décroissent en raison des tems à emploïer jusqu'à leur entiére extinction, c'est à dire, dans la raison que croissent celles qu'il aquieroit en raison des mêmes tems emploïés à tomber le long de la même ligne d'une hauteur propre à lui donner à la fin de cette ligne la même vitesse qu'il y avoit en partant de bas en haut; l'on auroit e. L :: 2. 1. ou $e=2L$. D'où l'on voit que dans cette hypothêse de Galilée, l'espace parcouru d'un mouvement uniformément retardé jusqu'à zero, ne seroit que la moitié de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la premiére des retardées.

On a vû dans le nomb. 1. de la Remarque qui suit la Regle 10. que dans cette même hypothêse de Galilée, l'espace parcouru d'une vitesse uniforme égale à la derniére des accélérées d'une chute faite en vertu de la seule pesanteur, dans un tems égal à celui du mouvement uniforme, seroit aussi double de ce qu'il y en auroit de parcouru dans cette chute. Donc en supposant les tems & les vitesses uniformes égales de part & d'autre, l'on aura pareillement l'espace parcouru d'un mouvement uniformément accéléré en descendant, égal à celui qui seroit parcouru en même tems suivant la même ligne en remontant avec des vitesses uniformément retardées, dont la premiére seroit égale à la derniére des accélérées. D'où l'on voit que suivant l'hypothêse de Galilée un corps tombé en ligne droite, & ensuite jetté en haut suivant la même ligne d'une vitesse égale à la derniére de celles qu'il avoit aquises en tombant, remonteroit précisément à la même hauteur d'où il étoit tombé, & dans un tems égal à celui de sa chute, sa vitesse d'ascension s'éteignant précisément au point où il avoit commencé de tomber. D'où l'on voit aussi que dans cette hypothêse de Galilée, un corps jetté diréctement en haut emploïeroit à re-

tomber un tems précisément égal à celui qu'il auroit mis à monter, & qu'il auroit à chaque point en retombant la même vitesse qu'il y avoit en montant, ainsi qu'on l'a déja conclu de la Regle 9. nomb. 4.

REMARQUE I.

Il est encore à remarquer que si dans les trois Regles précédentes 11. 12. & 13. lesquelles sont $\frac{\overline{V-u}\times D+ut}{\overline{n+1}\times e}=\frac{v\theta}{\varepsilon}$,

$$\frac{t}{\overline{n+1}\times e}\times\frac{V^{\frac{n+1}{n}}-u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}}-u^{\frac{1}{n}}}=\frac{v\theta}{\varepsilon},\ \&\ \frac{V\times D}{\overline{n+1}\times L}=\frac{v\theta}{\varepsilon},$$ on

suppose le corps C égal au corps K, ou que c'est le même de part & d'autre; & qu'on y prenne v, $\mathcal{V}$, θ, Δ, ε, Λ, ν, au lieu de u, V, t, D, e, L, n, suivant les noms généraux, comme pour comparer le mouvement uniforme du corps K, avec un mouvement varié de ce même corps suivant les puissances ν des tems à écouler jusqu'à sa plus grande ou moindre vitesse possible; l'équation $u=\frac{V}{D^n}\times\overline{D-t}^{\,n}$, qui avec $v=\theta^0=1$, a donné ces trois Regles, se changeant alors en $v=\frac{\mathcal{V}}{\Delta^\nu}\times\overline{\Delta-\theta}^{\,\nu}$, ces mêmes Regles se changeront aussi pour lors en ces trois-ci: $\frac{\overline{\mathcal{V}-v}\times\Delta+v\theta}{\overline{\nu+1}\times\varepsilon}=\frac{v\theta}{\varepsilon}$, $\frac{\theta}{\overline{\nu+1}\times\varepsilon}$

$$\times\frac{\mathcal{V}^{\frac{\nu+1}{\nu}}-v^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{\mathcal{V}^{\frac{1}{\nu}}-v^{\frac{1}{\nu}}}=\frac{v\theta}{\varepsilon},\ \&\ \frac{\mathcal{V}\times\Delta}{\overline{\nu+1}\times\Lambda}=\frac{v\theta}{\varepsilon},$$ lesquelles comparées par ordre avec celles-là, donneront encore ces trois-ci: $\frac{\overline{V-u}\times D+ut}{\overline{n+1}\times e}=\frac{\overline{\mathcal{V}-v}\times\Delta+v\theta}{\overline{\nu+1}\times\varepsilon}$, $\frac{t}{\overline{n+1}\times e}$

$$\times\frac{V^{\frac{n+1}{n}}-u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}}-u^{\frac{1}{n}}}=\frac{\theta}{\overline{\nu+1}\times\varepsilon}\times\frac{\mathcal{V}^{\frac{\nu+1}{\nu}}-v^{\frac{\nu+1}{\nu}}}{\mathcal{V}^{\frac{1}{\nu}}-v^{\frac{1}{\nu}}},\ \&\ \frac{V\times D}{\overline{n+1}\times L}$$

$$=\frac{\mathcal{V}\times\Delta}{\overline{\nu+1}\times\Lambda},$$ qui sont les mêmes que les 4. 5. 6. & pour les mêmes usages.

Voilà, ce me semble, assez d'éxemples pour faire sentir l'usage immense de la Proposition générale qui les précéde. Nous n'y avons pris les vitesses que suivant les affections des tems, quoique cette Proposition pût aussi s'appliquer aux hypothèses où ces vitesses seroient supposées suivre les affections des espaces parcourus ou à parcourir, si ces hypothèses étoient possibles: C'est ce que nous éxaminerons quelque jour. En attendant voici comment cette même Proposition générale donne encore les Regles des mouvemens accélérés, qui se trouvent dans les Mémoires de 1693. pag. 95.

REMARQUE II.

Outre les noms précédens soient m, μ, les masses des corps C, K; & f, φ, les premiéres forces qui en commencent les mouvemens, telles que sont les pesanteurs dans les corps graves. Soit de plus $f. \varphi :: bm. \beta\mu$. quel que soit le raport de b à β: l'on aura $f\beta\mu = \varphi bm$. Donc en multipliant cette égalité par celle $\epsilon \times \int u\,dt = e \times \int v\,d\theta$ qui résulte de l'Analogie $\int u\,dt. \int v\,d\theta :: e. \epsilon$. démontrée dans la Proposition générale, Corol. 1. l'on aura pareillement $f\beta\mu\epsilon \times \int u\,dt = \varphi bme \times \int v\,d\theta$. pour Regle générale d'où se tire celles des Mémoires de 1693. pag. 95.

Pour le voir, soit présentement $b = \beta$; qu'au lieu de t, θ, on prenne en général x, y, pour les abscisses des axes de Courbes quelconques dont les vitesses u, v, soient les ordonnées; & qu'on suppose $u. v :: x^n. y^n$. au lieu de $u. v :: t^n. \theta^n$. Et par conséquent aussi $\int u\,dt. \int v\,d\theta :: x^{n+1}. y^{n+1}$. quelles que soient les variables x, y, substituées au lieu de t, θ; la Regle qu'on vient de trouver, se changera ici en $me\varphi y^{n+1} = \mu\epsilon f x^{n+1}$, laquelle est la premiére des deux Regles des Mem. de 1693. pag. 95. où l'on appelloit e, g, f, h, r, s, x, z, v, y, p, ce qu'on appelle ici m, μ, e, ϵ, f, φ, u, v, x, y, n.

Si l'on considére de plus que la supposition qu'on fait ici de $b = \beta$ dans l'équation $f\beta\mu = \varphi bm$ qui se trouve au commencement de cette Remarque-ci, rend pareillement $f\mu = \varphi m$, la derniére Regle qu'on vient de tirer de la générale

générale qui la précéde ſe changera pareillement en $ey^{n+1} = \epsilon x^{n+1}$: d'où réſulte $ey . \epsilon x :: x^n . y^n$ (*hyp.*) :: u, v. Et la ſubſtitution de u, v, au lieu de $ey, \epsilon x$, dans cette derniére Regle, la changera de même en $um\varphi y^n = v\mu f x^n$ qui ſera auſſi la ſeconde des deux Regles des Mémoires de 1693. pag. 95.

Il eſt pourtant à remarquer que l'égalité $\epsilon \times \int udt = e \times \int ud\theta$ réſultante de la Propoſition générale, pouvant ſubſiſter ſeule, & ſans être multipliée par la ſuppoſée $f\beta\mu = \varphi bm$, cette multiplication y eſt purement arbitraire, & ce d'autant plus qu'elle pourroit également donner $f\beta\mu e \times \int ud\theta = \varphi bm\epsilon \times \int udt$, & $f\beta\mu\epsilon \times \int udt = \varphi bme \times \int ud\theta$: c'eſt pour cela qu'on ne s'en eſt point ſervi dans ce Mémoire. Il ne faut cependant pas dire que l'introduction des maſſes m, μ, & des peſanteurs ou forces vives f, φ, des corps mûs, ſoit pareillement arbitraire dans toutes les Regles de leurs mouvemens : elle eſt indiſpenſable dés qu'on n'y fait aucun uſage de leurs viteſſes, par éxemple dans celle-ci $me \times \int \varphi d\theta = \mu\epsilon \times \int f dt$ qui eſt pour des mouvemens quelconques ; & même dans celle-ci $mu\varphi = \mu v f$ qui eſt pour des mouvemens uniformes, dont f, φ, ne ſont forces vives qu'aux premiers inſtans, quoiqu'on y faſſe mention des viteſſes, quelles qu'elles ſoient.

REMARQUE III.

Il eſt auſſi à remarquer qu'en faiſant $v = o$, $V = v$, $\Delta = \theta$, & $\Lambda = \epsilon$, dans les Regles 1. 4. 6. elles donneront immédiatement les 10. 11. 13. La ſeconde Regle en donnera de même une quatorziéme $\frac{n \times V + u}{n+1} \times \frac{t}{\epsilon} = \frac{v\theta}{\epsilon}$, laquelle ſera des mouvemens uniformes du corps K, à comparer avec les variés du corps C, commencés par des viteſſes finies dont les ſeules augmentations ſuiviſſent les puiſſances des tems écoulés, comme dans cette Regle 2.

Et ſi l'on vouloit, comme dans la Regle 3. que les viteſſes entiéres du corps C, faites de chaque initiale finie & de ſes augmentations, ſuiviſſent les puiſſances des tems qui ſeroient requis pour aquerir ces ſommes de viteſſes ſi

elles commençoient à zero, l'on auroit encore une quinziéme Regle $\frac{t}{\overline{n+1} \times e} \times \frac{u^{\frac{n+1}{n}} - V^{\frac{n+1}{n}}}{u^{\frac{1}{n}} - V^{\frac{1}{n}}} = \frac{v\theta}{\varepsilon}$, laquelle serviroit de même à comparer les mouvemens ainsi variés du corps *C* avec les uniformes du corps *K*.

Enfin si l'on fait $n = o = v$, $V = u$, $\mathcal{U} = v$, $Z = e$, $\Lambda = \varepsilon$, $D = t$, & $\Delta = \theta$; toutes les Regles précédentes de comparaison entr'eux des mouvemens variés, ou avec les uniformes, se réduiront à la seule $\frac{ut}{e} = \frac{v\theta}{\varepsilon}$ de comparaison des seuls uniformes entr'eux : la plûpart s'y réduiront (dis-je) immédiatement, & les autres par retour à celles-là. Mais c'est assez parler de ces Regles, à l'éxemple desquelles chacun en pourra presentement tirer de la Proposition générale, pour le moins autant d'autres qu'il y voudra faire d'hypothêses différentes des précédentes. Voici donc seulement quelque chose touchant les forces ou pesanteurs propres à produire les mouvemens précédens.

OBSERVATIONS GÉNÉRALES

Sur les Forces ou Pesanteurs propres à produire les mouvemens précédens.

Dans les Mémoires de 1700. 1701. 1703. & 1706. j'ay donné plusieurs Regles pour trouver ces sortes de forces ou pesanteurs, suivant quelques lignes que les corps se meuvent. Mais parceque pour trouver ces forces lorsque ces lignes sont courbes, il faudroit entrer dans la nature des courbures de ces mêmes lignes, lesquelles ne sont point de ce sujet-ci, outre que dans les Mémoires précédens j'ay donné assez d'éxemples de cette recherche pour les mouvemens en lignes courbes, je ne la ferai ici que pour ceux qui seroient en lignes droites suivant les hypothêses précédentes. Pour cela voici seulement deux de ces Regles.

La premiére est pour connoître quelle raison suit cha-

cune de ces forces ou pesanteurs : Cette Regle est $y=\frac{dv}{dt}$, laquelle se trouve dans les Mém. de 1700. pag. 23. où ces forces sont exprimées par y; les vitesses entiéres qui en résultent, par v; & les tems emploïés aux mouvemens en question, par t. Mais parceque nous avons pris par tout dans ce Mémoire-ci u, v, pour les vitesses des corps C, K; t, θ, pour les tems ou les durées de leurs mouvemens, à la fin desquelles ces vitesses se trouvent; & que nous prendrons dans la suite f, φ, pour les forces ou pesanteurs cherchées de ces corps, productrices ou accélératrices ou retardatrices de ces vitesses; cette Regle se changera ici en $f=\frac{du}{dt}$ pour le corps C, & en $\varphi=\frac{dv}{d\theta}$ pour le corps K.

La seconde Regle que nous emprunterons encore des Mémoires précédens, est pour comparer entr'elles les forces centrales ou pesanteurs de différens corps, c'est à dire, de masses différentes : elle se trouve aussi dans les Mém. de 1700. pag. 235. & dans ceux de 1706. pag. 183. & 186. art. 7. & 10. la voici. Aprés avoir pris dans ces Mémoires m, μ, pour les masses des corps mûs, & le reste comme nous venons de faire, j'y ay trouvé en général que les espaces parcourus en vertu de ces forces vives & actuelles pendant les instans dt, $d\theta$, doivent être entr'eux :: $\mu f dt^2 . m\varphi d\theta^2$. Mais ces forces ne produisant que du, dv, de vitesses pendant ces instans dt, $d\theta$, dans les corps C, K; les espaces parcourus en vertu de ces forces ou de ces vitesses pendant ces instans, doivent être aussi entr'eux :: $du dt . dv d\theta$. Donc $du dt . dv d\theta :: \mu f dt^2 . m\varphi d\theta^2$. ou $du . dv :: \mu f dt . \mu\varphi d\theta$. ce qui donne $m\varphi d\theta du = \mu f dt dv$, ou $f . \varphi :: \frac{m du}{dt} . \frac{\mu dv}{d\theta}$. pour Regle de comparaison entr'elles des forces centrales ou pesanteurs des corps C, K, mûs en lignes droites.

REGLES

Des Forces ou Pesanteurs cherchées.

1°. $\begin{cases} f = \frac{du}{dt} \text{ pour le corps } C. \\ \varphi = \frac{dv}{d\theta} \text{ pour le corps } K. \end{cases}$

2°. $f.\ \varphi :: \frac{m\,du}{dt}.\ \frac{\mu\,dv}{d\theta}.$ pour tous les deux.

I. Cela posé, les hypothêses $u = \frac{a^n \sqrt{tt + 2at}}{\overline{a + t}^n}$, $v = \frac{\theta^\nu \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^\nu}$ de l'Exemple 1. de la Prop. générale, donnant $\frac{du}{dt} = \frac{a^n}{\overline{a + t}^{n+1}} \times \frac{\overline{a + t}^2 - n \times \overline{tt + 2at}}{\sqrt{tt + 2at}}$, & $\frac{dv}{d\theta} = \frac{\overline{\nu + 1} \times \theta^{\nu+1} + \nu aa \theta^{\nu-1}}{a^\nu \times \sqrt{\theta\theta + aa}}$,

1°. Suivant la premiére des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, ces forces ou pesanteurs seront ici $f = \frac{a^n}{\overline{a + t}^{n+1}} \times \frac{\overline{a + t}^2 - n \times \overline{tt + 2at}}{\sqrt{tt + 2at}}$ pour le corps C, & $\varphi = \frac{\overline{\nu + 1} \times \theta^{\nu+1} + \nu aa \theta^{\nu-1}}{a^\nu \times \sqrt{\theta\theta + aa}}$ pour le corps K: c'est à dire que les forces centrales ou pesanteurs f, φ, de ces corps, propres à leur donner les vitesses supposées, devroient suivre ici chacune dans chacun d'eux la raison des grandeurs correspondantes liées avec elles par le signe $=$, qui ne signifie ici que des égalités de raisons ou de raports, ces grandeurs n'étant pas homogenes avec ces forces; ce qui soit dit ici une fois pour toutes.

2°. Suivant la seconde des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, l'on aura ici $f.\ \varphi ::$ $\frac{ma^n}{\overline{a + t}^{n+1}} \times \frac{\overline{a + t}^2 - n \times \overline{tt + 2at}}{\sqrt{tt + 2at}} .\ \frac{\mu}{a^\nu} \times \frac{\overline{\nu + 1} \times \theta^{\nu+1} + \nu aa \theta^{\nu-1}}{\sqrt{\theta\theta + aa}}.$

C'eſt à dire que les forces vives ou peſanteurs requiſes f, φ, des corps C, K, dans l'Exemple 1. de la Prop. générale, ſeroient entr'elles comme les termes qui leur répondent dans cette Analogie.

II. Les hypothêſes $u = \frac{t^{n-1}}{t^{2n} + a^{2n}}$, $v = \frac{\theta^{\nu-1}}{\theta^{2\nu} - a^{2\nu}}$, de l'Exemple 2. de la Propoſition générale, donnant $\frac{du}{dt} = \frac{\overline{n-1} \times a^{2n}t^{n} - \overline{n-1} \times t^{3n}}{tt \times \overline{t^{2n} + a^{2n}}^{2}}$, & $\frac{dv}{d\theta} = \frac{\overline{1-\nu} \times a^{2\nu}\theta^{\nu} - \overline{\nu-1} \times \theta^{3\nu}}{\theta\theta \times \overline{\theta^{2\nu} - a^{2\nu}}^{2}}$,

1°. La premiére des deux précédentes Regles des forces ou peſanteurs cherchées, donnera ici $f = \frac{\overline{n-1} \times a^{2n}t^{n} - \overline{n-1} \times t^{3n}}{tt \times \overline{t^{2n} + a^{2n}}^{2}}$ pour le corps C, & $\varphi = \frac{\overline{1-\nu} \times a^{2\nu}\theta^{\nu} - \overline{\nu-1} \times \theta^{3\nu}}{\theta\theta \times \overline{\theta^{2\nu} - a^{2\nu}}^{2}}$ pour le corps K: c'eſt à dire que les forces centrales ou peſanteurs f, φ, de ces corps, propres à leur donner les mouvemens ſuppoſés, devroient être chacune dans chacun d'eux comme les grandeurs qu'on leur voit ici correſpondantes.

2°. Suivant la ſeconde des deux mêmes Regles, l'on aura pareillement ici $f . \varphi :: \frac{m}{tt} \times \frac{\overline{n-1} \times a^{2n}t^{n} - \overline{n-1} \times t^{3n}}{\overline{t^{2n} + a^{2n}}^{2}} . \frac{\mu}{\theta\theta} \times \frac{\overline{1-\nu} \times a^{2\nu}\theta^{\nu} - \overline{\nu-1} \times \theta^{3\nu}}{\overline{\theta^{2\nu} - a^{2\nu}}^{2}}$. c'eſt à dire que les forces centrales ou peſanteurs ici requiſes f, φ; des corps C, K, devroient être entr'elles comme les grandeurs qui leur répondent dans cette Analogie.

III. Les hypothêſes $u = \sqrt[3]{aat + b^3}$, $v = \frac{\sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6}}{a}$, de l'Exemple 3. de la Propoſition générale, donnant $\frac{du}{dt} = \frac{aa}{3\sqrt[3]{\overline{aat + b^3}^{2}}}$, & $\frac{dv}{d\theta} = \frac{2a^3\theta + 2ab^3}{3\sqrt[3]{\overline{a^4\theta\theta + aa\theta b^3 + b^6}^{2}}}$,

1°. La premiére des deux précédentes Regles des forces ou peſanteurs cherchées, donnera ici $f = \frac{1}{\sqrt[3]{\overline{aat + b^3}^{2}}}$

pour le corps C, & $\varphi = \frac{aa\theta + b^3}{\sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6}^2}$ pour le corps K: c'eſt à dire que les forces centrales, forces vives, ou peſanteurs f, φ, de ces corps, propres à leur donner les mouvemens ſuppoſés, devroient être ici chacune dans chacun d'eux comme les grandeurs qu'on leur voit ici correſpondantes.

2°. Suivant la ſeconde des deux mêmes Regles, l'on aura pareillement ici $f . \varphi :: \frac{ma}{\sqrt[3]{aat + b^3}^2} . \frac{2\mu aa\theta + 2\mu b^3}{\sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6}^2}$. c'eſt à dire que les forces centrales ou peſanteurs ici requiſes f, φ, des corps C, K, y devroient être entr'elles comme les termes qui leur répondent dans cette Analogie.

Voilà pour les trois Exemples de la Propoſition générale, voici preſentement pour les Regles qui ont été déduites de cette Propoſition.

IV. Les hypothêſes $u = t^n$, $v = \theta^\nu$, de la premiére Regle des mouvemens précédens, donnant $du = nt^{n-1}dt$, & $dv = \nu\theta^{\nu-1}d\theta$, l'on y aura $\frac{du}{dt} = nt^{n-1} = \frac{nu}{t} = nu^{\frac{n-1}{n}}$, & $\frac{dv}{d\theta} = \nu\theta^{\nu-1} = \frac{\nu v}{\theta} = \nu v^{\frac{\nu-1}{\nu}}$. Donc,

1°. Suivant la premiére des deux précédentes Regles des forces ou peſanteurs cherchées, ces forces ou peſanteurs ſeront ici $f = t^{n-1} = \frac{u}{t} = u^{\frac{n-1}{n}}$ pour le corps C, & $f = \theta^{\nu-1} = \frac{v}{\theta} = v^{\frac{\nu-1}{\nu}}$ pour le corps K : c'eſt à dire que les forces centrales ou peſanteurs f, φ, de chacun de ces corps dans la Regle 1. des mouvemens précédens, ſuivront la raiſon des grandeurs ici correſpondantes.

2°. Suivant la ſeconde des deux précédentes Regles des forces ou peſanteurs cherchées, l'on aura pareillement ici $f . \varphi :: mnt^{n-1} . \mu\nu\theta^{\nu-1} :: \frac{mnu}{t} . \frac{\mu\nu v}{\theta} :: mnu^{\frac{n-1}{n}} . \mu\nu v^{\frac{\nu-1}{\nu}}$. c'eſt à dire que les forces vives ou peſanteurs f, φ, des corps C, K, dans la premiére Regle des mouvemens pré-

cédens, seront entr'elles comme les termes qui leur répondent dans ces Analogies.

3°. Voilà en général pour cette premiére Regle des mouvemens. Soit presentement en particulier $n=1$, $\nu=1$, dans les nomb. 1. & 2. du present art. 4. ainsi que dans l'hypothêse de Galilée sur la pesanteur. Le nomb. 1. donnera $f=1$, $\varphi=1$; & le nomb. 2. donnera de même $f. \varphi :: m. \mu.$ c'est à dire les pesanteurs f, φ, des corps C, K, constantes, & entr'elles comme les masses de ces corps. Et ainsi de toutes les autres valeurs arbitraires de n, ν, qu'on peut supposer à l'infini.

V. Les hypothêses de $u=V+t^n$, $v=\mathcal{V}+\theta^\nu$, de la seconde Regle des mouvemens précédens, donnant encore $du=nt^{n-1}dt$, & $dv=\nu\theta^{\nu-1}d\theta$ comme celles de la Reg. 1. art. 4. l'on aura dans ces hypothêses $\frac{du}{dt}=nt^{n-1}$ $=\frac{nu-nV}{t}=n\times\overline{u-V}^{\frac{n-1}{n}}$, & $\frac{dv}{d\theta}=\nu\theta^{\nu-1}=\frac{\nu v-\nu\mathcal{V}}{\theta}=$ $=\nu\times\overline{v-\mathcal{V}}^{\frac{\nu-1}{\nu}}$. Donc,

1°. Suivant la premiére des deux précedentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, ces forces ou pesanteurs seront ici $f=t^{n-1}=\frac{u-V}{t}=\overline{u-V}^{\frac{n-1}{n}}$ pour le corps C, & $\varphi=\theta^{\nu-1}=\frac{v-\mathcal{V}}{\theta}=\overline{v-\mathcal{V}}^{\frac{\nu-1}{\nu}}$ pour le corps K: c'est à dire que les forces centrales ou pesanteurs f, φ, propres à donner à chacun de ces corps les vitesses supposées dans la Regle 2. des mouvemens précédens, doivent suivre chacune dans chacun d'eux, la raison de la grandeur qu'on lui voit ici correspondante.

2°. Suivant la seconde des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, l'on aura pareillement $f. \varphi :: mnt^{n-1}. \mu\nu\theta^{\nu-1} :: \frac{mnu-mnV}{t}. \frac{\mu\nu v-\mu\nu\mathcal{V}}{\theta} ::$ $mn\times\overline{u-V}^{\frac{n-1}{n}}. \mu\nu\times\overline{v-\mathcal{V}}^{\frac{\nu-1}{\nu}}$. c'est à dire que dans la Regle 2. des mouvemens précédens, les forces ou pesanteurs f, φ, des corps C, K, propres à leur donner les vi-

tesses supposées dans cette Regle, devroient toûjours être entr'elles comme les termes qui leur correspondent dans ces Analogies.

3°. Voilà pour le général de cette seconde Regle des mouvemens précédens. Soient presentement en particulier $n = 1$, $\nu = 1$, dans les nomb. 1. & 2. du present art. 5. ainsi que dans l'hypothêse de Galilée sur la pesanteur. Le nomb. 1. donnera ici $f = 1$, $\varphi = 1$; & le nomb. 2. donnera de même $f. \varphi :: m. \mu$. c'est à dire encore les pesanteurs f, φ, des corps C, K, ici constantes, & entr'elles comme les masses de ces corps, ainsi que (*art.* 4. *nomb.* 3.) dans la Regle 1. des mouvemens précedens. Et de même de toutes les autres valeurs arbitraires de n, ν, qu'on peut supposer à l'infini.

VI. Les hypothêses $u = \overline{y + t}^{n}$, $v = \overline{z + \theta}^{\nu}$, de la Regle 3. des mouvemens précédens, en y prenant y, z, pour les tems qu'il y faudroit pour aquerir les vitesses initiales V, $\mathcal{V}$, si elles commençoient à zero : ces hypothêses, dis-je, donnant $du = \overline{ndy + ndt} \times \overline{y + t}^{n-1}$, & $dv = \overline{\nu dz + \nu d\theta} \times \overline{z + \theta}^{\nu-1}$; ou $du = 2ndt \times \overline{y + t}^{n-1}$, & $dv = 2\nu d\theta \times \overline{z + \theta}^{\nu-1}$, à cause que dans cette Regle 3. on suppose $dy = dt$, & $dz = d\theta$; l'on y aura $\frac{du}{dt} = 2n \times \overline{y + t}^{n-1} = 2nu^{\frac{n-1}{n}}$, & de même $\frac{dv}{d\theta} = 2\nu \times \overline{z + \theta}^{\nu-1} = 2\nu v^{\frac{\nu-1}{\nu}}$, à cause que les hypothêses précédentes donnent $u^{\frac{1}{n}} = y + t$, & $v^{\frac{1}{\nu}} = z + \theta$. Donc,

1°. Suivant la premiére des deux Regles dés forces ou pesanteurs cherchées, l'on aura en général $f = u^{\frac{n-1}{n}}$ pour le corps C, & $\varphi = v^{\frac{\nu-1}{\nu}}$ pour le corps K, dans les hypothêses de la Regle 3. des mouvemens précédens.

2°. La seconde des précédentes Regles des forces cherchées, donnera aussi en général dans ces mêmes hypothêses pour ces deux corps ensemble $f. \varphi :: mnu^{\frac{n-1}{n}}. \mu\nu v^{\frac{\nu-1}{\nu}}$.

3°. Il

3°. Il suit en particulier de ces deux nomb. 1. & 2. que si l'on y fait $n=1$, & $\nu=1$, le premier donnera $f=1$, $\varphi=1$; & le second, $f.\ \varphi :: m.\ \mu$ c'est à dire encore, les forces ou pesanteurs f, φ, des corps C, K, constantes, & entr'elles comme les masses de ces corps, ainsi que (*art.* 4. & 5. *nomb.* 3.) dans les Reg. 1. & 2. des mouvemens précédens.

VII. Les hypothêses $u=\frac{V}{D^n}\times\overline{D-t}^n$, $v=\frac{\mathfrak{V}}{\Delta^\nu}\times\overline{\Delta-\theta}^\nu$, des Regles 4. 5. & 6. dans lesquelles les seules u, v, t, θ, sont variables, donnant $\frac{du}{dt}=\frac{-nV}{D^n}\times\overline{D-t}^{n-1}=\frac{-nu}{D-t}$, & $\frac{dv}{d\theta}=\frac{-\nu\mathfrak{V}}{\Delta^\nu}\times\overline{\Delta-\theta}^{\nu-1}=\frac{-\nu v}{\Delta-\theta}$,

1°. Suivant la premiére des deux Regles des forces ou pesanteurs cherchées, l'on aura ici encore en général $f=-\overline{D-t}^{n-1}=\frac{-u}{D-t}$ pour la force cherchée ou la pesanteur du corps C, & $\varphi=-\overline{\Delta-\theta}^{\nu-1}=\frac{-v}{\Delta-\theta}$ pour celle du corps K.

2°. Et la seconde de ces Regles donnera aussi en général pour les forces ou pesanteurs de ces deux corps comparées ensemble, $f.\ \varphi :: \frac{-mnV}{D^n}\times\overline{D-t}^{n-1}.\ \frac{\mu\nu\mathfrak{V}}{\Delta^\nu}\times\overline{\Delta-\theta}^{\nu-1} :: \frac{-mnu}{D-t}.\ \frac{-\mu\nu v}{\Delta-\theta}$.

3°. Il suit en particulier de ces deux nomb. 1. & 2. que si l'on y fait $n=1$, $\nu=1$, le premier donnera $f=-1$, $\varphi=-1$; & le second, $f.\ \varphi :: \frac{-mV}{D}.\ \frac{\mu\mathfrak{V}}{\Delta} :: mV\times\Delta.\ \mu\mathfrak{V}\times D$. c'est à dire encore les pesanteurs f, φ, des corps C, K, constantes, ainsi que ci-dessus dans les nomb. 3. des art. 4. 5. & 6. mais ici entr'elles comme les termes correspondans de ces Analogies.

OBSERVATIONS SUR LE SUC NOURRICIER DES PLANTES.

PAR M. RENEAUME.

1707. 28. Juin.

TOus les Botanistes qui ont anatomisé les Plantes avec exactitude, trouvent une grande analogie entr'elles & les animaux : elles ont des parties à peu prés de même structure, des fonctions & des maladies assez semblables, & les vaisseaux qui constituent l'essence du corps organisé, sont destinez dans les Plantes & dans les animaux à des usages qui ont beaucoup de rapport ensemble ; à la circulation prés, qu'on n'a pû encore démontrer dans les Plantes, quoique plusieurs Auteurs aïent tâché de la persuader. Pour suivre cette analogie je donnai en 1699 un Memoire contenant l'observation suivante, qui ne fut point imprimé pour lors, & qui se lie naturellement avec celles du present Memoire.

Reg. de l'Academie 27. Juin 1699.

Les Plantes, aussi bien que les animaux, font une déperdition de substance en deux manieres differentes ; sçavoir par la transpiration sensible, & par l'insensible. La derniere se remarque assez, lorsqu'en Esté pendant les grandes chaleurs & sur la fin du jour, des Plantes qui étoient le matin en bon état, droites & vives, sont affaissées, paroissent à demi flétries, & se penchent vers la surface de la terre : à peu prés comme les animaux & les hommes mêmes, qui fatiguez de la dissipation que cause pendant les brûlantes chaleurs de l'Esté une trop grande transpiration, paroissent foibles & languissans.

A l'égard de la transpiration sensible, ce qu'on auroit peine à croire, il a été moins facile de se la persuader. J'entends par transpiration sensible l'évacuatiou qui se fait

par les pores des feüilles des Plantes, d'une matiere trop grossiere pour s'exhaler & s'évaporer sur le champ. Les premieres fois que je l'ai remarquée, je crus d'abord que ce que j'appercevois d'humide sur les feüilles de quelques arbres, étoit quelques restes de la rosée, & ce n'a été que par plusieurs observations réïterées que je me suis convaincu du contraire: car j'y remarquai, 1°. Que cette humidité étoit onctueuse, gluante & douce. 2°. Qu'elle se trouvoit en plus grande quantité sur les feüilles exposées au Soleil, que sur celles qui étoient à l'ombre. 3°. Ces feüilles paroissoient luisantes en plusieurs endroits, par mouchetures, tantôt comme de petits points sans nombre, tantôt par espaces d'une ligne de diametre, quelquefois plus; aïant trouvé des feüilles entierement couvertes de cette humidité sur le dessus, c'est à dire cette partie lisse de la feüille qui regarde le Ciel, & qui en est la partie interne, lorsque les boutons ne sont pas encore épanoüis. 4°. La nuit & le matin, surtout avant le lever du Soleil, on n'apperçoit aucun vestige de cette matiere sur les feüilles des Plantes; & il y a lieu de croire que comme c'est une espece de manne, elle se liquefie par l'humidité, & qu'elle est enlevée & dissipée par la vertu déterSive de la rosée; à peu prés de même que le sont les autres matieres sulphureuses, qui attachées à la surface des corps, y causent des inégalités & empêchent que ces mêmes corps ne reflechissent assez de lumiere pour paroître blancs: car c'est en exposant à la rosée les linges, la cire, le suif & l'yvoire qu'on les blanchit. 5°. Enfin j'ai plusieurs fois observé des abeilles ramassant cette matiere sur les feüilles des arbres, elles s'en chargent de même qu'elles le font de la matiere qu'elles ramassent dans le fond des fleurs, qui est d'une même nature, & qui se trouve répanduë sur les surfaces internes du fond de la fleur; ce qui fait qu'en la ramassant elles ne gâtent point les fleurs. Et c'est la raison pour laquelle le miel, comme l'a remarqué Pline, retient le goût des Plantes sur lesquelles il a été ramassé; & que dans certains endroits il est exquis, *L. 1. c. 13.*

dans d'autres il eſt mediocre, & dans d'autres tres-pernicieux.

Cette manne ſe rencontre en grande quantité ſur les arbres ſuivans : *Acer montanum candidum*. C. B. Pin. *Acer campeſtre & minus*. C. B. P. *Tilia fœmina folio majore*. C. B. P. & *Tilia fœmina folio minore*. C. B. P. J'en ai trouvé ſur une infinité d'autres, dont le dénombrement ſeroit ennuïeux. J'en ai trouvé même ſur pluſieurs Plantes, & il n'y a guere de fleurs qui n'en contienne une bonne quantité : c'eſt dont tout le monde peut s'aſſurer, en ſuçant le fond du tuyau de la plûpart des fleurs d'une ſeule piece, comme celle du Jaſmin, &c. Entre les fleurs celle de la grande Centaurée en eſt le plus abondamment chargée ; car lors même qu'elle n'eſt pas encore épanoüie, ſi l'on preſſe les écailles de ſon calice, il en ſort pluſieurs gouttes fort conſiderables, d'une eau tres-limpide, un peu gluante, & d'une douceur fort agreable au goût, qui n'eſt autre choſe que la manne détrempée par l'humidité de la roſée.

Si les arbres dont j'ai parlé en produiſoient une aſſez grande quantité, on en pourroit faire uſage ; car aïant détrempé beaucoup de feüilles qui en étoient chargées dans de l'eau, & aïant paſſé cette eau, j'en bus, & je trouvai qu'elle étoit purgative. La ſaveur de cette manne eſt d'un doux plus agreable que la manne de Calabre, & approche fort du ſucre. On ne peut douter que cette manne ne ſoit la partie la plus exaltée & la plus travaillée du ſuc nourricier des Plantes, qui lorſque la maſſe des liqueurs vient à être rarefiée par la chaleur, eſt pouſſé juſqu'aux extremités des branches, & contraint de ſortir par les pores des feüilles qui ſont moins ſerrés que ceux des autres parties. C'eſt ce que l'on voit tous les jours tres-évidemment en Calabre, dont la manne n'eſt autre choſe que le ſuc nourricier du Freſne ſauvage extravaſé, ainſi que l'ont prouvé * *Angelus Palea*, & *Bartholomæus ab Urbe Veteri*, dont les obſervations ont été réïterées par * *Donatus Antonius ab Altomari*, auſquelles on peut joindre

* *Comm. in Meſuam Can.* 1. c. 8.

* *Lib. de Manna differentiis ac viribus, &c.*

celle-ci; qui prouve clairement la verité qu'ils avoient avancée. Ajoûtons à cela que suivant l'analyse faite par feu M. Bourdelin, le suc de l'Erable, qui est un des arbres qui est le plus chargé en ce païs de cette manne, tient un milieu entre la manne & le sucre, approchant neanmoins plus du sucre : aussi se sert-on en Canada du suc de cet arbre pour en faire une espece de sucre, & M. Geoffroy a apporté à l'Academie de ce sucre.

Un de mes amis qui demeuroit à Grenoble, m'entretenant dans ses Lettres des prétenduës merveilles de Dauphiné, me parla de la manne de Briançon. Il eut besoin de ce que je viens de dire pour se persuader que la manne n'étoit qu'une concretion du suc nourricier des arbres extravasé. Il m'apprit qu'on en trouvoit sur la plûpart des arbres de ce païs, & entr'autres sur les Noyers, quoique quelques Auteurs aïent assuré qu'elle ne se trouvoit que sur le *Larix*. Il ajoûtoit que les habitans de cette Province craignoient fort les années abondantes en manne pour ces arbres, parcequ'ils ont observé que les Noyers qui s'en trouvent le plus chargez, sont sujets à en mourir. Il y a lieu de penser que la grande dissipation du suc nourricier qui se fait, jointe à l'insensible transpiration qui dans cette occasion doit être tres-grande, est la cause de leur perte : car il faut une grande rarefaction pour que le suc nourricier soit contraint de sortir de ses vaisseaux. C'est ce qui fait que la manne se trouve en plus ou moins grande quantité, suivant que la chaleur est plus ou moins grande.

1707. 28. Juin.

Puisqu'il se trouve de la manne sur tant d'arbres differens, on peut croire que ce qui a donné lieu à l'erreur des Anciens, ça été qu'ils ont cru que se trouvant ainsi presque indifferemment sur tant d'arbres differens, c'étoit une chose étrangere à ces arbres, dont ils ont rapporté l'origine à la rosée, & c'est pour cela qu'ils l'ont appellée miel Aërien.

On ne s'étonnera pas que cette éxudation de suc causée par la rarefaction, occasionne la perte de ces Noyers,

dont je viens de parler, si l'on considere la grande quantité de liqueur dont cet arbre a besoin pour sa nourriture, celle qui est emploïée à la nourriture de ses fruits exterieurement charnus & si nombreux. Il semble aussi que tout contribuë à ménager son suc; car son écorce dure & serrée, le tissu ferme de ses feüilles ne laissent presque rien échaper : de plus il y a tres-peu d'insectes qui l'attaquent, comme ils font la plûpart des autres arbres, ausquels leur piqueure cause differentes tumeurs, qui consument une partie assez considerable du suc nourricier; & je ne connois qu'une espece de puceron qui fait quelques legeres plaïes à ses feüilles en y déposant ses œufs; ce qui ne lui cause aucune déperdition de substance. Peut-être que l'amertume de son suc & l'odeur forte en éloigne les autres: mais rien ne m'a mieux fait connoître la grande quantité de liqueur que cet arbre consume, que l'observation suivante.

On avoit fait abbatre plusieurs Noyers dans une de nos Maisons de campagne, éloignée d'une portée de mousquet de la Ville de Blois : un de ces arbres étoit planté dans un fond au-dessous d'une petite côte : sous ce lieu sont des aqueducs qui conduisent plusieurs sources au grand réservoir de la Ville, qui se distribuë ensuite à huit ou dix fontaines tres-belles. Il restoit encore hors de terre environ quatre pouces du tronc de cet arbre que l'on avoit coupé : je fus fort surpris au Printems de voir que ce reste jetta une telle quantité de liqueur, que d'abord la terre en fut imbibée & toute teinte : l'herbe y crut à l'entour beaucoup plus qu'à l'ordinaire par espaces, selon que l'inégalité du terrain avoit fait couler cette liqueur. Le bout du tronc qui jettoit cette eau étoit couvert d'une écume rougeâtre sale, comme si la liqueur avoit actuellement fermenté, & toute la liqueur retenoit cette couleur. Toute la partie ligneuse de ce tronc en étoit si humectée, que je doutai pour lors si les seuls vaisseaux qui portent le suc nourricier la fournissoient, ou si elle ne se filtroit point au travers des fibres ligneuses.

L'envie

L'envie de raiſonner me fit examiner ſi ce ne pouvoit point être l'eau de ces ſources qui paſſoit par les racines de cet arbre comme par un filtre : mais l'éloignement des eaux ſoûterraines, qui eſt de plus de dix-huit pieds, me fit perdre cette penſée. Tous les environs de ce lieu étoient remplis d'une odeur vineuſe, ſi forte qu'on avoit peine à la ſentir long-tems, ſans que la tête en fut incommodée. Cette liqueur continua de couler pendant tout le tems des deux ſéves jusqu'à la fin de l'Eſté : elle changea enſuite de couleur & devint noirâtre, à peu prés ſemblable à la couleur que donne l'envelope charnuë des noix lorſqu'elle ſe pourrit, & dont quelques Teinturiers ſe ſervent. Cette liqueur ne coula plus ſi abondamment ſur la fin. Cet écoulement fut réïteré pendant plus de trois années conſecutives, ſans que ce reſte de tronc ait pouſſé aucuns ſions ou rejettons.

De cette obſervation on peut tirer les conſequences ſuivantes. 1°. Que la racine dans les Plantes, leur tient lieu des parties renfermées dans le ventre de l'animal qui ſont deſtinées à la nutrition, puiſque c'eſt elle qui reçoit la nourriture, qui la prépare, la digere, l'altere, & la change en ſuc nourricier, pour être enſuite diſtribuée à toutes les parties. L'odeur, la couleur & même la ſaveur, marque combien l'alteration que les ſucs ſouffrent dans la racine eſt conſiderable ; ainſi on peut dire qu'elle contient le principe de la vegetation.

2°. Que le tronc & les branches des arbres ont quelque rapport avec les membres exterieurs de l'animal, ſans leſquels il peut bien ſubſiſter, quoique quelquefois leur pourriture & mortification cauſe ſa perte entiere : les rejets que pouſſent les troncs coupez en ſont une preuve aſſez convaincante.

3°. Que c'eſt avec raiſon que les Païſans en taillant & émondant les arbres, abbatant des fuſtayes que l'on veut laiſſer revenir, couvrent de terre ou de bouë les plaïes des arbres & les reſtes des troncs coupez, puiſque par ce moïen ils empêchent qu'il ne leur arrive de pareils écou-

lemens qui les rendroient inutiles, & les mettroient hors d'état de pousser de nouveaux sions. J'ai souvent interrogé les Païsans sur ce sujet, sans en recevoir aucune raison qui pût m'instruire. On peut conjecturer neanmoins que les premiers qui ont mis cette pratique en usage, étoient conduits par quelqu'un qui avoit pû observer quelque chose de semblable à ce que j'ai rapporté.

4°. C'est par cette même raison que l'on fait une espece d'appareil aux plaïes des arbres que l'on a entez ou greffez, sous lequel le suc nourricier montant en abondance au Printems, se trouve resserré & contraint, & est obligé d'enfiler les vaisseaux de la greffe qu'il trouve ouverts, & fait outre cela par son épaississement une espece de cicatrice, dont les bords se gonflant peu à peu viennent enfin à recouvrir entierement la plaïe.

5°. Lorsque la branche d'un arbre est à demi rompuë, & que l'écorce n'en est point entierement séparée, si on la rapproche & que l'on y fasse un appareil capable d'arrêter la séve, propre à la défendre des approches de l'air qui pourroit en dessecher l'humidité, ou y causer quelque alteration, comme aux plaïes des animaux dont il est le plus dangereux ennemi; la branche reprend facilement, & se réunit. C'est dont l'experience m'a souvent convaincu.

6°. Que ce n'étoit nullement la partie ligneuse qui restoit de ce tronc d'arbre coupé, qui filtroit la liqueur dont il a été parlé; mais que cet arbre qui étoit planté dans un terrain inégal aïant suivi le parallelisme que M. Dodart a si ingenieusement observé, il fut coupé suivant ce plan, & non pas de niveau; de sorte que les vaisseaux qui étoient du côté haut du terrain se répendant sur la surface, abreuvoient la partie ligneuse déja échauffée par le Soleil, & causoient par ce moïen le bouillonnement & l'écume.

7°. Delà on peut inferer que les blessures des arbres dans leur partie ligneuse sont peu considerables, & infiniment moins dangereuses que celles de l'écorce, la-

quelle contient & envelope en soi les vaisseaux qui servent à porter le suc nourricier dans toutes les parties de l'arbre; & l'on voit assez le peu de danger qu'il y a de blesser la partie ligneuse d'un arbre par l'exemple des arbres creux, dans lesquels elle est presque toute cariée, comme dans les vieux Chesnes & dans les Saules, qui se trouvent assez souvent presque tous cariés, ne restant de fibres ligneuses qu'autant qu'il en faut pour soûtenir l'écorce; le reste par la carie se change en une matiere terreuse & noirâtre tres-excellente, & d'un grand usage chez les Jardiniers pour élever certains arbrisseaux.

8°. On peut conjecturer que la veritable cause de la perte de ces Noyers de Dauphiné, dont il a été parlé au commencement; ce seroit que la violente rarefaction du suc nourricier dans les vaisseaux de ces arbres, lors de ces années abondantes en manne, feroit une rupture & un déchirement de leurs vaisseaux: comme dans les hemorrhagies des animaux, qui leur occasionneroit une déperdition de substance considerable. Et l'on pourroit comparer la maladie de ces arbres, aux épuisemens que causent les hemorrhagies abondantes, & les sueurs qui les suivent, qui jettent l'animal dans une langueur, & un abbatement qui le consument peu à peu.

Enfin de ces observations on en peut tirer cette consequence, que le suc nourricier des Plantes, aussi bien que le sang de l'animal, demande une espece d'économie; aussi arrive-t-il que les arbres trop fertiles, & qui à proportion de leur grandeur en dépensent le plus, quoiqu'ils ne l'emploïent qu'à leurs fonctions ordinaires, sont de moindre durée que les autres.

La vigne, par exemple, est de cette nature, & on ne la taille pas seulement pour lui faire pousser du bois en plus grande quantité, mais aussi afin qu'elle ne porte point trop de fruit, comme il arrive aux seps qui n'ont point été taillez, que l'on réserve pour coucher dans les fosses (c'est une maniere de multiplier la vigne) lorsqu'on a oublié à les coucher ou couder. Car l'année suivante ces

brins portent une quantité de fruit tres-considerable; ce qui fait que quand on neglige deux ou trois ans à la tailler, elle déperit & se perd entierement par la grande consumation qu'elle fait de son suc nourricier pour la production & la nourriture de tout ce fruit. Je ne parle ici que des vignes basses, telles que sont celles de la Champagne, la Bourgogne, l'Orleanois, & celles qui sont le long du cours de la Loire, qui se cultivent d'une maniere toute differente des vignes hautes d'Italie, de Dauphiné, &c.

Ce que je viens de dire n'est que trop connu des Païsans qui cultivent la vigne, entre lesquels il y en a qui lorsqu'ils ont des vignes à ferme, ne manquent guere d'en abuser sur les dernieres années de leurs baux, ou en negligeant de la tailler, ou en la taillant trop longue (ce qu'ils appellent entr'eux tirer au vin) afin d'avoir une recolte plus abondante, & par ce moïen ils la ruïnent entierement; ce qui oblige dans les païs de vignobles la plus grande partie des Proprietaires à faire valoir leurs vignes par leurs mains. Il faut que cette friponnerie ne soit pas nouvelle, puisque l'on trouve dans le Digeste une Loi qui la défend expressément sous des peines rigoureuses.

Il y a peu de gens qui ignorent que lorsque la vigne a été taillée, elle répand par les extrémitez des parties coupées une quantité de liqueur assez considerable (c'est ce que l'on entend quand on dit que la vigne pleure) mais peu de gens sçavent l'usage de cet écoulement. Les Dames se servent de cette liqueur pour ôter les taches de rousseurs. Quelques gens en ont fait un usage qui ne regarde point mon sujet. On peut seulement remarquer en passant que la plûpart des larmes miraculeuses sont arrivées à peu prés dans le tems de cet écoulement.

Cette liqueur n'est point tout à fait insipide, elle a seulement une saveur aigrelette peu sensible: elle est plus fluide & moins travaillée que le suc nourricier ordinaire; & venant peu à peu à s'épaissir, elle referme & cicatrise

les vaisseaux ouverts, à peu prés de la même maniere qu'il arrive aux plaïes des animaux, que le sang réünit sans autre secours; & ces canaux des parties amputées de la vigne ainsi fermez, le suc nourricier qui monte en plus grande abondance, étant poussé successivement par celui qui le suit, est contraint d'enfiler la route des boutons, contre lesquels toutes ses parties qui sont autant de petits coins faisant effort, elles les étendent & les dévelopent.

L'usage de cet écoulement est donc ce me semble de dépurer ce suc & de le déphlegmer: devenant ensuite plus épais, il se digere pour donner à la plante une nourriture plus solide & plus consistante; autrement ce suc qui dans ce tems-là se trouve chargé de beaucoup d'acides, comme le goût des Capreoles ou Fourchettes, & même celui du fruit le montre, lesquels se trouvant noyez & trop écartez dans une trop grande quantité de liqueur, n'auroient presque pas d'effet, & ne pourroient agir sur les souffres qu'ils exaltent & dévelopent, pour donner aux fruits le goût doux & la couleur agreable qu'ils ont dans leur maturité, lorsqu'ils sont assez dévelopez pour embarrasser la pointe de ces mêmes aigres. Une preuve tres-plausible de cela, c'est que les fruits de la vigne qui n'est point taillée, ne sont jamais ni si beaux ni si meurs, quoiqu'en plus grand nombre: ils ne meurissent même qu'avec peine, & plus tard que les autres.

Il arrive quelque chose d'assez semblable à plusieurs autres Plantes; mais on le remarque plus sensiblement dans la plûpart des Plantes qui tracent, dont le fruit ne meurit point si on les laisse ramper par leurs rejettons; ce qui fait que lorsqu'on en veut avoir de la graine, on est obligé de les châtrer, & telles sont la Pervanche, la Colocase, l'Epimedium, &c. Le trop de fleurs & de fruits dont les Plantes sont chargées, fait qu'ils ne parviennent point en maturité. Il en est de même des Fraises, des Melons, des Courges & des Citroüilles, lorsqu'on en veut tirer des fruits plus gros & mieux nourris, on les cultive soigneusement, & on les empêche de tracer & de dé-

penser, pour ainsi dire, une portion considerable de leur suc nourricier en rejettons, desquels les fleurs & les fruits en consumeroient la meilleure partie, & la déroberoient ainsi aux premiers.

Dans les arbres qu'on ne taille point ordinairement, cette dépuration se compense par deux moïens. Le premier est une transpiration insensible plus abondante : l'autre est le long chemin que ce suc est obligé de parcourir pour parvenir de la racine à l'extrémité des branches. Aussi leurs boutons s'épanoüissent plus tard, & ce retardement sert à l'épaississement necessaire du suc nourricier, & j'ai observé plusieurs fois que le suc des branches nouvelles est un peu gluant, & même souvent laicteux ; ce qui prouve suffisamment ce que j'ai avancé ci-dessus, qu'il est besoin que ce suc s'épaississe pour donner une nourriture plus solide.

Enfin l'on croiroit à examiner de prés la vegetation, que la nature agit par secousses ; car on trouve dans un tems tout en mouvement, dans un autre tout est tranquile, & dans le tems même qu'elle agit avec plus de force pour la digestion & préparation des sucs, elle nous paroît oisive. Il semble, par exemple, qu'elle se propose deux termes dans la vegetation, dont le premier est la production des feüilles, des branches nouvelles, des fleurs & des embryons du fruit ; car c'est l'effet de son premier mouvement, qui est le plus prompt, le plus vif & le plus sensible. L'autre est l'accroissement des fruits, leur maturité, & celle de leurs semences ; & l'on voit que la séve est bien plus abondante & roule dans les vaisseaux d'un mouvement plus précipité dans le Printems que dans le milieu de l'Esté, qui sont les deux tems où la séve est plus abondante, & dans un plus grand mouvement que dans toute autre saison, ce qui fait distinguer ces deux tems par les Jardiniers qui leur donnent le nom de premiere & seconde séve.

On diroit qu'il y a un espece de repos entre l'une & l'autre séve : tout est neanmoins en mouvement, mais

c'est un mouvement doux & lent, pendant lequel les sucs se digerent plus parfaitement, & souffrent differentes alterations dans toutes les parties de l'arbre, tant par l'action de l'air qui les penetre, que par le mêlange de la rosée dont les feüilles s'abreuvent & s'imbibent, ausquels se joint l'action du Soleil, qui par sa chaleur rafine ces sucs, & leur donne le dernier degré de perfection & de maturité.

Pour peu que l'on blesse l'écorce des arbres dans le tems de la séve, on apperçoit que ses vaisseaux sont fort pleins de suc; & c'est ce qui fait que dans ce tems ils se dépoüillent si facilement de leur peau ou écorce. Le mouvement des liqueurs dans ces vaisseaux est si sensible en ce tems-là, qu'il y a plusieurs arbres qui quand on les blesse jettent le suc fort abondamment. Car sans parler de ceux qui fournissent la manne, la therebentine, les baumes, &c. M. Marchand a plusieurs fois tiré de l'Erable une quantité de son suc suffisante pour en faire l'Analyse; & c'est de ce suc que l'on tire en Canada que l'on fait le sucre dont j'ai parlé ci-dessus: ils s'en servent même en boisson.

Mais on ne remarque pas que le suc nourricier augmente les arbres, à proportion aussi considerablement dans une saison que dans l'autre. Car dans la derniere seve les arbres croissent tres peu; à la verité c'est que leur suc est retardé, comme je l'ai dit, par les préparations & alterations qu'il souffre dans les feüilles & dans les fruits, & c'est de ces préparations que dépendent la saveur & le goût des fruits; & il paroît d'autant plus vrai-semblable que c'est dans ces parties que se font ces préparations, qu'il y a quelques arbres dans lesquels elles ont le même goût que le fruit, comme l'Epine vinette, & dans d'autres la couleur, comme dans certaines especes de vignes, ausquelles le suc nourricier ne paroît avoir aucun raport, ni par son goût, ni par sa couleur.

Ce n'est pas sans fondement que j'ai avancé ci-dessus que l'action de l'air servoit beaucoup à la préparation des sucs; car son action est si forte sur les Plantes, que sa pre-

ſence ou ſon abſence en change entierement le goût. On en a une preuve bien ſenſible dans la Chicorée ſauvage, le Piſſant-lit, & autres Plantes que l'on cultive l'Hyver dans les caves, ou que l'on couvre de ſable, leſquelles n'étant point expoſées à l'air paroiſſent toutes blanches, aïant ſeulement les extrémitez d'un jaune de ſouffre ou citron, de même que l'œil ou cœur des Plantes qui ne ſont point encore expoſées à l'air, au lieu d'un verd foncé qui eſt leur couleur ordinaire quand elles joüiſſent de l'air.

Il y a quelque tems que le coin d'un Jardin aïant été couvert & les murs tapiſſez pendant prés de trois ſemaines, de maniere que la lumiere n'y penetroit point les Plantes qui ſe trouverent par cette occaſion privées de l'air; ſçavoir, une Vigne de muſcat, un Maronier d'Inde, & de la Vigne Vierge, &c. qui étoient plantées dans ce lieu : quand on découvrit cet endroit ſe trouverent toutes blanches, & en moins de trois jours l'air par ſon action leur rendit leur premiere couleur, excepté la Vigne Vierge qui aïant le plus ſouffert, prit une couleur rouge telle qu'elle l'a ſur la fin de l'Automne quand ſes feüilles commencent à tomber.

La même choſe arrive à la Laictuë Romaine & à la Chicorée commune lorſqu'on les lie pour les faire blanchir; aux Cardons d'Eſpagne & aux feüilles d'Artichaud quand on les couvre, & par ce moïen ils perdent leur amertume inſupportable au goût. Le Celery de même qui a un goût deſagreable devient doux.

Enfin pour ſe convaincre de l'uſage des feüilles dans la préparation des ſucs, qui doivent être emploïez à l'augmentation & à la nourriture des fruits, comme on le vient de dire, il n'y a qu'à ſe reſſouvenir d'une obſervation aſſez connuë, & que tout le monde peut faire. Lorſque les chenilles ſe ſont jettées en grand nombre ſur des arbres fruitiers, comme il arrive certaines années, elles en dévorent & conſument toutes les feüilles, de ſorte que ces arbres ſemblent morts; & j'ai vû de ces arbres aprés avoir fleuri,

venant

venant par cet accident à perdre leurs feüilles, ne produire que des avortons de fruits, sans cependant perir, & l'année suivante reproduire des fleurs & des fruits tout de nouveau. C'est ce que j'ai observé plusieurs fois sur differentes especes de Pommiers, & rien n'est plus commun dans les hayes sur l'Aube-épine. *Mespilus apii folio sylvestris C. B. P.* Car les Chenilles ne mangent point les embryons des fruits qui sont trop durs, puisque même elles ne consument pas toute la feüille, & c'est par la même raison que les Jardiniers craignent si fort que les Tigres ne se mettent à leurs Poiriers, particulierement à ceux de Bon-chrêtien, quoique ces insectes n'en attaquent que les feüilles.

OBSERVATIONS
De quelque Tache considerable dans les Satellites de Jupiter.

PAR M. MARALDI.

LE soir du 26 Mars de cette année 1707, ayant observé Jupiter avec une Lunete de 34 pieds, nous remarquâmes une Tache considerable sur le disque de cette Planete. Nous commençâmes d'observer la Tache à 6 heures 50 minutes du soir, environ une demi-heure aprés le coucher du Soleil lorsqu'il faisoit encore jour. Elle avoit déja passé le milieu de Jupiter, & étoit environ aux trois quarts de son diametre, frisant par son extremité meridionale la bande la plus Septentrionale des trois qui sont presentement dans Jupiter. Elle paroissoit ronde & noire comme paroissent pour l'ordinaire les ombres que les Satellites jettent sur Jupiter, ce qui nous fit penser d'abord qu'elle en pouvoit être une. Mais par la situation que les Satellites avoient alors à l'égard de Jupiter, & par leur theorie nous reconnûmes que cette Tache ne pouvoit pas être l'ombre d'aucun Satellite; car de trois

1707. 13. Juillet.

qui paroissoient alors autour de Jupiter, & qui étoient le premier, le second & le troisiéme, il n'y avoit que le second qui fût dans la partie inferieure de son cercle, si éloigné de la conjonction, que son ombre ne pouvoit plus rencontrer Jupiter; & les Tables aussi-bien que l'observation de l'Eclipse du même Satellite que nous fîmes deux jours auparavant, montrent que l'ombre devoit être sortie de Jupiter six heures avant la premiere observation que nous fîmes de la Tache. Elle n'étoit pas nonplus l'ombre du quatriéme, comme nous le verifiâmes non-seulement par les observations que nous fîmes dans la suite, mais aussi par les Tables, suivant lesquelles le quatriéme Satellite devoit être proche de sa conjonction inferieure, à peu prés au même endroit de Jupiter où l'on observoit la Tache; & comme les ombres aprés l'opposition de Jupiter avec le Soleil restent à l'Orient des Satellites à l'égard de la Terre, celle du quatriéme ne devoit se trouver à l'endroit où nous observions la Tache que sept heures aprés, ce que l'on trouve par la theorie du Satellite jointe à celle de Jupiter; & si cette Tache avoit été l'ombre du quatriéme, on auroit dû voir en même temps le Satellite même éloigné de Jupiter prés des deux de ses diametres vers l'Occident, au lieu que par les observations que nous fîmes dans la suite il étoit alors dans Jupiter.

Nous reconnûmes aussi dans la suite que cette Tache n'étoit pas une de celles qui sont sur la surface de Jupiter, & qui font leur révolution autour de son axe, parce qu'elle n'avoit pas les proprietés que l'on observe dans ces sortes de Taches, qui sont de diminuer de grandeur apparente, & de rallentir leur mouvement apparent à mesure qu'elles approchent du bord de Jupiter. Au contraire, autant qu'on peut s'en assurer par les observations que nous fîmes, cette Tache avoit un mouvement égal, & parut toûjours également grande proche du bord de Jupiter, comme à l'endroit où nous commençâmes de l'observer.

On fut enfin persuadé que la Tache étoit dans le Satellite, par la conformité qu'il y avoit dans la situation & dans le mouvement de la Tache & du Satellite ; car la Tache par son mouvement à l'Occident sur le disque de Jupiter frisa, comme nous avons dit, la bande Septentrionale qui se terminoit au bord de Jupiter au même endroit d'où nous vîmes sortir le Satellite ; & quelques minutes aprés que la Tache commença de disparoître au bord en sortant de Jupiter, nous vîmes le Satellite qui en étoit aussi sorti.

Le peu d'intervalle de temps qui s'est passé entre le commencement de la sortie de la Tache hors de Jupiter & la sortie entiere du Satellite, peut venir de la difficulté de distinguer la Tache sur le bord de Jupiter. Peut-être aussi que cette difference de temps vient de la situation que la Tache avoit dans le Satellite ; car si elle occupoit la partie Occidentale du disque du Satellite, & si sa partie claire restoit du côté d'Orient, la Tache devoit sortir de Jupiter un peu de temps avant le Satellite, comme il est arrivé par l'observation, la Tache ayant commencé de sortir au bord de Jupiter à 7 heures 49 minutes, & nous n'apperçûmes le Satellite fort petit qu'à 8 heures 6 minutes, lorsqu'il fut entierement sorti & détaché du bord Oriental de Jupiter, y ayant eu une intervalle de 17 minutes de temps entre le commencement de la sortie de la Tache, & la fin de la sortie du Satellite du bord de Jupiter. Cet intervalle est assez conforme à celui qu'auroit emploïé le diametre entier du quatriéme Satellite à sortir de Jupiter ; de sorte qu'il paroît que le bord précédent de la Tache & le bord suivant du Satellite en faisoient le diametre entier, & qu'ainsi la Tache étoit dans le Satellite.

Nous observâmes une autre Tache considerable dans Jupiter le soir du quatriéme Avril, lorsque le troisiéme Satellite étant dans la partie inferieure de son cercle parcouroit le disque apparent de Jupiter.

Nous reconnûmes que cette Tache qui se voyoit dans

Jupiter étoit dans le troisiéme Satellite, & nous le verifiâmes par des observations semblables à celles qui nous firent connoître que la Tache précedente étoit dans le quatriéme Satellite.

Cette nouvelle Tache paroissoit assez grande avec la Lunete de 17 pieds par laquelle nous l'observâmes toûjours, n'ayant pû employer celle de 34 pieds à cause du vent auquel elle étoit exposée. Elle ne paroissoit ni si noire ni si bien terminée que celle du quatriéme : elle étoit située entre les deux bandes plus Septentrionales de Jupiter, étant un peu plus meridionale que la bande Septentrionale ; au lieu que la Tache du quatriéme Satellite avoit été un peu plus Septentrionale que la bande Septentrionale : ce qui doit arriver à cause de la differente latitude des Satellites, qui à l'égard du centre de Jupiter ont presentement une latitude Septentrionale lorsqu'ils sont dans la partie inferieure de leurs cercles, & la latitude Septentrionale du quatriéme Satellite est un peu plus grande que celle du troisiéme.

La Tache étoit déja un peu avancée dans Jupiter lorsque nous commençâmes de l'observer à 7 heures 21 minutes du soir : elle arriva au milieu de sa course dans Jupiter à 7 heures 56 minutes. Nous continuâmes de la voir encore pendant quelque temps, mais nous ne pûmes pas l'observer proche du bord, à cause du vent qui agitoit beaucoup la Lunete. A 9 heures 37 minutes le troisiéme Satellite commença à sortir de Jupiter. A 9 heures & 50 minutes il sortit entierement, ainsi le diametre du troisiéme employa 13 minutes à sortir de Jupiter ; la moitié qui est 6 minutes & demie étant ajoûtée à 9 heures 37 minutes commencement de la sortie du Satellite hors de Jupiter, donne 9 heures 43 minutes & demie sortie du centre du Satellite ; d'où ayant ôté l'arrivée de la Tache au milieu de Jupiter qui fut à 9 heures 56 minutes, la difference du temps entre l'arrivée de la Tache au milieu de Jupiter, & la sortie du centre du Satellite se trouve de 1 heure 47 minutes. Cet intervalle est égal à quelques mi-

nutes prés à la moitié de la demeure du centre du même Satellite dans Jupiter, que nous trouvâmes par l'observation d'une conjonction semblable du troisiéme Satellite avec Jupiter qui arriva le 11 Avril; ce qui est une nouvelle preuve que la Tache que nous observâmes dans Jupiter, & qui arriva dans sa conjonction à 9 heures 56 minutes, est une Tache du troisiéme Satellite.

Dans la conjonction du même Satellite avec Jupiter qui est arrivée le 11 Avril, sept jours aprés la précedente, nous observâmes l'entrée du Satellite dans Jupiter, & sa sortie de la même Planete; & dans le temps de trois heures & demie que dura le passage du Satellite dans Jupiter, nous n'y pûmes appercevoir aucune Tache, quoique nous fussions attentifs à regarder si celle que nous avions remarquée dans le troisiéme Satellite le 4 Avril ne paroîtroit point de nouveau dans cette conjonction; ce qui fait voir que la Tache qui se trouva dans le Satellite au temps de sa conjonction avec Jupiter le 4 Avril, avoit disparu dans la conjonction suivante qui est arrivée sept jours aprés, c'est à dire le 11 Avril.

Quoiqu'il arrive fort souvent des conjonctions des Satellites avec Jupiter dans la partie inferieure de leurs cercles, & que nous observions ces conjonctions autant que le temps le peut permettre, il est fort rare de pouvoir distinguer les Satellites quand ils parcourent l'Emisphere apparent de Jupiter de la maniere qu'on les observa dans les deux observations du 26 Mars & du 4 Avril.

On voit quelquefois les Satellites proche des bords de Jupiter comme de petites Taches claires un peu aprés qu'ils sont entrez sur le bord Oriental, & un peu avant qu'ils sortent du bord Occidental. Loin des bords & vers le milieu de Jupiter la lumiere des Satellites se confond presque toûjours avec celle de cet Astre; ce qui est cause que les Satellites disparoissent & se perdent entierement même avec les Lunetes les plus excellentes. On les distingue seulement lorsque quelque Tache considerable occupe l'Emisphere apparent des Satellites dans les temps

qu'ils parcourent le disque de Jupiter, comme il est arrivé dans ces deux conjonctions, & dans quelques autres du quatriéme, du troisiéme, du second, & même du premier Satellite qui ont été observées en divers autres temps par M. Cassini.

Bien que ces Taches soient supposées dans les Satellites, il ne s'ensuit pas qu'elles doivent faire toûjours les mêmes apparences, & être visibles dans les Satellites dans toutes leurs conjonctions inferieures avee Jupiter. Mais ces apparences peuvent varier d'une conjonction du Satellite à l'autre, & peuvent ne retourner les mêmes qu'aprés plusieurs années par le concours de diverses causes rapportées par M. Cassini.

Il se peut faire que les Satellites tournent sur leurs axes par des periodes qui sont encore inconnuës, & qu'ils presentent à la Terre tantôt l'Emisphere taché, tantôt l'Emisphere qui ne l'est pas : peut-être aussi que ces Taches sont de la nature de celles de Jupiter, de Mars & du Soleil, & qu'elles sont sujettes à des variations physiques, de sorte qu'elles augmentent & diminuënt de grandeur; & aprés s'être effacées entierement, elles reviennent aprés quelque tems. Or si par quelqu'une de ces causes, ou par le concours de toutes ensemble, il se rencontre que l'Emisphere apparent du Satellite soit taché considerablement dans le temps qu'il parcourt le disque apparent de Jupiter, le Satellite fera dans Jupiter une apparence de Tache semblable à celles que nous avons observées dernierement dans le troisieme & dans le quatriéme Satellite : mais si dans le temps de la conjonction du Satellite avec Jupiter l'Emisphere du Satellite exposé à la Terre n'est pas taché, ou si les Taches ne sont pas assez grandes pour être apperçûës avec nos Lunetes; pour lors le Satellite parcourt le disque de Jupiter sans être apperçû.

Ce n'est pas seulement par ces observations des conjonctions que l'on apperçoit quelquefois des Taches considerables dans les Satellites : on conjecture qu'il y en a

auſſi par les apparences qu'ils font de leur grandeur, qui eſt fort variable, ſans que cette variation de grandeur puiſſe être attribuée à la diverſité de leur diſtance, ſoit à l'égard du Soleil, ſoit à l'égard de Jupiter, ou à l'égard de la Terre.

Le quatriéme Satellite qui paroît le plus ſouvent le plus petit de tous les autres, eſt quelquefois le plus gros, & ſon ombre, qui vers les quadratures de Jupiter avec le Soleil ſe voit dans Jupiter pendant que le Satellite en eſt éloigné, paroît plus grande que le Satellite même qui la cauſe, quoique cette ombre doive être un peu diminuée par la lumiere de Jupiter dans laquelle on l'apperçoit, & qu'il ſoit certain par les regles d'Optique que l'ombre doit être plus petite que le Satellite qui la forme.

La grandeur apparente du troiſiéme Satellite eſt auſſi variable; car quoiqu'il ſoit pour l'ordinaire le plus gros de tous les Satellites, il ne laiſſe pas de diminuer & de paroître égal aux autres, & quelquefois plus petit. La même choſe arrive auſſi aux deux autres Satellites.

Toutes ces variations s'expliquent facilement par les mêmes hypotheſes de M. Caſſini, par leſquelles on explique les apparences des Taches que l'on obſerve dans Jupiter au temps de la conjonction inferieure du Satellite avec Jupiter; car ſi les Taches conſiderables que l'on ſuppoſe ſur la ſurface des Satellites ſe trouvent dans leur Emiſphere expoſé à la Terre, alors ces Taches doivent diminuer la lumiere des Satellites, & par conſequent leur grandeur apparente. Au contraire ſi l'Emiſphere des Satellites expoſé à la Terre n'eſt point taché, toutes les parties du Satellite reflechiront à la Terre une plus grande quantité de lumiere, & le Satellite paroîtra plus grand. Il pourra paroître plus ou moins grand ſuivant que les mêmes Taches ſeront plus ou moins expoſées directement à la Terre.

Les Satellites ne paroiſſent pas aſſez grands pour pouvoir diſtinguer ſur leur diſque les parties qui ſont tachées de celles qui ſont plus lumineuſes. Il arrive à peu prés aux

Satellites ce que nous obſervons dans certaines Etoiles fixes, qui tantôt augmentent, tantôt diminuënt de grandeur apparente, ſans que nous puiſſions diſtinguer les Taches qui peuvent faire ces variations, à cauſe de la petiteſſe apparente de ces Etoiles. Nous avons encore d'autres exemples de ſemblables apparences dans les Satellites mêmes. On voit diminuer peu à peu la grandeur apparente de ces Satellites à meſure qu'ils entrent dans l'ombre de Jupiter, ſans qu'il ſoit poſſible de diſtinguer par les Lunetes les plus excellentes la phaſe du Satellite qui eſt encore éclairée, de la partie qui eſt plongée dans l'ombre.

Nous n'entreprenons pas de chercher des regles du retour de ces Taches, ni de la révolution des Satellites autour de leurs axes : les obſervations que nous avons juſqu'à preſent n'étant pas ſuffiſantes pour cette recherche. Quand même on auroit un plus grand nombre d'obſervations, & qu'on auroit trouvé quelque regle dans ces retours, nous n'oſerions pas eſperer que dans la ſuite ils duſſent continuer de la même maniere.

Depuis tant d'années que l'on obſerve les retours de l'Etoile variable qui eſt dans la conſtellation de la Baleine, on n'a pas pû encore trouver une periode reguliere qui repreſente préciſément toutes les obſervations que nous avons de cette Etoile ; & les hypotheſes qui auroient pû ſervir à expliquer pendant quelque temps les variations qui arrivent à la grandeur apparente du cinquiéme Satellite de Saturne, auroit à preſent beſoin de quelque limitation. Ce Satellite qui depuis la premiere découverte faite par M. Caſſini a été inviſible pendant pluſieurs années dans toutes les obſervations que le temps en a permis de faire lorſqu'il approchoit de ſa digreſſion Orientale, ayant été obſervé dernierement avec les mêmes Lunetes dont on ſe ſervoit auparavant, a été viſible depuis le mois de Septembre de l'année 1705 juſqu'au mois de Janvier 1706, tant dans la partie Occidentale de ſon orbite où il avoit toûjours été viſible, que dans la partie Orientale de la même orbite où il avoit coûtume de diſparoître.

roître. Ce qui nous doit rendre circonspects à établir des regles de ces sortes d'apparences.

OBSERVATION

De la conjonction de Jupiter avec Regulus *ou le Cœur du Lion au mois de Juin* 1707 *à l'Observatoire.*

PAR M. DE LA HIRE.

J'Observai au mois d'Octobre 1706 la conjonction de Jupiter avec Regulus lorsque Jupiter étoit retrograde, & j'en fis la comparaison avec d'autres observations semblables qui avoient été faites par les Anciens ; je fis voir aussi que le calcul de mes Tables s'accordoit avec l'observation. Voici presentement l'observation de l'autre conjonction de Jupiter à la même étoile, mais Jupiter étant direct. 1707. 13. Juillet.

J'ai observé exactement les distances entre Jupiter & Regulus, plusieurs jours avant la conjonction avec le passage de Jupiter par le meridien & ses hauteurs meridiennes ; car dans ce tems-là je ne pouvois pas voir l'étoile dans la Lunete du quart de cercle, à cause que vers les 4 heures ½ il faisoit trop grand jour au tems du passage. Mais je ne rapporterai ici que les observations qui sont le plus proche de cette conjonction en ascension droite, les autres ne servant que de confirmation.

Le 9ᵉ Juin à $4^h\ 43'$ du soir je conclus la déclinaison Boreale de Jupiter par sa hauteur meridienne dans le tems de son passage par le meridien de $14^\circ\ 12'\ 1''$. Le 13ᵉ dans le tems de son passage par le meridien je la trouvai de $14^\circ\ 0'\ 31''$, & le 14ᵉ dans le même tems de $13^\circ\ 57'\ 16''$.

Mais comme la conjonction en ascension droite de Jupiter avec Regulus arriva le 13, j'ai conclu des observations cy-dessus que vers les 8^h ½ du soir la déclinaison de Jupiter devoit être de $13^\circ\ 59'\ 59''$, & dans ce tems-là je

pris la difference ascensionnelle entre Jupiter & Regulus, que je ne trouvai que de 3″ de tems dont Jupiter étoit plus avancé selon l'ordre des signes que l'étoile Regulus; & en même tems j'observai avec le Micrometre, que la distance entre Jupiter & l'étoile étoit de 36′ 30″, ce qui peut passer pour la difference de déclinaison entre ces deux Astres dans ce tems-là. Par mes Tables je trouve la déclinaison de Regulus dans ce même tems de 13° 22′ 52″, qui étant ôtée de 13° 59′ 59″ déclinaison de Jupiter, il reste 37′ 7″, au lieu que l'observation immediate avec le Micrometre donne cette distance de 36′ 30″, dont la difference n'est que de 37″, ce qui n'est pas considerable.

Maintenant pour déterminer le tems de la conjonction en ascension droite de ces deux Astres, j'ai observé que le 9ᵉ à 8ʰ 55′ du soir leur difference ascensionnelle étoit de 1′ 9″ de tems; leur difference de déclinaison de 48′ 46″, & leur distance de 57′ 58″. Le 10ᵉ à 9ʰ 20′ du soir leur difference ascensionnelle étoit de 1′ 36″ de tems; leur difference de déclinaison de 47′ 30″, & leur distance de 52′ 54″. Le 13ᵉ à 8ʰ 32′ du soir leur difference ascensionnelle étoit de 3″ de tems; leur difference de déclinaison de 36′ 30″, ce qui étoit aussi leur distance. Le 14ᵉ à 8ʰ 45′ leur difference ascensionnelle étoit de 36″ de tems; leur difference de déclinaison de 34′ 32″, & leur distance de 35′ 26″. Ainsi en prenant la partie proportionnelle, on aura la conjonction en Ascension droite le 13ᵉ Juin vers les 6ʰ ¼ du soir.

On peut facilement par ces positions déterminer le chemin de Jupiter par rapport à Regulus, & par rapport au meridien qui passeroit par Regulus, & par consequent aussi la longitude & la latitude de Jupiter dans le tems de cette conjonction. Mais comme j'avois observé un peu auparavant son passage par le meridien & sa hauteur meridienne, j'ai cru qu'il valoit mieux me servir de cette observation que de toute autre.

J'ai donc observé que Jupiter passa au meridien le 13ᵉ Juin à 4ʰ 28′ 23″ du soir, & que sa hauteur meridienne

étoit alors de 55° 11′ 23″. J'ai trouvé que cette observation me donne la longitude de Jupiter au 25° 32′ 35″ ♌, & le calcul par mes Tables me la donne au 25° 35′ 24″ ♌; la difference est donc de 2′ 49″. Pour la latitude l'observation la donne de 1° 3′ 23″ *B*, & le calcul des Tables de 1° 3′ 3″ *B*; la difference est de 20″.

REFLEXIONS
ET
OBSERVATIONS DIVERSES

Sur une vegetation Chimique du Fer, & sur quelques experiences faites à cette occasion avec differentes liqueurs acides & alkalines, & avec differens métaux substituez au Fer.

PAR M. LEMERY le fils.

QUoique le mot de *vegetation* ne convienne proprement qu'aux Plantes, cependant il est en usage parmi les Chimistes pour exprimer certaines cristallisations particulieres, ou un arrangement de quelque matiere que ce puisse être, dont la figure exterieure ressemble sensiblement à celle des Plantes; c'est en ce sens que je me suis servi, & que je me servirai encore du mot de vegetation, comme on le verra par la suite de ce Memoire. 1707. 10. Juillet.

J'ay déja parlé dans un Memoire lû le 13 Novembre 1706 de la vegetation Chimique dont il s'agit, & à laquelle je donnai le nom *d'arbre de Fer* ou *de Mars*, à cause de l'analogie qu'elle a avec une autre vegetation d'argent appellée communément *arbre de Diane*, ou *arbre Philosophique*; mais comme je ne parlois que par occasion de cette experience nouvelle sur le Fer, & que je ne

voulois point perdre de vûë le sujet principal que je traitois, je ne m'étendis point sur tout ce que j'avois observé en repetant un grand nombre de fois & de differentes manieres la même operation, & je remis à une autre fois un détail plus circonstancié d'experiences & de raisonnemens Physiques sur cette matiere. C'est ce détail qui fait la principale partie du present Memoire, ensuite de quoi je rapporterai quelques experiences nouvelles faites à l'occasion des premieres sur differentes liqueurs acides & alkalines substituées à celles que j'emploïe pour la production de nôtre vegetation artificielle, & sur differens métaux substituez au fer.

Personne, que je sçache, n'a plus travaillé & avec un plus grand succés sur les vegetations métalliques que M. Homberg. Nous avons de lui dans les Memoires de Mathematique & de Physique du 30 Novembre 1692 une excellente piece, dans laquelle non-seulement il donne une maniere infiniment plus prompte que la commune de faire *l'arbre de Diane*; mais il enseigne encore de nouvelles methodes pour la production d'autres vegetations semblables, & il explique la formation de toutes ces vegetations par des raisons aussi claires & aussi sensibles que le sont les experiences mêmes qu'il propose. Toutes ces vegetations, à l'exception d'une pour laquelle il ne faut qu'une simple amalgamation d'or ou d'argent avec du mercure sans addition d'aucune autre liqueur; toutes ces vegetations, dis-je, quoique faites chacune par des mêlanges & sur des principes differens, conviennent neanmoins en une circonstance, sçavoir qu'elles se forment au milieu d'un liquide & au fond du vaisseau. Pour celle dont il s'agit en ce Memoire, elle doit être regardée comme une espece de vegetation métallique differente de toutes celles de M. Homberg; & en effet elle en differe en plusieurs choses, & particulierement en ce qu'elle se forme au-dessus du liquide qui est même enlevé tout entier au haut du vaisseau, & quelquefois en tres-peu de tems.

Je me sers pour la vegetation dont il s'agit presentement, d'une dissolution de fer, faite par le moïen de l'esprit de nitre. On sçait que le fer jetté sur cet esprit produit une fermentation violente, & que le vaisseau où est contenu ce mêlange s'échauffe si fort qu'il n'est presque pas possible de tenir la main dessus. Ce même mêlange en fermentant se souleve beaucoup, & jette une grande quantité de vapeurs rouges, qui ne m'ont parû être autre chose que quelques esprits nitreux élevez du reste du mêlange à la faveur de la fermentation, qui comme il a été dit produit une chaleur considerable.

Je me suis convaincu de la verité de ce que j'avance; premierement parceque quand on fait distiller du nitre, les nuages rouges qui s'élevent pendant la distillation, sont la matiere même de l'esprit de nitre; & en effet ces esprits du nitre rarefiez par la chaleur deviennent rouges; mais à mesure qu'ils se condensent, ils forment une liqueur claire ou jaunâtre qui tombe dans le récipient.

En second lieu pour me convaincre encóre davantage de la nature des vapeurs rouges dont il s'agit, immediatement aprés avoir jetté du fer sur de l'esprit de nitre, j'ay placé sur le vaisseau où étoit contenu ce mêlange un chapiteau de verre auquel étoit attachée une fiole qui servoit de récipient; les vapeurs rouges sont montées d'abord en grande abondance au haut du chapiteau, & elles se sont ensuite condensées en une liqueur claire qui a coulée dans le récipient. Cette liqueur dissout le fer comme l'esprit de nitre ordinaire; mais j'ay remarqué par plusieurs experiences réïterées, que les vegetations où cette liqueur étoit entrée se faisoient plus promptement, & étoient plus belles & plus distinctes que celles où l'on n'emploïoit que l'esprit de nitre ordinaire, sans retenir les vapeurs rouges qui s'en élevent pendant sa fermentation avec le fer. Peut-être que la liqueur produite de ces vapeurs est la partie de l'esprit de nitre la plus subtile & la plus déliée; peut-être aussi que cette liqueur en s'élevant sous la forme de vapeurs rouges de dessus le fer, a

enlevé avec elle quelques-uns des souffres les plus volatiles & les plus exaltez de ce métal. En effet, mon Pere a fait voir que quand le fer a été touché par un acide vitriolique, la vapeur qui s'éleve pour lors est veritablement sulphureuse & inflammable, & ce souffre vient certainement du fer. On peut donc conjecturer avec quelque fondement que les vapeurs rouges de l'esprit de nitre qui viennent de dessus le même métal, en enlevent aussi avec elles quelques souffres, qui étant mêlez intimement à la liqueur qui en résulte, la rendent plus efficace que l'esprit de nitre ordinaire pour les vegetations où on l'emploïe.

Suivant ce même raisonnement je me suis imaginé que si l'on pouvoit avoir un esprit de nitre encore plus chargé des parties sulphureuses du fer, que la liqueur produite des vapeurs rouges élevées de dessus ce métal, cet esprit seroit aussi plus propre à faire la vegetation dont il s'agit. Dans cette vûë j'ay fait l'experience suivante.

J'ay dissous dans de bon esprit de nitre autant de fer qu'il en a pû contenir; j'ay ensuite separé par la distillation cet esprit de nitre, du fer qu'il tenoit en dissolution, & j'ay eu une liqueur claire moins âcre, & moins forte que l'esprit de nitre ordinaire.

Je juge que cette liqueur contient une bonne partie des souffres du fer; premierement parceque, comme il a déja été dit, la vapeur qui s'éleve du fer penetré par des acides est veritablement sulphureuse, & même elle le doit être d'autant plus que les acides ont penetré plus avant dans le corps du métal. Secondement parceque j'ay déja prouvé dans un Memoire lû le 14 Avril 1706, que quand on a separé du fer les acides qui s'y étoient introduits, de quelque nature que fussent ces acides, on ne retrouve plus le fer tel qu'il étoit auparavant, c'est à dire qu'il est bien moins sulphureux & inflammable, ce qu'il est aisé de reconnoître par plusieurs épreuves indiquées dans ce même Memoire. Troisiémement parceque j'ay encore prouvé dans le même Memoire que les acides versez sur le fer

n'agiffent principalement que fur fa partie huileufe à laquelle ils s'uniffent tres-intimement ; de forte que quand on chaffe enfuite par le moïen du feu ces acides, des pores du métal, ils donnent, particulierement s'ils font vitrioliques, une odeur infupportable de fouffre commun, ce qui marque qu'ils ont enlevé avec eux le principe auquel ils s'étoient unis, & qu'on ne retrouve plus dans le fer du moins en auffi grande quantité qu'il y étoit auparavant.

Il fuit affez naturellement de toutes ces raifons que l'efprit de nitre que j'ay retiré de deffus le fer par la diftillation, en a enlevé avec lui ce qu'il y avoit de plus inflammable, & par confequent que l'efprit & le métal font devenus par cette operation differens de ce qu'ils étoient auparavant.

J'ay emploïé cet efprit au lieu de l'efprit de nitre ordinaire, & j'ay fait avec cette liqueur plufieurs vegetations infiniment plus belles, plus promptes & plus diftinctes qu'avec quelqu'autre efprit de nitre que ce puiffe être. On en a deffiné une entr'autres faite avec cette liqueur qui furpaffe de beaucoup en beauté un nombre tres-confiderable d'autres vegetations faites de plufieurs manieres avec d'excellent efprit de nitre ordinaire. Cette vegetation fe voit aprés une autre dans le Tome de 1706. pag. 418.

Je ne fçache rien autre chofe à quoy attribuer cette difference qu'au fouffre du fer dont s'eft chargé l'efprit de nitre retiré de deffus ce métal ; & effectivement j'efpere qu'on verra par la fuite de ce Memoire que le fouffre du fer eft vrai-femblablement le principal agent de nôtre vegetation métallique, & qu'ainfi plus il s'en rencontre, plus la vegetation doit être belle.

Le fer diffous par l'efprit de nitre communique à la liqueur une couleur rouge, & une confiftance plus ou moins graffe & firupeufe, fuivant qu'il y eft entré en plus ou moins grande quantité. Je dirai ici par occafion que le fer ne donne pas feulement cette confiftance à l'efprit

de nitre, il la donne encore à d'autres acides par le mélange desquels il m'est souvent arrivé de faire une matiere tout à fait semblable par sa consistance à de la veritable graisse; de sorte que quand on étendoit cette matiere sur la main, l'eau qu'on y versoit ensuite ne la moüilloit point, mais glissoit dessus en petites boules, comme elle fait sur un corps enduit d'une substance huileuse ou graisseuse. Cet effet du fer peut servir à confirmer une chose déja bien averée, sçavoir qu'il est tres-sulphureux.

Le fer & l'esprit de nitre mêlez ensemble font, comme il a déja été dit, une liqueur rouge qui conserve ordinairement sa fluidité & sa couleur. Cependant il m'est arrivé qu'aprés avoir dissous du fer par de bon esprit de nitre, & avoir laissé la dissolution dans un vaisseau de grez couvert, elle s'est tout à fait réduite en cristaux blancs qui ne l'étoient pourtant pas tant que le nitre ordinaire, mais qui l'étoient beaucoup. Ces cristaux se sont conservez long-tems dans le même état; ensuite ils se sont insensiblement résouts en une liqueur rouge, & telle qu'elle étoit auparavant. J'ay fait avec cette liqueur deux vegetations extraordinaires, dont il sera parlé dans la suite.

Je rapporterai encore par occasion une observation que j'ay faite un tres-grand nombre de fois sur la limaille de fer versée sur de l'esprit de nitre. C'est que cette limaille ne s'y dissout pas toûjours toute entiere, & qu'il en reste assez ordinairement au fond du vaisseau plusieurs grains qui ne se mêlent point à la liqueur, & qui quoique separez de cette liqueur, & reversez sur de nouvel esprit de nitre, résistent toûjours à l'action de ce dissolvant; cependant ces mêmes grains sont du moins aussi facilement attirez par l'aimant que les grains du fer les plus dissolubles. J'ay déja fait voir dans mon Memoire du 14[me] Avril 1706 que le machefer en étoit de même, & j'en apportai la raison. Il se pourroit faire qu'il y eût souvent dans la limaille de fer des grains semblables à ceux du machefer, c'est à dire à demi usez, ou privez des souffres qui les rendoient

doient diſſolubles par l'eſprit de nitre ; car il eſt bon de ſe reſſouvenir pour une parfaite intelligence de l'action des acides en general ſur le corps du fer, que j'ay fait voir dans le Memoire qui vient d'être marqué, que quand on a ſuffiſamment dépoüillé le fer des parties huileuſes dont il eſt composé, les acides n'ont plus de priſe ſur ce métal, & que quand il n'en a perdu qu'une certaine quantité, quelques acides le diſſolvent moins aiſément qu'auparavant, & d'autres ne le diſſolvent plus du tout.

En voilà aſſez ſur ce qui regarde la diſſolution du fer par l'eſprit de nitre, je viens preſentement au mêlange de cette diſſolution avec l'huile de tartre.

La premiere fois que je m'aviſai de mêler enſemble ces liqueurs, c'étoit pour avoir un précipité du fer dont je voulois faire une operation curieuſe que M. Homberg m'avoit indiquée. Quand j'eus jetté une certaine quantité d'huile de tartre ſur la diſſolution de fer dont il a été parlé, je mis le verre où étoit contenu le mêlange ſur une cheminée, & quelque tems aprés en jettant les yeux deſſus, je fus aſſez ſurpris de voir que preſque toute la liqueur s'étoit élevée au haut du verre ſous une forme de branchages tres-diſtincte. Cette nouveauté m'engagea à examiner de plus prés cette operation, & à la repeter de pluſieurs manieres differentes. Voici ce que j'ay obſervé de plus eſſentiel.

L'huile de tartre verſée ſur la diſſolution du fer y produit une fermentation qui fait ſoulever la liqueur, principalement quand on l'agite. La fermentation ceſſée, la liqueur devient d'un rouge plus foncé qu'elle n'étoit auparavant, & ſes parties paroiſſent être en repos. Cependant il s'entretient ordinairement ſur la ſurface de la liqueur pendant le tems de la vegetation, des bulles d'air. Cette vegetation commence par de petits criſtaux qui s'élevent peu de tems aprés le mêlange des liqueurs dont il a été parlé, juſqu'à une certaine hauteur. Ces criſtaux augmentent toûjours en longueur par d'autres criſtaux qui montent à la faveur & au-delà des premiers, & enfin

de l'aſſemblage de tous ces criſtaux il ſe forme comme des filets tres-déliez ſortant de la ſurface du liquide, & s'étendant de differentes manieres. Ces filets dans leur partie ſuperieure ſe ramifient, & s'arrangent de maniere qu'il en réſulte tres-ſouvent des figures d'arbre auſſi diſtinctes que ſi on eut pris ſoin de les y deſſiner contre le verre; mais comme la matiere monte & s'accumule toûjours de plus en plus vers le haut du verre, elle couvre ſi bien les ramifications ſuperieures de ces filets, que les premieres figures d'arbre diſparoiſſent, & il naît en place d'autres figures de fleurs, ou quelquefois de fruits qui ſemblent ſortir de la ſurface interne & externe du verre, à peu prés comme font les feüilles de certaines plantes qui croiſſent le long des murailles, & qui montant juſqu'au haut, retombent ſouvent en dehors & fort bas.

Les filets, dont il a été parlé, groſſiſſent quelquefois aſſez conſiderablement depuis le fond du verre juſqu'à l'endroit où eſt le fort de la vegetation, & où leurs ramifications ne ſont plus viſibles. J'ay vû de ces filets qui étoient devenus auſſi gros que de groſſes plumes à écrire, & creux en dedans, ayant la figure de tuyaux. Ils étoient naturellement arrangez de maniere qu'ils ſembloient ſoûtenir le reſte de la vegetation.

J'ay preſque toûjours remarqué que les criſtaux qui ſe forment d'abord contre les parois du verre, ſont plus durs, plus ſolides, & moins rouges que la matiere qui monte enſuite à la faveur de ces criſtaux; & en effet cette matiere eſt ordinairement fort graſſe, & même quand elle eſt bien préparée elle ſe fond, & elle ſe réſout à la moindre chaleur; de ſorte que pour peu qu'on la touche avec le doigt, elle ſe réduit en liqueur.

Voilà les obſervations qui ſont communes à toutes les vegetations que j'ay faites de differentes manieres. Je rapporterai enſuite ce que chacune de ces vegetations a de particulier ſuivant la difference du mêlange, aprés avoir rendu raiſon des faits qui viennent d'être remarquez.

L'huile de tartre verſée ſur la diſſolution du fer dont il

s'agit, y produit une fermentation, parceque les pointes acides de l'esprit de nitre ne sont pas si fortement envelopées par les parties rameuses du fer, qu'elles ne puissent encore agir sur l'alkali de l'huile de tartre; mais cette fermentation n'est pas à beaucoup prés si forte, que quand les pointes acides de l'esprit de nitre sont tout à fait libres. Car pour lors il arrive un boüillonnement considerable qui fait soulever la liqueur; ensuite de quoy elle continuë à boüillonner un assez long-tems, non-pas si violemment que dans le premier instant où on verse de l'huile de tartre, mais cependant assez pour qu'il s'en éleve plusieurs jets qui montent fort haut, & qui continuënt toûjours jusqu'à ce que les pointes acides soient tout à fait engagées dans les pores de l'alkali, & aïent fait un veritable salpêtre, dont la plus grande partie se précipite au fond du vaisseau, & le reste se tient suspendu dans un peu de phlegme qui surnage, & qui étant laissé dans la même situation ne s'épuise & ne s'évapore, que comme pourroit faire de l'eau commune qu'on auroit mise dans un verre, c'est à dire en un tres long-tems. De plus ce phlegme en s'élevant entraîne toûjours avec lui un peu du nitre qu'il tenoit en dissolution, & ce nitre ne pouvant s'élever aussi haut que l'eau, s'arrête aux parois du verre un peu audessus de la surface du liquide, & aprés un long-tems, il ne produit tout au plus contre le verre qu'une plaque tres-mince, qui ne m'a jamais paru avoir aucune forme de vegetation. Enfin quand tout le phlegme s'est évaporé, on trouve au fond du verre tout le nitre qui y étoit dés le commencement, & augmenté même d'un peu de celui qui étoit dans le phlegme évaporé; de sorte que ce qui s'est appliqué contre le verre à la faveur du liquide, n'est presque rien en comparaison de ce qui est au fond du vaisseau.

Voilà ce qui se passe pendant & aprés la fermentation de l'huile de tartre & de l'esprit de nitre pur; & j'ay été bien aise d'en marquer précisément toutes les circonstances, afin de faire mieux sentir par cette petite digression

combien ce mêlange differe de celui où le fer est entré, & auquel je reviens presentement.

Dans le cas de nôtre dissolution du fer, peu aprés que le liquide s'est soulevé par le mêlange de l'huile de tartre, il semble qu'il n'y ait plus du tout de fermentation dans la liqueur. Cependant en examinant les bulles d'air qui naissent toûjours & qui s'entretiennent à sa surface, on voit évidemment qu'il y a encore une agitation intestine qui n'est pas assez forte pour envoïer des jets fort hauts, comme dans le cas qui vient d'être marqué, mais qui l'est assez pour chasser continuellement des particules d'air vers la surface du liquide; d'ailleurs l'élevation des cristaux qui forment nôtre vegetation métallique paroît être un effet & un indice de la fermentation qui se passe dans le liquide, & sans laquelle la matiere ne seroit point assez préparée pour pouvoir vegeter, comme on le prouvera dans la suite par une experience sensible, & comme on va tâcher de le faire voir, en expliquant la cause & l'effet de cette seconde fermentation, qui n'est à proprement parler que la suite de la premiere.

Quand donc les pointes acides de la dissolution du fer ont fait leur premier effort dans les pores exterieures de l'alkali de l'huile de tartre, elles ne peuvent plus continuer leur route dans les pores interieures avec autant de vigueur, que si elles étoient parfaitement libres & dégagées. Car les parties du métal ausquelles elles sont unies, non-seulement augmentent leur volume, mais encore les lient & les brident en quelque sorte; c'est ce qui fait que cette fermentation est si lente & si insensible. Cependant sans elle les acides de la dissolution ne penetrant pas assez avant dans les pores de l'alkali de l'huile de tartre, il ne se feroit pas une union assez intime de ces deux sels, pour qu'il en résultat des cristaux nitreux, sans quoy nôtre vegetation ne se peut faire. La preuve de ce que j'avance est dans le mêlange de l'huile de tartre & de l'esprit de nitre pur; car ce n'est pas aprés le premier choc de ces deux corps qui produit dans la liqueur un boüillonne-

ment & un soulevement tres-considerable que se forme le salpêtre; mais c'est aprés une fermentation un peu moins violente, qui succedant à l'autre continuë un certain tems, & qui racheve ce qui n'a été d'abord que commencé.

Un autre avantage de cette fermentation insensible qui se passe dans le mêlange de l'huile de tartre & de la dissolution du fer, c'est que les parties de ce métal s'y trouvant placées entre des sels, dont les uns font un effort continuel pour penetrer les autres & pour s'y unir, elles sont brisées & attenuées de plus en plus, & par consequent leur souffre se dévelope & s'exalte puissamment, & dispose davantage le sel auquel il est uni à s'élever, & le rend d'une consistance grasse & d'une facilité à se fondre, qui est quelquefois si étonnante, que la simple chaleur de la main est capable de produire cet effet.

Le fer uni intimement au salpêtre lui donne encore une qualité essentielle à nôtre vegetation, & qu'il n'auroit pas sans son union avec ce métal; c'est de pouvoir être soûtenu tout entier dans le liquide aprés sa formation. Cet effet s'explique fort aisément par ce qui a été dit, & en est même une suite; c'est que la substance huileuse du fer ayant été fortement rarefiée, elle se soûtient & soûtient avec elle sur le liquide les cristaux nitreux ausquels elle est unie. Car on sçait que les huiles ne se précipitent pas ordinairement au fond de l'eau, mais se tiennent à sa surface, & je prouverai dans la suite par une experience, que quand les cristaux de nôtre mêlange ont été privez de la substance grasse qui les soûtient, ils tombent aussi-tôt au fond du vaisseau sous la forme de nitre commun.

Jusqu'ici on conçoit aisément comment la matiere se prépare dans le liquide pour devenir propre à vegeter; reste à sçavoir par quel art elle s'éleve, & c'est que je vais tâcher de faire entendre.

La fermentation insensible qui se passe dans le mêlange n'est pas seulement necessaire pour préparer la matiere

& pour la rendre vegetable, comme il a été dit, elle produit encore dans toute la liqueur une agitation qui pousse continuellement les parties qui sont toutes préparées, & qui ne sont plus sujettes au mouvement de fermentation. Or ces parties ne se précipitant pas au fond du vaisseau, comme il arrive dans le mêlange de l'huile de tartre & de l'esprit de nitre pur, mais se tenant toûjours suspenduës dans le liquide, & vrai-semblablement même à sa surface, elles sont obligées par l'impulsion continuelle qu'elles reçoivent, de glisser insensiblement le long des parois du verre au-dessus de la liqueur, où elles se condensent en cristaux par la fraîcheur de l'air.

J'ay déja dit que les cristaux qui s'élevent d'abord sont ordinairement plus solides, moins rouges, & d'une substance moins grasse & moins facile à se fondre que ceux qui montent ensuite : la raison en est évidente, & suit naturellement de ce qui a été dit. C'est que les acides du mêlange qui sont le moins chargez de la substance grasse & onctueuse du fer, s'unissent plus aisément & plus promptement que les autres à l'alkali de l'huile de tartre, & forment plutôt par-là des cristaux nitreux prêts à s'élever par le moïen de la même fermentation qui en prépare d'autres qui doivent suivre les premiers. Je regarde ces premiers cristaux comme la base, & pour ainsi dire la charpente de toute la vegetation ; & ils se trouvent par hazard d'autant plus propres à cet effet, qu'étant moins chargez de la substance sulphureuse du fer, ils ont plus de roideur & de solidité.

La charpente de la vegetation étant achevée, le reste de la liqueur monte ensuite à mesure qu'elle est preste, & par la même mécanique que les premiers cristaux, cependant avec plus de facilité pour deux raisons principales. La premiere c'est que les derniers cristaux contiennent une plus grande quantité des parties sulphureuses du fer, qui, comme il a été dit, ont été tres-rarefiées par la fermentation, & qui rendent les cristaux ausquels elles se sont unies moins compactes, & plus faciles à être enle-

vez qu'ils ne le feroient fans cela. En fecond lieu les parties du liquide qui ont été préparées les dernieres, trouvent le long du verre des filets tous faits fur lefquels elles peuvent s'appuïer en montant, & couler avec plus de facilité que fur la furface polie du verre, qui ne les foûtiendroit pas autant contre leur propre poids.

Quand la matiere a été autant bien préparée qu'elle le peut être, & que le souffre du fer a reçû pendant la fermentation toute l'exaltation neceffaire, la liqueur monte plus aifément, & produit une vegetation beaucoup plus belle qu'elle n'auroit fait fans cela ; mais elle fe condenfe plus difficilement à caufe de la grande attenuation de fon fouffre ; & étant parvenuë au haut du verre, une partie feulement de la liqueur s'y criftallife, & l'autre fe répand en dehors, & fouvent même jufqu'au bas, couvrant le tout d'une vegetation fort agreable.

Quand la vegetation eft venuë jufqu'à ce point, il arrive quelquefois un effet qui furprend, & qui m'a toûjours paru arriver dans ce même tems : c'eft que tout le refte de la liqueur contenuë dans le verre, & qui s'élevoit auparavant avec affez de douceur, monte tout d'un coup & tres-vîte jufqu'au haut, & defcend de même jufqu'au bas ; de forte qu'aprés l'avoir reçûë dans un petit vaiffeau placé fous le verre, & l'y avoir enfuite reverfée, & cela plufieurs fois jufqu'à ce qu'elle fut tout à fait épuifée, je l'ay fouvent vûë remonter en moins d'un quart d'heure, ce qu'elle n'auroit pas fait d'elle-même, & fans la mécanique prefente en vingt-quatre heures ; & à chaque fois qu'on reverfoit la liqueur dans le verre & qu'elle remontoit, il s'en criftallifoit une partie qui augmentoit la vegetation.

La promptitude avec laquelle la liqueur monte en cette occafion, prouve que la fermentation qui y regne n'eft point la feule caufe de cette élevation fubite ; car cette fermentation eft naturellement trop lente pour produire un effet auffi prompt : d'ailleurs cet effet extraordinaire n'arrive que fur la fin de l'operation, & quand la liqueur

est tout à fait, ou presque tout à fait préparée, & par consequent que la fermentation est entierement cessée, ou du moins fort diminuée.

Voici donc de quelle maniere je m'imagine que cela se fait; mais je ne donne mon explication que comme une conjecture hazardée.

La liqueur qui a coulé le long de la surface exterieure du verre, & qui y a produit une vegetation, a formé des traces ou des filets qui répondent à ceux du dedans du verre, & qui étant effectivement plus longs, forment avec les filets interieurs de veritables siphons, dont on sçait que la branche exterieure doit être plus longue que l'interieure. Cela étant, la liqueur monte & s'insinuë en cette occasion par la loix du siphon le long de ces filets, & au travers de toute la masse condensée qui lui sert comme de filtre ou d'éponge; & elle le fait avec une force d'autant plus grande, que les parties du liquide qui s'élevent pour lors sont vrai-semblablement plus sulphureuses que les précédentes, & par consequent plus legeres.

Il ne se condense à chaque fois qu'une partie de la liqueur qui s'est élevée, soit à cause de la rapidité avec laquelle elle est emportée, & de sa grande fluidité qui ne permettent pas à toute cette liqueur de prendre une forme solide; soit parceque n'aïant pas encore été préparée toute entiere, il ne s'arrête au passage que les parties les plus prestes à se cristalliser.

Il y a encore plusieurs choses à remarquer sur la maniere dont se fait nôtre vegetation sur les circonstances necessaires pour cela, & enfin sur les differences particulieres qui dépendent du mêlange; & l'on va voir que toutes ces remarques & experiences particulieres ne servent qu'à fonder de plus en plus l'hypothese dont je me suis servi pour expliquer la formation de l'arbre de Mars.

PREMIERE REMARQUE.

L'esprit de nitre, quelque chargé de fer qu'il puisse être, ne vegete point sans le mêlange de l'huile de tartre, ou de

de quelque liqueur équivalente : la raiſon en eſt que pour produire cet effet il faut, 1°. Qu'il ſe criſtalliſe, & même qu'il ſe criſtalliſe aiſément, ce qui n'arrive que rarement à cet eſprit, quelque quantité de fer qu'il contienne, à moins qu'il ne ſoit joint à l'huile de tartre, qui en cette occaſion donne du corps à ſes acides. 2°. Pour que la diſſolution dont il s'agit vegete, il faut outre la criſtalliſation dont il a été parlé, une fermentation interieure qui exalte davantage le ſouffre du fer, & qui détermine la liqueur à s'élever inſenſiblement. Or quand une fois le fer a été diſſout par l'eſprit de nitre, il n'y a plus de fermentation dans la liqueur, & effectivement elle n'en donne aucune marque : c'eſt ce qui fait que lors même qu'il lui arrive de prendre aprés un certain tems une forme ſolide, & de ſe criſtalliſer d'elle-même, comme j'ay remarqué au commencement de ce Memoire qu'il arrivoit quelquefois, les criſtaux ne s'élevent point, mais ils ſe tiennent au fond du vaiſſeau, ſans y produire aucune apparence de vegetation. On prouvera dans la ſuite que ces mêmes criſtaux peuvent être rendus vegetables, en y excitant par le mêlange de l'huile de tartre, la fermentation qui eſt abſolument neceſſaire pour cet effet.

SECONDE REMARQUE.

Pour que la vegetation dont il s'agit puiſſe ſe faire, il ne faut pas que l'huile de tartre y entre en aſſez grande quantité pour fixer tout d'un coup toutes les pointes acides de la diſſolution. Il faut au contraire que ces acides tiennent toûjours le deſſus, & conſervent aſſez de force pour entretenir la fluidité dans le mêlange, & pour y continuer la fermentation ſans laquelle la matiere ne ſeroit point ſuffiſamment préparée, & demeureroit incapable de produire l'effet qu'on en attend. Tout ce que j'avance va être prouvé & éclairci par les experiences que j'ay faites ſur les differentes proportions de l'huile de tartre & de la diſſolution du fer.

J'ay mis dans un verre une portion de cette diſſolution,

c'eſt à dire plein un petit vaiſſeau qui me ſervoit à meſurer la liqueur avant de la verſer dans le verre. J'ay jetté ſur cette diſſolution une demie portion d'huile de tartre, j'ay broüillé le mêlange, & aprés pluſieurs jours il s'eſt fait une vegetation peu diſtincte & peu élevée.

J'ay mis dans un autre verre parties égales d'huile de tartre, & de la diſſolution. La vegetation s'eſt faite plus haute, moins confuſe; & en moins de tems que la précedente; mais elle étoit incomparablement moins belle que celle dont il ſera parlé dans la ſuite.

J'ay mis dans un troiſiéme verre deux parties d'huile de tartre ſur une de la diſſolution; toute la liqueur a perdu tout d'un coup ſa fluidité, & elle s'eſt convertie en une matiere jaunâtre, épaiſſe & ſolide, qui eſt le veritable précipité du fer: cette matiere s'eſt deſſechée au fond du verre, & la vegetation a manqué. J'y ai verſé de l'eau pour la délayer, & pour eſſayer ſi en cet état elle ne vegeteroit point; mais il ne s'eſt rien fait du moins qui merite d'être rapporté.

L'huile de tartre étant abſolument neceſſaire pour la production de nôtre vegetation métallique, on conçoit aiſément qu'il en faut une certaine quantité pour donner au mêlange la préparation & la conſiſtance dont il a beſoin pour s'élever & pour ſe criſtalliſer. C'eſt ce qui fait que dans le premier cas la vegetation eſt moins belle que dans le ſecond, où il y a moitié davantage d'huile de tartre.

Mais auſſi quand on en verſe aſſez pour produire l'effet qui a été marqué dans la troiſiéme experience, tous les acides de la diſſolution perdent tout d'un coup leur mouvement; ſoit parceque le poids & la quantité de l'huile de tartre qui eſt un ſel fixe réſous, les accable ſi fortement qu'ils ſont obligez de lui ceder, ſans pouvoir faire aucune réſiſtance, ſoit parceque ces acides ſe trouvent d'abord engagez par les deux bouts dans les pores qu'ils trouvent de toutes parts à leur paſſage, & qui les tenant en cette ſituation les contraignent à s'arrêter

d'autant plus facilement que ces acides sont déja liez à un métal qui sert encore à les retenir, & qui leur ôte la seule force par laquelle ils pourroient se débarrasser.

Or les parties du fer qui d'abord avoient été extraordinairement attenuées par les acides de l'esprit de nitre, & qui jusqu'au mêlange de l'huile de tartre avoient été entretenuës dans la même fluidité, à cause du mouvement violent de ces acides, perdent en cette occasion avec eux toute leur agitation; & comme elles sont naturellement rameuses & embarrassantes, elles se lient & s'accrochent aux parties voisines, ce qui contribuë encore à épaissir la liqueur, de la maniere qu'il a été dit.

Cette masse est incapable de vegeter, parceque ses acides ayant été d'abord fixez par le sel de tartre, & ne s'y étant unis que superficiellement, ils n'ont pû continuer leur route dans les pores interieures de ce sel, & par consequent il ne s'est fait ni cristaux nitreux, ni la fermentation necessaire à exalter plus parfaitement le souffre du fer; & à préparer la matiere pour la vegetation.

Suivant ce raisonnement je me suis imaginé que si par quelque moïen les acides de la masse dont on vient de parler pouvoient être débarrassez d'une partie du sel fixe qui les accable, ces acides reprendroient assez de force pour rétablir la fluidité & la couleur rouge de cette masse, & pour continuer la fermentation qui avoit été étouffée dans son commencement, ce qui rendroit la liqueur propre à vegeter.

Dans cette vûë j'ay versé sur le mêlange un peu d'esprit de nitre pur; & ces acides nouveaux tombant sur quelques sels alkalis unis aux anciens acides, ils les ont penetrez & agitez violemment, & ils les ont contraints par-là à quitter le corps qu'ils tenoient engagé & arrêté, ce qui a produit tout l'effet que j'en pouvois attendre; car non-seulement la liqueur a vegeté, mais encore j'ay remarqué par plusieurs experiences réïterées, qu'il se fait de plus belles vegetations par cette voïe-là, que par celles dont il a été parlé cy-dessus. Peut-être est-ce parceque

ſur la même quantité de fer que dans les autres il entre plus de ſel, & qu'il en faut toute cette quantité pour bien attenuer le ſouffre du fer contenu dans le mêlange, & pour lui donner l'exaltation neceſſaire. Peut-être auſſi eſt-ce parceque les nouveaux acides qu'on verſe ſur le mêlange, forment d'abord des criſtaux peu chargez de fer, ſolides, & qui ſe condenſent tres-vîte contre les parois du verre ; ce qui produit en cette occaſion un appui plus commode & plus aiſé pour le reſte de la liqueur, que dans les autres voïes où l'on ne verſe point d'eſprit de nitre pur, & où ces premiers criſtaux ne ſont ni auſſi ſolides, ni auſſi abondans. En effet, il m'eſt ſouvent arrivé en ſuivant ce même procedé, de trouver tres-peu de tems aprés le mêlange, non-ſeulement toute la ſurface interne du verre garnie des criſtaux dont il s'agit, mais encore un tiſſu formé d'une infinité de petits criſtaux entrelaſſez les uns dans les autres, & étendus ſur la ſurface du liquide, d'où il ſortoit dans la ſuite comme de petites tiges qui s'élevoient en droite ligne, mais qui n'avoient pas aſſez de force pour ſe ſoûtenir.

Je ne marque point icy la quantité d'eſprit de nitre pur qui doit être verſée ſur le mêlange épaiſſi par l'huile de tartre ; c'eſt à l'œil qu'on peut s'en aſſurer, & il en faut juſqu'à ce que toute la matiere paroiſſe bien diſſoute, & d'une couleur rouge foncée ; mais quand par hazard j'en ai verſé un peu plus qu'il ne falloit, il m'eſt toûjours arrivé de deux choſes l'une, ou que la liqueur a perdu tout d'un coup ſa couleur rouge, & qu'il s'eſt précipité & criſtalliſé au fond du verre une grande quantité de nitre blanc, ou que la liqueur eſt devenuë d'une couleur conſiderablement moins foncée, & qu'il s'eſt criſtalliſé au fond du verre du nitre blanc, mais en moindre quantité que dans le premier cas, & qu'enfin dans l'un & dans l'autre la vegetation a manqué.

Pour concevoir ce fait, il faut conſiderer que l'eſprit de nitre de trop verſé ſur le mêlange dont il s'agit, ne trouvant plus de ſels alkalis à combattre, agit ſur la ſub-

ſtance métallique unie aux criſtaux nitreux du mêlange, & il la diviſe & l'agite ſi fort, qu'il en dérobe & en enleve une partie à ces criſtaux, qui n'étant plus ſoûtenus comme auparavant vers la ſurface du liquide par la partie graſſe & onctueuſe du fer, bien loin de s'élever & de vegeter ſelon la mécanique déja expliquée, ſe précipitent au fond du vaiſſeau, ou en grande quantité s'il ſe trouve dans le mêlange peu de phlegme propre à les ſoûtenir encore, ou en moindre quantité s'il y a davantage de ce phlegme. A l'égard de la couleur rouge du liquide qui ſe perd tout à fait, ou preſque tout à fait, cela vient de l'extenſion & de l'attenuation exceſſive des parties du fer.

J'ay dit au commencement de ce Memoire qu'il m'étoit arrivé de faire avec le fer & l'eſprit de nitre une diſſolution fort rouge & bien conditionnée, qui aprés un certain tems s'étoit tout à fait condenſée en des criſtaux blanchâtres, & qui étoit revenuë enſuite en liqueur rouge comme elle étoit auparavant. J'ay voulu voir ſi cette diſſolution particuliere étant miſe en œuvre produiroit une vegetation differente des autres. J'y verſai donc aſſez d'huile de tartre pour la réduire en une maſſe épaiſſe, ſur laquelle je jettai de l'eſprit de nitre juſqu'à ce que toute la maſſe fut en liqueur; je la laiſſai en cet état pendant quelques heures, & aprés ce tems je la trouvai toute differente de ce qu'elle eſt ordinairement; car elle s'étoit condenſée en une matiere ferme, coriaſſe, qui ſe diviſoit difficilement, & qui avoit une peau mince & fort tenace.

Je coupai cette matiere en deux parties, que je mis dans deux verres differens. Je verſai ſur une de ces deux portions de nouvel eſprit de nitre pour la rediſſoudre entierement: elle ſe réduiſit effectivement en liqueur, dont la plus grande partie monta à la maniere ordinaire le long des parois du verre juſqu'au haut, où elle produiſit une belle vegetation: le reſte de la matiere s'éleva du fond du verre preſque juſqu'au haut en droite ligne, & ſans

s'appuïer contre les parois du vaisseau, formant de cette maniere plusieurs tiges fortes & solides, dont l'extrémité superieure étoit plus rouge que le reste. Cette vegetation extraordinaire est representée dans la premiere Figure.

L'autre portion de la matiere ferme & coriasse sur laquelle je n'avois pas jetté une seconde fois de l'esprit de nitre comme sur la précedente, & que j'avois au contraire laissée dans le même état, jetta peu de tems aprés plusieurs petites tiges rouges qui sembloient sortir de cette matiere; comme les herbes sortent de terre; je fis un trou dans un endroit de cette masse, j'y versai de l'eau commune en differentes fois, & chacune des petites tiges dont on vient de parler s'éleva considerablement & presqu'à vûë d'œil à mesure que la masse fut humectée. L'eau à chaque fois disparut tres-vîte, & elle occasionna encore une élevation de quelques parties de la masse délayée qui monterent le long des parois du verre, & qui formerent au haut une vegetation. Cette masse dessechée a toûjours conservé au fond du verre la peau dure & coriasse qui l'entoure, & elle ressemble en l'état où elle est à une motte de terre qui seroit couverte de differentes sortes de petites plantes. Cette autre vegetation extraordinaire est representée dans la seconde Figure.

J'ay souvent remarqué que quand on ne verse point assez d'esprit de nitre pur sur la dissolution du fer épaissie par l'huile de tartre, la liqueur se recondense une seconde fois peu de tems aprés le mêlange; parceque les nouveaux acides ne suffisent pas pour débarrasser entierement les anciens, des sels alkalis qui sont de trop dans le mêlange, & qui y dominent encore assez pour lui ôter de nouveau sa fluidité qu'il n'avoit acquise que pour quelque tems, & par l'agitation que le choc des nouveaux acides avoit communiquée à ses parties: mais il y a cette difference entre le cas précedent qui vient d'être remarqué & celui-ci, que j'avois jetté dés la premiere fois une quantité plus que suffisante d'esprit de nitre pur sur la

masse du cas précedent, & que quoique j'en eusse versé une seconde fois pour achever de la rendre fluide, elle s'étoit encore condensée en partie au fond du verre. D'ailleurs elle étoit beaucoup plus ferme & plus solide que l'autre, & ses tiges étoient beaucoup plus longues, & se soûtenoient infiniment mieux que toutes celles que j'aye jamais vû s'élever de la même maniere ; ce qui marque que la dissolution particuliere qui avoit été emploïée en cette occasion, avoit été cause de cet effet, par l'extrême facilité que ses acides avoient naturellement à perdre leur mouvement, & à prendre une forme solide.

Les differences qui se rencontrent ordinairement entre plusieurs vegetations du fer, & pour leur forme & pour le tems qu'elles mettent à se former, ne dépendent pas seulement des proportions differentes des liqueurs necessaires pour cette operation ; car souvent en observant les mêmes proportions avec la derniere précision dans deux vegetations, elles ne laissent pas d'être considerablement differentes entr'elles ; ce qui vient ou de ce qu'elles ont été faites en des saisons ou en des tems differens, & suivant lesquels la constitution de l'air favorise plus ou moins la cristallisation de la liqueur ; ou de ce que leurs vaisseaux sont d'une forme differente, car la liqueur monte plus ou moins facilement suivant cette circonstance ; ou de la force particuliere de l'esprit de nitre emploïé pour chaque vegetation ; ou des lieux differens où elles ont été formées ; ou enfin d'autres circonstances moins sensibles, & qui ne laissent pas d'apporter un changement notable à l'operation, comme je l'ay souvent remarqué.

Voilà tout ce que j'ay observé de plus particulier dans les differentes manieres de faire vegeter le fer : voïons presentement ce qui se passe quand la vegetation est faite.

D'abord elle est ordinairement moins belle, & moins distincte que peu de tems aprés, parcequ'elle est trop humide, & que cette humidité en gonflant les parties en empêche la distinction. D'ailleurs elle est un peu trop

haute en couleur, ce qui se dissipe toûjours assez, comme il sera dit. Mais aprés un certain tems la matiere se desseche à un point, qu'elle devient comme ces fleurs fannées qui ont perdu une grande partie de leur volume. Cette même matiere en se dessechant perd aussi presque toute sa couleur; car de rouge qu'elle est ordinairement, elle devient d'un jaune pâle.

La raison en est qu'outre les humiditez aqueuses qui s'évaporent pendant que la matiere se desseche, & qui peut-être contribuoient à exciter la couleur rouge en donnant action aux acides du mêlange sur les souffres du fer, il y a encore tout lieu de croire qu'insensiblement il s'en dégage, & qu'il s'en échape des parties actives & exaltées, qui sont celles qui produisent la couleur rouge. Voici un fait qui le prouve sensiblement.

J'avois fait quinze ou seize vegetations dans une même chambre, & il arriva que depuis le tems que se formerent ces vegetations, jusqu'à ce qu'elles furent dessechées, il se conserva dans la chambre une odeur si forte que tous ceux qui y entroient en étoient frapez, & que moy-même j'en fus incommodé. Cette odeur diminua beaucoup quand les vegetations furent sechées jusqu'à un certain point, mais elle ne cessa point tout à fait, au contraire elle subsista encore assez long-tems d'une maniere sensible.

Les parties qui en s'exhalant produisent cette odeur, ne sont autre chose que quelques acides les plus volatiles, ou le moins engagez dans le corps du mêlange, & avec eux les souffres ausquels ces acides s'étoient unis dans le fer, & qu'ils enlevent en se separant de la matiere; car j'ay fait voir dans mon Memoire du 14 Avril 1706, & j'ay repeté au commencement de celui-ci, que quand le fer avoit été penetré par des acides, & que ces acides en sortoient ensuite, ils entraînoient toûjours avec eux des souffres de ce métal, ce qui lui apportoit un changement considerable; cette perte des acides & des souffres de nôtre mêlange paroît encore s'accorder avec les experiences suivantes.

J'ay voulu voir si la matiere dessechée d'une ancienne vegetation pourroit vegeter de nouveau; pour cela j'ay separé cette matiere des parois du verre où elle étoit attachée, & je l'ay mise au fond du même verre que j'ay presque rempli d'eau; j'ay bien broüillé la matiere dans l'eau pour l'y faire dissoudre, & j'ay laissé ensuite le tout en repos. La liqueur a acquis une couleur jaunâtre, & elle a été un assez long tems sans rien produire de bien sensible & de bien distinct; enfin sa couleur est devenuë plus vive, & a tiré sur le rouge, & souvent même en repetant la même experience depuis, je l'ay vûë devenir encore plus rouge & plus vive, & la matiere a commencé alors à monter sensiblement. Quand la liqueur a été tout à fait enlevée, j'ay trouvé au fond du verre une matiere moins grasse au toucher, & plus roide que celle qui étoit montée; j'y ai versé de nouvelle eau pour la dissoudre, mais la liqueur n'a guere produit autre chose, & pour le tems considerable que les cristaux ont mis à monter, & pour la maniere dont ils se sont arrangez, que ce qu'il a déja été remarqué que le nitre artificiel dissous dans l'eau & sans mêlange de fer produisoit, c'est à dire une plaque mince & unie qui n'avoit aucune apparence de vegetation, & qui n'avoit été formée que par un petit nombre de cristaux faciles à se condenser, & qui se traînoient avec peine le long des parois du verre à mesure que l'eau dans laquelle ils nageoient s'évaporoit, & les soûtenoit en s'élevant.

Il paroît par cette experience que j'ay réïterée un grand nombre de fois, qu'une partie de la matiere d'une ancienne vegetation devient par le tems incapable de vegeter, & que l'autre conserve toûjours cette vertu, ou du moins se raccommode & se rétablit aisément dans cette force par le moïen de l'eau commune. Pour concevoir la raison de ces differens effets, il faut d'abord se ressouvenir de ce qui a été dit dans le present Memoire; sçavoir, que plus on avoit soin de conserver les parties volatiles du mêlange, plus la vegetation se faisoit bien &

promptement ; qu'il falloit de plus que toutes les parties du mêlange fussent dans une proportion convenable, & une liaison intime. Cela étant, s'il y a lieu de conjecturer que pendant que la matiere d'une ancienne vegetation se desseche, quelques-unes des parties les plus volatiles se dégagent tout à fait, quelques autres se dérangent, les unes plus, les autres moins, on rendra aisément raison de tout ce qui arrive non-seulement dans l'experience qui vient d'être rapportée, mais encore dans plusieurs autres qui viendront ensuite.

L'eau versée sur la matiere d'une ancienne vegetation, separe & enleve insensiblement les parties les plus dissolubles du mêlange. Or les parties qui ont le plus de facilité à être soûtenuës dans le liquide, & qui s'y dissolvent effectivement, sont celles qui contiennent une plus grande quantité des principes actifs du mêlange, & particulierement de la substance sulphureuse du fer ; ce qui se reconnoît aisément par l'inspection de la matiere qui a vegeté, & de celle qui a resté au fond du vaisseau ; car l'une est fort grasse au toucher, & l'autre est roide & bien moins grasse. De plus, j'ay fait voir dans ce Memoire que telle partie nitreuse qui sans le mêlange du fer se précipiteroit au fond du vaisseau, se soûtient avec le fer dans le liquide, dont elle occupe même le dessus.

L'eau donc s'étant chargée de la partie la plus dissoluble & la plus propre à vegeter, il s'y fait une petite fermentation qui se reconnoît, 1°. Par des bulles d'air qui s'entretiennent, & quelquefois même en assez grande quantité sur le liquide. 2°. Parceque ce liquide acquiert une couleur rouge, qui est le dernier effet de la fermentation, & la marque que les parties du mêlange sont suffisamment exaltées pour pouvoir s'élever. Cette fermentation vient apparemment ou de ce que la matiere la plus active & la plus dissoluble a enlevé avec elle dans le liquide quelques parties fixes & grossieres, dont elle se débarrasse & se separe ensuite par l'agitation que l'eau communique à ses parties ; ou de ce que cette matiere ayant

souffert quelque alteration dans l'union & l'arrangement de ses principes pendant qu'elle a été exposée à l'air, l'eau dans laquelle ils nagent & qui les agite, leur donne occasion d'agir les uns sur les autres, de se réünir, & de s'exalter assez pour pouvoir s'élancer vers la surface du liquide, d'où ils montent pour la seconde fois jusqu'au haut du verre par la même mécanique & de la même maniere que la premiere fois; avec cette difference neanmoins que cette seconde vegetation n'est ordinairement ni aussi belle, ni aussi prompte qu'elle l'étoit en premier lieu; non-seulement parceque les parties du mêlange ne contiennent plus la même quantité de principes vifs & actifs, mais encore parceque la fermentation qui regne dans le liquide n'y peut plus être aussi forte qu'elle l'étoit la premiere fois.

La matiere fixe qui reste au fond du vaisseau, & qui n'a pû vegeter comme l'autre, est la partie du mêlange qui a souffert une plus grande alteration, & par la dissipation, & par le dérangement de ses principes. La comparaison de cette matiere & de ses effets, avec celle qui est beaucoup plus grasse, & qui a vegeté de la maniere que je le viens d'expliquer, prouve évidemment combien l'union intime du souffre du fer aux cristaux nitreux du mêlange leur est necessaire, non-seulement pour les rendre plus faciles à être suspendus dans le liquide & à s'élever, mais encore pour qu'ils ne produisent pas une simple plaque mince & unie qui n'a aucune forme de vegetation, & au contraire pour que leurs parties plus affinées & plus subtilisées par ce souffre qu'elles ne le sont naturellement, puissent s'élancer de differens côtez, & d'une maniere propre à representer des figures de fleurs qui semblent sortir de la surface du verre, comme j'ay déja dit, que les feüilles de certaines plantes qui couvrent les murailles paroissent en sortir.

J'ay reconnu par plusieurs experiences que moins on laissoit d'intervalle entre la premiere vegetation de nôtre mêlange, & sa seconde vegetation faite par le moïen de

l'eau commune, plus cette matiere revegetoit abondamment & distinctement, & moins par consequent il restoit aprés la vegetation de la matiere fixe & incapable de vegeter dont il a été parlé; la raison en est évidente, car les principes du mêlange se dissipent & se dérangent plus ou moins suivant la quantité du tems qu'ils ont eu pour cela.

J'ay encore remarqué que souvent telle matiere étoit capable de vegeter une seconde fois, qui aprés avoir été dessechée & remise dans l'eau, ne pouvoit plus vegeter une troisiéme. J'en ai vû d'autres qui avoient un peu plus de force, mais cependant dont la troisiéme vegetation étoit peu haute, peu distincte, & formée par des cristaux grossiers, roides & peu sulphureux en comparaison de ce qu'ils étoient auparavant. Enfin quelque force qu'ait la matiere pour pouvoir revegeter, toûjours est-il vrai de dire qu'elle la perd entierement, si aprés qu'elle a vegeté & qu'elle a été bien dessechée, on s'obstine à la replonger dans l'eau pour lui faire recommencer le même manege; car à chaque fois qu'elle se dissout dans l'eau, j'ay prouvé que son souffre s'exaltoit, & ce souffre s'échape ensuite d'autant plus facilement pendant que la matiere se desseche, qu'il a été fortement exalté, & qu'il est uni à un acide tres-volatile; de sorte qu'à la fin il n'en reste plus au mêlange, ou s'il lui en reste, il est en trop petite quantité pour produire rien de sensible; de plus les parties de la matiere se dérangent toûjours de plus en plus, ce qui la met enfin hors d'état de reproduire son premier effet.

Je finirai mes observations sur les vegetations anciennes par une experience que j'ay faite un grand nombre de fois, & par laquelle de deux vegetations qui en se sechant avoient perdu toute leur beauté, on en peut faire en beaucoup moins de tems que par toute autre voïe, une nouvelle d'une couleur & d'une construction fort agreable à la vûë. Je choisis pour cela une matiere qui n'ait vegetée qu'une fois; je la separe du verre où elle étoit atta-

chée, j'y verſe de l'eau pour la diſſoudre, & quand l'eau a acquis la couleur qui dénote que la matiere eſt preſte à s'élever, je la reverſe dans un verre où il y ait une vegetation ſemblable à la premiere, mais qui n'en ait point été ſeparée. La liqueur trouvant le long des parois du verre des criſtaux tout faits, monte par leur moïen beaucoup plutôt qu'elle n'auroit fait, juſqu'au haut du vaiſſeau où eſt le fort de la vegetation ancienne, qui lui ſert encore d'appui, & ſur laquelle la liqueur ſe condenſe ordinairement en une belle vegetation, qui couvre & qui fait entierement diſparoître l'ancienne vegetation.

Cette experience prouve une choſe déja avancée dans ce Memoire; ſçavoir, que les criſtaux qui ſe forment d'abord contre les parois du verre au commencement d'une vegetation, ſervent enſuite de baſe & d'appui au reſte de la liqueur, & font qu'elle s'éleve plus aiſément & plus vîte juſqu'au haut du vaiſſeau.

Il ne me reſte plus qu'à rapporter les diverſes experiences que j'ay faites, en ſubſtituant en differens cas, des alkalis volatiles, aux alkalis fixes qui entrent dans nôtre mêlange; d'autres acides à ceux du nitre qui y entrent auſſi, & enfin d'autres métaux au fer.

Je commence par les alkalis; j'ay jetté tres-ſouvent de l'eſprit volatile de ſel ammoniac, au lieu d'huile de tartre, ſur du fer diſſout par l'eſprit de nitre: la liqueur a fermenté, s'eſt ſoulevée, & a produit un précipité jaunâtre, & épais que je n'ay jamais pû faire vegeter par aucune des manieres dont le fer vegete avec l'huile de tartre.

Il eſt aiſé de concevoir la raiſon de cette difference, dés qu'on fait attention à la nature particuliere du ſel fixe de tartre, & du ſel volatile ammoniac, & aux effets differens qui réſultent du mêlange de chacun de ces ſels avec l'eſprit de nitre.

On convient que le ſel de tartre n'eſt alkali que par ſa partie terreuſe, qui fixe de maniere ce ſel, qu'il eſt capable de réſiſter à une violence de feu tres-conſiderable. Pour le ſel volatile ammoniac, auſſi bien que tous les au-

tres ſels volatiles alkalis, il y a tout lieu de croire qu'ils ont été rendus tels, en dépoſant ce qu'ils avoient de plus terreux & de plus groſſier, & s'uniſſant tres-intimement à des parties huileuſes qu'ils trouvent dans le vegetal ou dans l'animal, & qui rendent ces ſels ſuſceptibles non-ſeulement d'élevation à la moindre chaleur, mais encore de fermentation & de combat quand on leur preſente des acides.

Pour ce qui eſt des differens effets de ces deux ſels ſur l'eſprit de nitre pur, j'ay déja dit que quand on mêle enſemble une certaine quantité d'huile de tartre, & de bon eſprit de nitre, preſque tout le mêlange ſe convertit en un ſel ſolide, qui ſe précipite & ſe criſtalliſe au fond du vaiſſeau, faute d'une aſſez grande quantité de phlegme pour le ſoûtenir, & qu'il ſurnage ſeulement un peu d'eau chargée du même ſel, ce qui eſt à remarquer; car avant que ces deux liqueurs fuſſent mêlées enſemble, les acides de l'une & les ſels alkalis de l'autre trouvoient ſéparément aſſez de phlegme pour ſe tenir ſuſpenduës.

Quand au contraire on jette de l'eſprit de nitre ſur de l'eſprit de ſel ammoniac, la liqueur aprés avoir violemment fermenté acquiert un goût ſalé; mais je n'ay jamais vû qu'il ſe précipitât du ſel, il ne ſe fait point non-plus de criſtaux longs & ſolides comme dans l'autre cas, & toute la liqueur peut s'évaporer avec ſon ſel par le même feu qui ne feroit guere autre choſe que deſſecher les criſtaux nitreux formez par l'union de l'eſprit de nitre & du ſel de tartre.

Cette difference d'effets de l'huile de tartre & de l'eſprit volatile de ſel ammoniac, ſuit de la nature qui leur a été attribuée; car le ſel de tartre par ſa partie terreuſe fixe & appeſantit en quelque ſorte les acides qui s'y ſont unis, & il réſulte de ce mêlange un nouveau ſel trop peſant & trop compacte pour pouvoir être ſoûtenu tout entier dans le liquide; au lieu que le ſel volatile ammoniac par ſa partie huileuſe qui eſt naturellement fort legere, fort rarefiée, & fort volatile, ſe peut aiſément ſoûtenir

dans le liquide avec les acides qui lui ſont joints, & peut-être même contribuer à les rendre encore plus volatiles qu'ils ne le ſont, & plus aiſez à être enlevez par le feu. En effet, ſi l'on évapore par une tres-douce chaleur tout le phlegme de ce mêlange, il reſtera au fond du vaiſſeau un ſel qui étant mis ſur une pele chaude, s'éleve dans l'inſtant même avec une fort grande rapidité, & ſans laiſſer rien ſur la pele.

Tout ceci bien entendu, le ſel ammoniac verſé ſur l'eſprit de nitre chargé de la ſubſtance du fer, ne peut faire vegeter ce mêlange, parcequ'il ne donne point aſſez de corps aux acides pour les réduire, comme fait le ſel de tartre, en des criſtaux longs & ſolides, ſans quoi il a été prouvé dans ce Memoire que la vegetation ne pouvoit ſe faire.

Voilà ce que j'ay remarqué ſur les differens alkalis. Je viens preſentement aux acides, dont j'ay emploïé bien des ſortes en place de l'eſprit de nitre; mais outre que le mêlange où ils ont entré s'eſt toûjours élevé bien moins vîte & moins haut, il n'a encore produit qu'une croûte ſaline qui n'avoit aucune apparence de vegetation. Cette difference vient apparemment de ce que les acides de l'eſprit de nitre étant plus déliez & plus ſulphureux que ceux de tous les autres eſprits acides, le mêlange où ils entrent eſt auſſi plus diſpoſé à s'élever, & à s'élancer d'une maniere propre à former des figures de vegetation. On peut même dire que les autres eſprits acides mêlez à celui du nitre, & emploïez dans le même mêlange, empêchent les figures de vegetation qui ſeroient produites ſans cela. Voici ce qui me le fait aſſurer.

J'ay verſé ſur du fer diſſous par l'eſprit de nitre autant d'huile de tartre qu'il en a fallu pour réduire tout le liquide en une maſſe épaiſſe. J'ay rétabli enſuite la fluidité de cette maſſe par une ſuffiſante quantité d'eſprit de vitriol, & la liqueur aprés un aſſez long-tems n'a produit contre la ſurface du verre qu'une croûte jaunâtre, qui s'eſt élevée à la verité en moins de tems, & plus abondamment

que celle qui se forme aprés le mêlange de l'huile de tartre & de l'esprit de nitre pur & sans fer, mais qui n'avoit pas plus l'air d'une vegetation.

Je me suis encore servi du vinaigre distillé dans la même vûë, & de la même maniere. La liqueur s'est élevée avec beaucoup de peine, & peu haut, & elle n'a produit aprés bien du tems que quelques cristaux qui s'entre-croisoient confusément les uns & les autres, sans avoir aucune forme de vegetation.

Je finis par les métaux. J'ay essayé si ceux qui se dissolvent par l'esprit de nitre, étant préparez de la même maniere que le fer, produiroient une vegetation semblable. Celui dont j'esperois le plus pour cet effet étoit le cuivre, car on sçait qu'il contient beaucoup de souffre. Cependant aprés un grand nombre de differentes experiences plusieurs fois reïterées sur ce métal, je n'ay pû réüssir à aucune vegetation sensible, ni même à rien qui en approchât, & le mêlange a toûjours demeuré opiniâtrement au fond du verre.

J'ay encore fait une tentative sur le cuivre; mais il est bon d'avertir que je ne l'ay faite qu'une seule fois. J'ay tâché de faire vegeter ensemble une égale partie de cuivre & de fer, & quand la matiere a été préparée, il s'en est élevé si peu de chose, qu'il est visible que le cuivre a empêché en cette occasion la vegetation du fer.

Je ne veux pas conclure de toutes ces experiences que le cuivre soit absolument incapable de vegeter par le procedé dont je me sers pour faire vegeter le fer. Car il se pourroit faire que faute de quelque circonstance insensible, j'eusse manqué le point du mêlange necessaire à la vegetation du cuivre, ce que j'ay neanmoins beaucoup de peine à croire; mais du moins j'ay droit de conclure que le fer est beaucoup plus propre pour cet effet que le cuivre, puisqu'il est rare de manquer la vegetation du fer, & qu'il est tres-difficile & peut-être même impossible de parvenir à celle du cuivre par la même voïe.

Aprés le cuivre j'ay travaillé sur le mercure, & je n'ay pas


1.re Figure

pas plus réüssi sur l'un que sur l'autre : tout ce qui m'a paru, c'est que quelquefois & aprés un long-tems, il s'élevoit un peu au-dessus de la liqueur, & contre la surface interne du verre, une croûte mince, saline & jaunâtre, qui ne sembloit s'y former qu'à mesure de l'évaporation insensible & naturelle du phlegme du mêlange, & enfin quand tout étoit évaporé, on retrouvoit presque tout le mercure précipité au fond du verre.

J'ay encore fait une experience sur le mercure. Comme il entre avec l'argent dans l'arbre de Diane, j'ay voulu voir si son mêlange avec le fer ne produiroit rien de particulier dans le cas de nôtre procedé. Quand la liqueur a été bien préparée, tout le fer s'est élevé en peu de tems, & a produit une belle vegetation rouge au haut du verre, & le mercure a demeuré au fond en poudre jaune.

Le bismut étant un corps métallique qui se dissout par l'esprit de nitre, j'ay essayé plusieurs fois s'il pourroit être rendu vegetable par le mêlange de nos liqueurs acides & alkalines, mais toutes mes experiences ont été inutiles. Je n'ay point encore essayé la même chose sur l'argent, mais je ferai cette experience avec plusieurs autres que j'ay à faire sur le même métal.

Au reste comme le souffre du fer se manifeste, se dévelope, & a par consequent plus de force & d'activité que celui des autres métaux ; on ne doit pas être surpris si le mêlange où entre le fer differe si fort par ses effets de tous les mêlanges où on lui a substitué d'autres métaux.

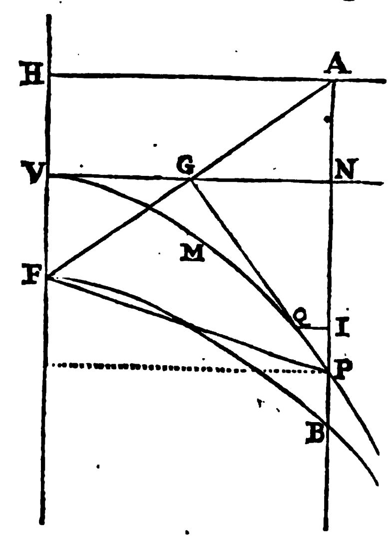


QUADRATURES

De superficies Cylindriques sur des bases Paraboliques, Elliptiques & Hyperboliques.

PAR M. DE LA HIRE.

1707. 10. Juillet. MOnsieur Paschal est le premier, que je sçache, qui ait publié & démontré dans ses Lettres sous le nom de *A Dettonville*, que si l'on éleve perpendiculairement sur le plan d'un quart de cercle, tous les sinus aux points de leurs arcs, ils formeront un espace Cylindrique égal au quarré du rayon du cercle. D'où il suit que les cordes d'un demi-cercle étant aussi élevées de même sur leurs arcs du demi-cercle, formeront un espace Cylindrique égal au quarré du diametre du demi-cercle. Mais il me semble qu'on n'a pas examiné si dans les autres Sections Coniques il n'y avoit rien de semblable à cette proprieté du cercle, qui est une des plus utiles & des plus belles que l'on doit à la Geometrie des Indivisibles. Voici ce que j'y ai trouvé dans l'examen que j'en ai fait.



THEOREME I.

Soit une Parabole *VMP* dont l'axe est *HF*, le foyer *F*, & la ligne *HA* perpendiculaire à l'axe en *H*, ensorte que *VH* soit égale à *VF* qui est égale au quart du Parametre de l'axe.

Je dis que si de quelque point *A* de la ligne *HA* on mene *AF* au foyer, & *AP* parallele à l'axe jusqu'à la Parabole en *P*, & qu'au

point *P* on éleve *FA* perpendiculairement ſur le plan de la Parabole, & qu'on faſſe de même pour tous les points *A* d'une portion *HA* déterminée ſur cette ligne; on aura une portion ou eſpace d'un cylindre droit qui a pour ſa baſe la Parabole *VMP*, lequel ſera égal à deux fois l'eſpace mixte *VHAPMV* qui eſt un eſpace connu.

Car ayant mené la touchante *VGN* par le ſommet *V* de l'axe de la Parabole, & la touchante *PG* par le point *P*, on ſçait par les proprietés de la Parabole, que ces deux touchantes ſe rencontreront en *G* ſur la ligne *FA*, & qu'elles formeront l'angle droit *FGP*, & que *FG* ſera égale à *GA*, & *VG* égale à *GN*, & enfin les deux triangles rectangles *PGF*, *PGA* ſeront égaux.

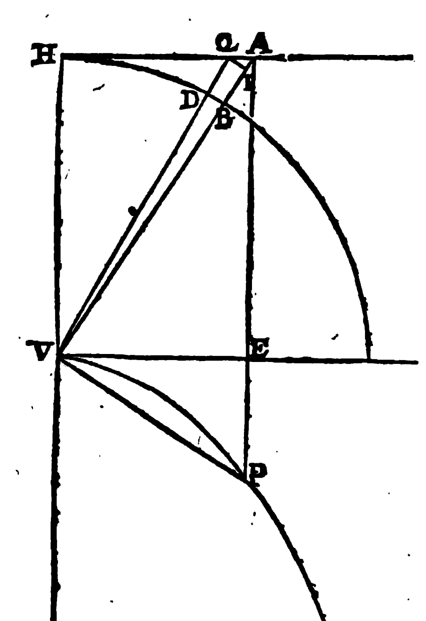
Mais ſi l'on prend la ligne *PQ* indéfiniment petite ſur la Parabole ou ſur ſa touchante, ce qu'on regarde comme la même ligne, & qu'on mene la ligne *QI* perpendiculaire à *AP*, on formera le triangle rectangle *PQI* qui ſera ſemblable au triangle rectangle *PAG* ou *PFG* qui lui eſt égal; c'eſt-pourquoy on aura *PA* | *AG* || *PQ* | *QI*, d'où il ſuit que le rectangle *PA*×*QI* eſt égal au rectangle *AG*×*PQ*; & le rectangle *PA*×2*QI* ſera égal au rectangle *PQ*×2*AG* qui eſt égale à *FA*. Mais tous les rectangles enſemble formés comme ce dernier, font l'eſpace cylindrique propoſé; & tous les rectangles *PA*×2*QI* qui leur ſont égaux, font un eſpace double de l'eſpace *VHAPMV*, à cauſe que tous les rectangles *PA*×*QI* ſont égaux enſemble à cet eſpace; donc la ſuperficie cylindrique propoſée eſt double de l'eſpace *VHAPMV*, qui eſt un eſpace égal au tiers du rectangle *VN*×*NP*, ce qui eſt connu dans la Parabole, plus le rectangle *VHAN*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Mais ſi l'on décrit une hyperbole équilatere *FB* qui ait *HF* pour la moitié de ſon axe, ſon centre étant en *H*, on ſçait que toutes les ordonnées *AB* à ſon axe indéterminé *HA*, ſeront égales aux *FA*, & par conſequent toutes les ordonnées *AB* de l'hyperbole étant élevées aux points *P* de la Parabole où elles la coupent, forme-

ront le même espace cylindrique que nous venons d'examiner.

THEOREME II.

Soit une Parabole *VP* dont l'axe est *VH*, & que *VH* soit égale au parametre. Par le point *H* soit mené *HA* perpendiculaire à l'axe *VH*, & par quel point on voudra *A* de la ligne *HA* soit mené *AV* au sommet *V* de la Parabole, & soit *VE* touchante en *V*. Enfin du point *V* pour centre & pour rayon le parametre *VH* soit décrit le cercle *HDB* qui coupe en *B* la ligne *VA*. Si au point *B* du cercle on éleve perpendiculairement sur le plan de la Parabole la ligne *AP*, & qu'on fasse la même chose pour tous les points de la partie *HA* de la ligne *HA*.



Je dis que l'espace de la superficie cylindrique formée par toutes les *AP* sur les points *B*, sera égale au rectangle *VHAE*.

1°. Si l'on mene la ligne *VP* du sommet *V* au point *P*, je dis que le triangle *AVP* sera rectangle en *V*, & semblable au triangle rectangle *VHA*. Car à cause de la Parabole, le rectangle $PE \times EA$ qui est le parametre, sera égal au quarré de *VE*, donc $PE \mid EV \parallel EV \mid EA$; & par consequent le triangle *AVP* est rectangle en *V*. Mais aussi l'angle *VAP* étant égal à l'angle *AVH*, le triangle rectangle *HAV* sera semblable au triangle rectangle *VAP*. On aura donc $PA \mid VA \parallel VA \mid VH$.

2°. Si l'on prend *AQ* indéfiniment petite sur *AH* &

qu'on mene *QDV*, & du point *Q* si l'on mene la perpendiculaire *QI* sur *VA*, le petit triangle *QIA* sera semblable au triangle *AVP*; c'est-pourquoy *AP* | *AV* || *AQ* | *QI*. Mais *AV* | *VB* ou *VH* son égale || *QI* | *DB*; donc *ex æquo* *AP* | *VH* || *AQ* | *BD*; donc le rectangle *AP*×*BD* sera égal au rectangle *VH*×*AQ*. Ce sera la même chose pour toutes les parties indéfiniment petites de la ligne *HA*. Mais toutes les *AP*× les arcs *BD* qui forment l'espace cylindrique proposé, seront égales à toutes les *AQ*×*VH* qui forment le rectangle *VHAE*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

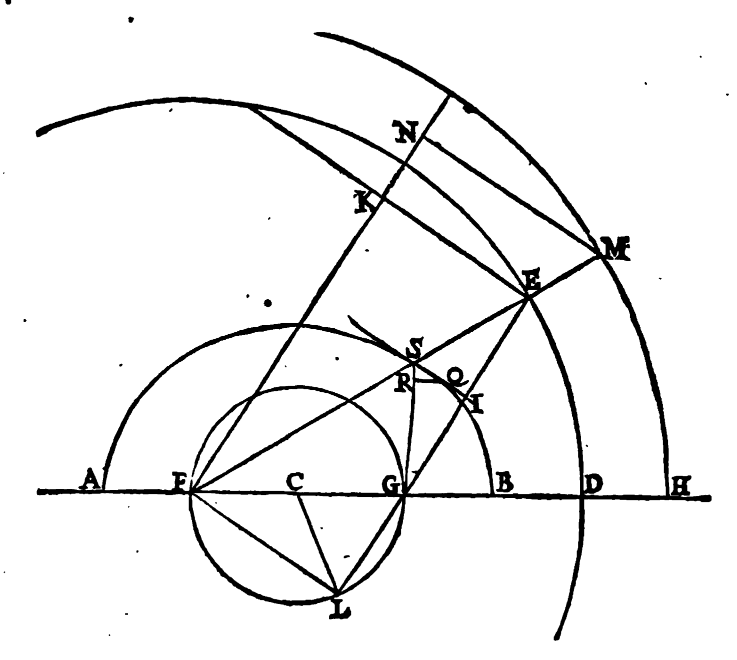
THEOREME III.

J'aurois pû ne faire qu'un seul Theoreme de celui-ci & du suivant; mais comme l'explication & la démonstration seroient trop composées à cause des distinctions trop frequentes, j'en ay fait deux separés: mais pour faire voir l'analogie qu'ils ont entr'eux, j'ay observé de mettre les mêmes lettres aux points qui ont même rapport, outre qu'il y a quelques proprietés particulieres à l'un & à l'autre.

Si sur une ligne droite *AB* il y a deux points *FG* également éloignés de *A* & de *B*, & de plus sur *AB* prolongée vers *D* si l'on prend la grandeur *BD* égale à *BG*, & que du point *F* pour centre & pour rayon *FD* on décrive le cercle *DE*, & que du point *G* ayant mené quelque ligne *GE* jusqu'au cercle en *E* & ensuite *FE*, si l'on divise *GE* en deux également en *I*, la ligne *SI* perpendiculaire à *GE* rencontrera *FE* en un point *S* qui sera sur une Ellipse laquelle aura *AB* pour son grand axe & qui sera égale à *FE*, & la ligne *SI* touchera l'Ellipse en *S*.

Cette proposition est évidente; car si l'on mene *GS*, elle sera égale à *ES*, & par consequent *FS*, *GS* seront ensemble égales à l'axe *AB*, qui est une proprieté des foyers *FG* de l'Ellipse.

Ce qu'il y a de remarquable ici, c'est que le cercle *DE* où se termine la ligne *GE* menée du foyer *G*, fait le même office dans l'Ellipse que dans la Parabole, la ligne



droite perpendiculaire à l'axe, & qui le rencontre dans un point autant éloigné du sommet qu'en est le foyer; ce qui est aussi de même ici où le cercle *DE* rencontre l'axe en *D*, ensorte que *BD* est égale à *BG*: mais dans la Parabole l'autre foyer comme *F* étant à distance infinie, aussi le cercle *DE* qui auroit son centre à distance infinie devient une ligne droite.

Je dis maintenant que si par tous les points *S* de la demi-Ellipse *ASB* on éleve des perpendiculaires à son plan, lesquelles soient les sinus des angles *FEG* ou *EGS* qui sont égaux entr'eux, & qui sont les moitiés des angles *FSG* à l'Ellipse sur les foyers *FG*, en posant pour rayon du cercle des sinus l'axe *AB* ou *FE*; tous ces sinus formeront un espace sur le Cylindre droit qui a pour base la demi-Ellipse *ASB*, lequel sera égal au rectangle fait de l'axe *AB* & de la distance *FG* entre les foyers.

Si de quelque point *Q* pris sur la touchante indéfiniment proche du point *S* qu'on peut considerer aussi sur la Courbe, on mene *QR* perpendiculaire à *GS*, on aura le

triangle SQR ſemblable au triangle GSI; & ſi par le point E on tire EK parallele à la touchante SI, & FK perpendiculaire à EK, on aura auſſi le triangle rectangle EFK ſemblable aux deux précedens à cauſe des paralleles, & dans le cercle DE, EK ſera le ſinus de l'angle EFK qui eſt ſemblable à l'angle SGI, & qui eſt la moitié de l'angle FSG: c'eſt-pourquoy $FE \mid EK \parallel QS \mid SR$; donc le rectangle $EK \times QS$ qui eſt portion de l'Ellipſe, ſera égal au rectangle FE qui eſt l'axe $AB \times BR$. Mais la ſomme de toutes les SR pour la demi-Ellipſe eſt égale à la diſtance FG entre les foyers, à cauſe des perpendiculaires ou arcs QR ſur GS, ce qui eſt connu, & la ſomme de toutes les QS eſt la demi-Ellipſe; c'eſt-pourquoy la propoſition eſt vraïe.

COROLLAIRE I.

On voit auſſi par cette démonſtration que ſi au lieu du cercle DE ſur lequel on a pris les ſinus EK des angles EFK, on les prend ſur tout autre cercle, ou plus grand comme ſur HM, ou plus petit, on dira toûjours la même choſe; car alors ce nouveau cercle HM étant concentrique à DE, & ayant prolongé s'il eſt neceſſaire FE en M, on aura le triangle rectangle FMN formé par le rayon FM & par le ſinus MN de l'angle EFK, ſemblable au triangle rectangle FEK; d'où l'on concluëra, comme on a fait, que l'eſpace cylindrique fait par tous les ſinus MN ſur les arcs S de la demi-Ellipſe leſquels leur correſpondent, ſera égal au rectangle fait du rayon FM ou FH, & de la même diſtance FG entre les foyers.

COROLLAIRE II.

Si l'on prolonge EG du côté de G juſqu'au cercle DE, on formera l'autre demi-Ellipſe dont on concluëra la même choſe que ci-devant.

COROLLAIRE III.

Si ſur FG pour diametre on décrit le cercle FLG, & que EG prolongée ou non le rencontre en L, la corde

FL qui est perpendiculaire à *GL*, sera égale au sinus *EK*; car les deux lignes *EL*, *FK* sont paralleles, & les angles *FKE*, *FLG* sont droits: c'est-pourquoy toutes les cordes *FL* seront égales aux sinus *EK*; ainsi ce que nous avons dit des sinus *EK* se pouvoit dire des cordes *FL*: mais il faut remarquer que pour la demi-Ellipse on auroit les cordes de tout le cercle entier *FLG*.

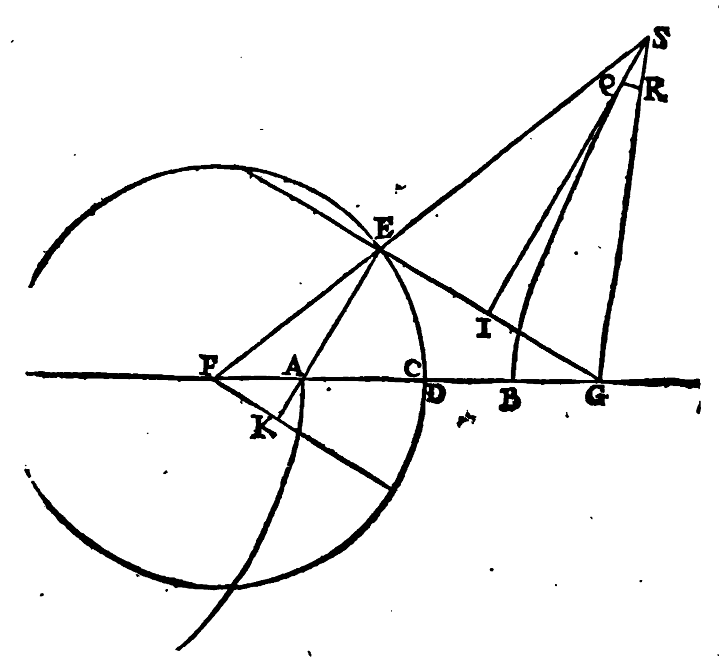
On voit aussi que la corde *FL* qui soûtient l'angle *FGL* égal à l'angle *EGD* dans le cercle *FLG*, sera égale au sinus de l'angle *FEG* dans le cercle *DE*; & par consequent le sinus de l'angle *FEG* dans le cercle *DE*, sera double du sinus de l'angle *EGD* dans le cercle *FLG*.

COROLLAIRE IV.

Il s'ensuit aussi de ce Theoreme que si de tous les points *E* du demi-cercle *DE* on mene des lignes aux deux foyers, l'une *EF* qui coupe la demi-Ellipse en *S*, & l'autre *EG* qui rencontre le cercle *FLG* en *L*, & si aux points *L* & *S* on éleve perpendiculairement la même corde *FL* qui est dans le cercle *FLG*, celle d'un angle *FCL* double de l'angle *EGD*, il se formera sur le cercle entier *FLG* une surface cylindrique égale à deux fois le quarré de *FG*, ce qui est connu, & par cette proposition il s'en formera une autre sur la demi-Ellipse, qui est égale au rectangle $FE \times FG$; donc à cause de *FG* commune, le double quarré étant au rectangle comme 2*FG* à *FE*, les deux surfaces cylindriques seront dans la même raison de 2*FG* à *FE* ou *FD*.

THEOREME IV.

Si sur une ligne droite indéterminée on prend une grandeur *AB* telle qu'on voudra, & deux points *FG* également éloignés de *AB* & au dehors, & si l'on prend encore la grandeur *BD* sur *AB* & égale à *BG*, & que du point *F* pour centre & pour rayon *FD* qui est égale à *AB*, on décrive le cercle *DE*; du point *G* ayant mené quelque ligne *GE* jusqu'au cercle *DE* en *E*, & ensuite *FE* prolongée



longée tant qu'il ſera neceſſaire, ſi l'on diviſe *GE* en deux également en *I*, & qu'au point *I* on éleve ſur *GE* la perpendiculaire *IS* juſqu'à la rencontre de *FE* en *S*; ce point *S* ſera un de ceux d'une hyperbole *SB*, qui a pour ſon axe déterminé la ligne *AB*, & pour ſes foyers les points *FG*, & la ligne *IS* touchera cette hyperbole en *S*.

Cette propoſition eſt évidente par les proprietés des foyers de l'hyperbole; car dans cette conſtruction la difference des lignes *FS*, *GS* ſera toûjours égale à l'axe *AB* égal à *FE*. Mais il faut remarquer que ſi la ligne *GE* touchoit le cercle *DE*, alors la ligne *FE* ſeroit parallele à *IS*, qui ſeroit dans ce cas l'une des aſymptotes, & que la partie du cercle *DE* entre le point touchant & le point *D* formeroit la moitié de l'hyperbole *BS*, & le reſte du demi-cercle au-deſſus de *AB* formeroit la moitié de l'hyperbole oppoſée au-deſſous de l'axe *AB*; & enfin l'autre moitié du cercle *DE* au-deſſous de l'axe formeroit le reſte de ces deux hyperboles.

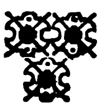
Ce cercle *DE* fait le même office dans l'hyperbole que

dans l'Ellipſe, & qui eſt analogue à la ligne droite de la Parabole, comme nous avons dit.

Je dis maintenant que ſi par tous les points *S* d'une portion de l'hyperbole comme *BS* depuis l'axe en *B*, on éleve des perpendiculaires à ſon plan, leſquelles ſoient les ſinus des angles *EGS* ou *GES* dans le cercle *DE*, formeront un eſpace ſur le Cylindre droit qui a pour baſe l'hyperbole, égal au rectangle de l'axe *AB* par *GS* moins *GB*; ce qui ſe rapporte à la figure des ſinus dans une partie du cercle.

Si de quelque point *Q* pris ſur la touchante indéfiniment proche du point *S* ou ſur l'hyperbole, ce qui eſt conſideré comme la même choſe, on mene *QR* perpendiculaire à *GS*, on aura le triangle *SQR* ſemblable au triangle *SGI* ou *SEI* qui ſont ſemblables & rectangles. Et ſi par le point *E* on tire *EK* parallele à la touchante *SI* & *FK* perpendiculaire à *EK*, on aura auſſi le triangle rectangle *EFK* ſemblables aux precedens à cauſe des paralleles; & dans le cercle *DE* la ligne *EK* ſera le ſinus de l'angle *EFK* ſemblable à l'angle *SEI* ou *SGI*, qui eſt la moitié du ſupplément de l'angle *FSG*: c'eſt-pourquoy *FE* ou *AB* | *EK* || *QS* | *SR*, & par conſequent le rectangle *AB* × *SR* ſera égal au rectangle *EK* × *QS* qui eſt portion de l'hyperbole. Mais la ſomme de toutes les *SR* pour l'arc de l'hyperbole *BS*, eſt égale à *GS* moins *GB*, ce qui eſt connu; & la ſomme de toutes les *QS* eſt l'arc hyperbolique *BS*: donc ce qui étoit propoſé eſt vrai.

On pourra tirer de cette propoſition des Corollaires ſemblables à ceux qu'on a tirés pour l'Ellipſe.



OBSERVATIONS SUR LES ARAIGNÉES.

PAR M. HOMBERG.

LA couleur & la figure extraordinaire d'une certaine espece d'Araignées que j'ay rencontrée dans un Jardin à Toulon parmi les fleurs de Tubereuses qui y étoient en grande quantité, m'a donné la curiosité d'en examiner avec soin la figure exterieure, & ensuite aussi celle de toutes les autres especes d'Araignées que j'ay pû rencontrer. Je me suis servi d'un Microscope pour découvrir certaines parties dont les yeux seuls ne sont pas capables de s'appercevoir; & je les ay fait dessiner plus grandes que le naturel, pour les representer comme elles m'ont parû en les regardant au Microscope. 1707.

Je ne donneray icy que la description de six des principales especes de ces Insectes que j'ay vûës, & ausquelles toutes les autres qui me sont connuës se peuvent rapporter.

Les six differentes especes sont, 1°. L'Araignée domestique, c'est à dire celle qui fait sa toile sur les murs & dans les coins des appartemens. 2°. L'Araignée des Jardins, c'est à dire celle qui fait une toile en l'air à peu prés ronde, d'un tissu peu serré, & qui se niche pendant le jour au centre de cette toile. 3°. L'Araignée noire des Caves, ou qui demeure dans les trous des vieux murs. 4°. L'Araignée vagabonde, ou qui ne se tient pas tranquilement dans un nid comme les autres Araignées. 5°. L'Araignée des champs qui a des jambes fort longues, & qu'on appelle ordinairement des Faucheurs, & 6°. L'Araignée enragée, ou la fameuse Tarantule.

J'ay crû qu'il seroit à propos de faire d'abord une description qui convienne en general à toutes les especes

d'Araignées, & de faire remarquer ensuite les caracteres particuliers de chacune de ces especes que je viens d'énoncer. Je ne prétends pas faire icy une description exacte de la structure de toutes les parties exterieures de cet Insecte; je rapporteray seulement ce que l'on n'en peut pas bien découvrir par la simple inspection & sans le secours du Microscope.

Tout le corps de l'Araignée se peut diviser en partie anterieure, en partie posterieure & en pattes. La partie anterieure contient la poitrine & la tête, la posterieure est son ventre. Ces deux parties tiennent ensemble par un étranglement ou par un anneau fort petit. La plûpart des Araignées ont la partie anterieure ou la tête & la poitrine couverte d'une croûte dure ou écailleuse, & le ventre ou sa partie posterieure est toûjours couverte d'une peau souple. Les pattes tiennent à la poitrine, & sont dures comme toute la partie anterieure. Cette structure est differente de celle de plusieurs autres Insectes rampans & volans; par exemple, les Demoiselles & plusieurs autres ont le ventre & la poitrine attachez ensemble tout d'une venuë & sans étranglement, nonobstant que la poitrine soit couverte d'une croûte dure, & le ventre d'une peau souple; mais leur tête tient à la poitrine par un étranglement fort étroit. Les Fourmis, les Guespes & la plûpart des Mouches ont la poitrine attachée au ventre par un étranglement, & la tête attachée à la poitrine par un autre étranglement.

Toutes les Araignées sont couvertes de poils, aussi-bien leurs parties dures que les souples.

Elles ont sur differens endroits de la tête plusieurs yeux fort bien marquez, de differentes grosseurs, differens en nombres, & differemment placez.

Ces yeux sont tous sans paupieres, & couverts d'une croûte dure, polie & transparente.

Elles ont dans la partie anterieure de la tête une espece de serre ou de tenaille, semblable en quelque façon aux serres ou aux pattes d'Ecrevisses, qui fait avec le front de

cet animal tout le devant de sa tête. (*Voyez les Figures* 1. 2. & 3.) Cette tenaille consiste en deux branches un peu plates, couvertes d'une croûte dure : elles sont attachées perpendiculairement à la partie inferieure du front, par une peau souple qui leur sert d'articulation ou de charniere, pour ouvrir & fermer ces tenailles. Ces branches sont garnies de pointes fort dures aux deux bords qui se joignent : elles servent à attraper leur proïe, & à la tenir auprés de leur bouche qui est derriere ces tenailles, pour en tirer ce qui leur sert de nourriture.

Les branches de ces tenailles ont à leurs extremitez inferieures chacune un ongle crochu, ressemblant en quelque façon aux ongles d'un Chat. Ces ongles sont grands, fort durs & articulez ; de sorte que l'animal les peut remuer de haut en bas & de bas en haut, sans qu'il ait besoin de remuer les branches de ces tenailles. Il y a apparence que ces ongles servent pour fermer le bas des tenailles & pour embrasser la proïe, afin qu'elle n'échape pas des serres ; car moïennant ces ongles l'ouverture des serres ou des tenailles fait un triangle clos de toutes parts, qui sans cela n'auroit que les deux côtez. (*Voyez la Fig.* 3.) Ces ongles étant articulez peuvent servir aussi pour hausser & pour baisser la proïe que l'Araignée tient dans ses tenailles.

Toutes les Araignées ont huit jambes articulées de même que les jambes des Ecrevisses : elles ont à l'extremité de chaque jambe deux grands ongles crochus & articulez.

Il y a à l'extremité de chaque jambe, entre les deux ongles, un paquet comme une éponge un peu moüillée, semblable à celui que l'on observe aux extremitez des pattes des Mouches. Ce paquet spongieux sert apparemment aux mêmes fins que celui des Mouches, pour marcher les jambes en haut contre des corps polis comme une glace de miroir, où l'usage des crochets des extremitez de leurs pattes n'a pas de lieu : mais ces éponges fournissant une liqueur un peu gluante, suffisent pour les y

coller. Cette liqueur gluante tarit avec l'âge aussi bien aux Araignées qu'aux Mouches, de sorte qu'elles ne peuvent pas marcher long-tems de bas en haut contre une glace de miroir; & même une vieille Araignée ou une vieille Mouche étant tombée par hazard dans une jatte de pourcelaine un peu profonde, elle n'en sçauroit sortir, & elle est obligée d'y mourir de faim.

Il arrive à peu prés la même chose aux Araignées pour la matiere qui fournit leur toile. Une vieille Araignée n'a plus de cette matiere dans son corps, & elle ne sçauroit refaire sa toile rompuë ou emportée; il faut qu'elle chasse une plus foible Araignée de sa même espece, pour recouvrer un nid où elle puisse habiter, comme je l'ay observé plusieurs fois. Peut-être que la liqueur des extremitez des pattes est la même que celle dont se fait la toile, ou lui est analogue, puisqu'avec l'âge elles tarissent à peu prés de même. Nous en parlerons plus amplement en son lieu.

Les Araignées ont outre les huit jambes dont nous venons de parler, & qui leur servent pour marcher, encore deux autres jambes plus proches de la tête, avec lesquelles elles ne marchent pas, mais qui leur servent de bras & de mains, pour placer & pour retourner leur proïe qu'elles tiennent dans leurs serres, afin de la presenter de toute maniere & en differens sens à leur bouche, qui est placée immediatement derriere leurs tenailles. Cette cinquiéme paire de jambes, ou ces bras ne sont pas faits de la même maniere dans toutes les especes des Araignées: dans quelques-unes elles ressemblent parfaitement aux autres jambes, & dans d'autres elles en sont tout à fait differentes. Nous en remarquerons la difference lorsque nous décrirons les caracteres particuliers de chaque espece d'Araignée.

Il y a autour de l'anus de toutes les Araignées quatre petits mamelons musculeux, larges vers leurs bases, & pointus vers leurs extremitez. (*V. Fig.* 7.) Ces mamelons ont un mouvement fort libre en tout sens. Du milieu d'entre ces mamelons sort comme par une filiere la liqueur gluante

qui produit le fil, dont elles font leurs toiles & leurs nids. Cette filiere a un sphincter pour s'ouvrir & pour se resserrer, moïennant quoi elles peuvent filer plus gros & plus fin; & l'Araignée étant suspenduë en l'air par ce fil, s'arrête lorsque la filiere se resserre, & elle continuë de descendre par son propre poids quand la filiere s'ouvre.

Voici à peu prés la maniere dont les Araignées fabriquent leurs toiles. Lorsqu'une Araignée fait cet ouvrage dans quelque coin d'une chambre, & qu'elle peut aller aisément en tous les endroits où elle veut attacher ses fils, elle écarte les quatre mamelons dont nous venons de parler, & en même tems il paroît à l'ouverture de la filiere une tres-petite goutte de cette liqueur gluante qui est la matiere de ces fils: elle presse avec effort cette petite goutte contre le mur, qui s'y attache par son gluten naturel, & l'Araignée en s'éloignant de cet endroit, laisse échaper par le trou de sa filiere le premier fil de la toile qu'elle veut faire. Etant arrivée à l'endroit du mur où elle veut terminer la grandeur de sa toile, elle y presse avec son anus l'autre bout de ce fil, qui s'y colle de même comme elle avoit attachée le premier bout, puis elle s'éloigne environ l'espace d'une demie-ligne de ce premier fil tiré: elle y attache un second fil, qu'elle tire parallement au premier. Etant arrivée à l'autre bout du premier fil, elle acheve d'attacher le second contre le mur, ce qu'elle continuë de même pendant toute la largeur qu'elle veut donner à sa toile; (l'on pourroit appeller tous ces fils paralleles, la chaîne de cette toile) aprés quoi elle traverse en croix ces rangs de fils paralleles, attachant de même l'un des deux bouts contre le mur, & l'autre bout perpendiculairement sur le premier fil qu'elle avoit tiré, laissant ainsi tout à fait ouvert l'un des côtez de sa toile, pour y donner une entrée libre aux Mouches qu'elle y veut attraper; (l'on pourroit appeller la trame de la toile, ces fils qui traversent en croix les premiers fils paralleles, que nous avons appellez la chaîne) & comme ces fils fraîchement filez se collent contre tout ce qu'ils

touchent, il se collent en croix les uns sur les autres, ce qui fait la fermeté de cette toile; au lieu que la fermeté des toiles que nous faisons pour nos usages consiste dans le tissu ou dans l'entrelassement des fils de la trame avec ceux de la chaîne; ce qui est un ouvrage plus raisonné.

Afin que les fils qui se croisent se collent ensemble avec plus de fermeté, l'Araignée manie avec les quatre mamelons de son anus, & elle comprime en differens sens tous les endroits où les fils se croisent à mesure qu'elle les couche les uns sur les autres: elle triple ou quadruple les fils qui bordent sa toile, pour les fortifier & pour les empêcher de se déchirer aisément.

Une Araignée peut fournir deux ou trois fois de la matiere pour faire une toile neuve, pourvû qu'elle n'en ait pas fait une trop grande la premiere fois, ce qui pourroit épuiser la matiere de ces fils; aprés cela si elle manque de toile, il faut qu'elle occupe par force la toile d'une autre Araignée, ou qu'elle trouve quelque toile abandonnée; car les jeunes Araignées abandonnent leurs premieres toiles pour en faire des neuves, & si les vieilles Araignées, c'est à dire les domestiques n'en trouvent pas, il faut qu'elles perissent, car elles ne sçauroient vivre sans toile; mais il y a quelques autres especes d'Araignées qui n'en ont pas tant besoin. Voilà pour les toiles qui se font dans les coins des Chambres: mais pour les toiles des Jardins qui sont en l'air, & dont les endroits qui les soûtiennent ne sont pas aisément accessibles aux Araignées, voici comment elles s'y prennent pour les construire. L'Araignée se met en un tems calme au bout de quelque branche d'arbre, ou sur quelqu'autre corps qui s'avance en l'air; elle s'y tient ferme sur six pattes seulement, & avec les deux pattes de derriere elle tire de son anus peu à peu un fil de la longueur de deux ou trois aunes ou plus, qu'elle laisse floter en l'air, jusqu'à ce que le vent l'ait poussé contre quelque matiere solide, où ce fil se colle promptement par son gluten naturel: l'Araignée tire de tems en tems ce fil à soi, pour connoître si le bout qui

flote

flote en l'air s'est attaché quelque part, ce qu'elle connoît par la résistance qu'elle sent lorsqu'elle tire ce fil; alors elle bande un peu ce fil, & l'attache avec les mamelons de son anus à l'endroit où elle se trouve. Ce fil lui sert de pont ou d'échelle pour aller à l'endroit où le hazard l'a attaché, moïennant quoi elle double ce premier fil, qu'elle triple ou quadruple selon son instinct, ou plutôt selon la longueur du fil pour le fortifier plus ou moins; puis elle se met à peu prés au milieu de ce fil, & elle tire de son anus avec ses deux pattes de derriere un nouveau fil, qu'elle laisse flotter en l'air, comme elle a fait au premier fil, & lorsquelle s'apperçoit que ce nouveau fil flotant s'est attaché quelque part, elle le bande un peu, & elle attache avec ses mamelons le bout qu'elle tient, autant perpendiculairement qu'elle peut, sur le milieu du premier fil, & le fortifie en le doublant ou en le triplant, comme elle avoit fait le premier fil. Elle fait cela si souvent, que le milieu du premier fil devient un centre, d'où sortent plusieurs rayons, ce qu'elle continuë jusqu'à ce qu'elle puisse aller sur des fils de traverse, de l'extremité de l'un des rayons aux extremitez des autres rayons; alors elle attache un nouveau fil au centre, qu'elle tire le long de l'un des rayons, & de-là au milieu de l'un des fils de traverse, où elle l'attache avec ses mamelons, & par ce moïen elle fait autant de rayons qu'elle le trouve à propos. Tous les rayons étant faits, elle se remet au centre, elle y attache un nouveau fil, qu'elle couche & qu'elle attache en spirale sur les rayons depuis le centre jusqu'à la grandeur qu'elle veut donner à sa toile. Cela étant fait elle se niche dans le centre de sa toile, toûjours la tête en bas, peut-être pour éviter la grande clarté du Ciel, n'ayant pas de paupieres pour la modifier; ou plutôt pour soûtenir & pour reposer son gros ventre sur une large base de sa poitrine, à laquelle sont attachées les jambes qui portent tout l'animal; au lieu que tenant la tête en haut, le ventre qui est fort gros ne pendroit qu'à

un petit filet par où il eſt attaché à la poitrine, ce qui pourroit l'incommoder.

L'Araignée ne ſe tient dans le centre de ſa toile que pendant qu'il fait jour : elle ſe retire la nuit, ou quand il pleut, ou quand il fait grand vent, dans une petite loge qu'elle s'eſt faite à l'extremité de ſa toile, ſous la feüille d'un arbre ou d'une plante, ou en quelqu'autre endroit plus ſolide que ſa toile, & qui lui puiſſe donner un abri contre la pluïe. Elle choiſit ordinairement cet endroit vers la partie la plus élevée de ſa toile, apparemment pour s'y refugier promptement dans la neceſſité ; car la plûpart des Araignées montent fort aiſément & bien plus vîte qu'elles ne deſcendent.

Les Araignées attendent des Mouches ou quelqu'autres Inſectes qui ſe viennent embarraſſer dans ces toiles, & qui leur ſervent de nourriture. Quand la Mouche eſt petite, l'Araignée la prend dans ſes tenailles, & l'emporte dans ſon nid pour s'en nourrir ; mais quand la Mouche eſt un peu groſſe en comparaiſon de l'Araignée, & qu'avec ſes aîles & avec ſes pattes elle la peut incommoder ; alors l'Araignée l'entoure & l'envelope d'une grande quantité de fils qu'elle tire de ſon anus pour lier & pour garoter la Mouche, juſqu'à ce qu'elle ne puiſſe plus remuer ni aîles ni pattes, & l'Araignée l'emporte paiſiblement dans ſon nid & s'en repaît. Quelquefois la Mouche eſt ſi groſſe & ſi forte, que l'Araignée n'en peut pas venir à bout ; alors bien loin d'embarraſſer davantage cette Mouche, l'Araignée la détache où elle déchire l'endroit de la toile où la Mouche tient, & la jette dehors, & elle raccommode immediatement aprés ſa toile déchirée, où elle en refait une neuve.

Toutes les Araignées mâles ſont plus petites que les Araignées femelles dans leurs eſpeces. Cela va ſi loin, que j'ay peſé juſqu'à cinq & ſix Araignées mâles des Jardins contre une femelle de la même eſpece pour en trouver le poids égal, ce qui eſt aſſez commun dans la plûpart des Inſectes, tout au contraire des quadrupedes, dont les

males sont plus grands & plus forts que les femelles.

Les Araignées de toutes les especes sont ovipares, avec cette difference que les unes font une grande quantité d'œufs, comme sont celles des Jardins, & celles qu'on appelle communément des Faucheurs, & que les autres en font fort peu, comme les domestiques, &c. Elles font leurs œufs sur une portion de leur toile qu'elles lient ensemble en un peloton, & qu'elles couvent dans leurs nids. Lorsqu'on les chasse de leurs nids dans le tems qu'elles couvent, elles prennent ce peloton d'œufs dans leurs tenailles, que nous avons décrites cy-dessus, & l'emportent avec elles. Tout aussi-tôt que les petits sont éclos, ils commencent à filer, & ils grossissent quasi à vûë d'œil, sans que j'aye pû découvrir qu'ils prennent de nourriture. Si par hazard il leur vient un tres-petit Moucheron, ils se jettent dessus, & font comme s'ils s'en nourrissoient: mais s'il ne leur en vient point pendant un jour ou deux ou plus, ils ne laissent pas de croître tout de même que s'ils avoient pris de la nourriture, c'est à dire qu'ils grandissent dans le commencement de leur âge plus du double par chaque jour, sans prendre aucune nourriture sensible.

Les caracteres particuliers de chaque sorte d'Araignées consistent en la differente position de leurs yeux. Nous ne laisserons pas de remarquer encore d'autres differences considerables, mais qui ne sont pas generales.

L'Araignée domestique qui fait la premiere sorte, a huit yeux placez sur son front en ovale. Ces yeux sont petits & à peu prés de la même grandeur. (*Voyez la Fig.* 1.) Cette Araignée fait une grande & large toile dans les coins & contre les murs des chambres: ses bras ressemblent parfaitement à ses jambes, à la réserve qu'ils sont un peu plus courts, & qu'elle ne les pose jamais à terre. Cette espece quitte sa dépoüille tous les ans, ou elle change de peau, même aux pattes, comme les Ecrevisses, ce que je n'ay observé qu'à cette seule espece d'Araignées. Elle vit long-tems; j'ay vû une même Araignée pendant

quatre ans : elle ne grandiſſoit gueres de corps, mais beaucoup des jambes. Il vient à cette ſorte d'Araignée quelquefois une maladie qui les fait paroître horribles : c'eſt qu'elles deviennent toutes pleines d'écailles, qui ne ſont pas couchées à plat les unes ſur les autres, mais elles en ſont heriſſées, & parmi ces écailles il ſe trouve une grande quantité de petits Inſectes approchans de la figure des poux des mouches, mais beaucoup plus petits. Lorſque cette Araignée malade court un peu vîte, elle ſecouë & elle jette à bas une partie de ces écailles & de ces petits Inſectes. Cette maladie eſt rare dans nos païs froids ; je ne l'ay obſervée que dans le Royaume de Naples. L'Araignée en cet état ne demeure pas long-tems en la même place, & étant enfermée elle meurt promptement.

La ſeconde eſpece eſt celle des Jardins, qui fait une grande toile ronde en l'air, dont elle occupe ordinairement le centre : elle a quatre grands yeux placez en quarré au milieu du front, & deux yeux plus petits à chaque côté de la tête. (*Voyez la Fig.* 2.) Les femelles de cette eſpece ont les plus gros ventres que j'aye vû aux Araignées, les mâles en ſont fort menus : elles ſont de differentes couleurs, ordinairement elles ſont feüille-morte, tachetées de blanc & de gris, quelquefois elles ſont toutes blanches, comme celles que j'ay trouvées à Toulon parmi les fleurs de tubereuſes. J'en ay trouvé auſſi de differentes couleurs vertes, elles ne ſont pas de la même groſſeur : les vertes ſont les plus petites, les blanches ſont plus groſſes, & les griſes les plus groſſes de toutes. J'ay verſé de l'eſprit de vin ſur cette eſpece, elles n'ont pas paru en être inquietées, non-plus que de l'eau-forte, ni de l'huile de vitriol, mais l'huile de therebentine les a tuées dans le moment ; ce que j'ay pratiqué ſouvent pour détruire les nichées des jeunes Araignées de cette eſpece, dans leſquelles il s'en trouve quelquefois une centaine à la fois, & qui en peu de jours occupent tout le Jardin & gâtent beaucoup de plantes.

La troiſiéme eſpece eſt celle des Araignées des caves,

& de celles qui font leurs nids dans les vieux murs : elles ne m'ont paru avoir que six yeux, toutes les autres especes en ayant huit. Ces yeux sont placez deux au milieu du front, & deux à chaque côté de la tête, tous six à peu prés de la même grandeur. (*Voyez la Fig.* 3.) Les Araignées de cette espece sont toutes de couleur noire & fort veluës : elles ont les jambes courtes, & elles sont plus fortes & plus méchantes, & vivent plus long-tems que la plûpart des autres Araignées. Quand on en a pris une, elle se défend & elle mord l'instrument qui la tient ; & ayant été percée par le ventre, elle vit quelquefois plus de deux fois vingt-quatre heures ; au lieu que toutes les autres Araignées meurent promptement quand on leur a percé le ventre, & ne se défendent ni ne mordent jamais quand on les a prises. Au lieu de toile pour prendre des Mouches, celles-cy ne font que tirer simplement des fils de sept à huit pouces de long qui sortent de leurs nids comme des rayons, & qui sont attachez au mur autour du trou qu'elles habitent : l'Insecte qui marche sur ce mur, & qui heurte contre quelqu'un de ces fils en l'ébranlant un peu, avertit l'Araignée qui est dans le trou, qui dans le même instant en sort avec une vitesse extraordinaire, & emporte l'insecte. J'ay vû emporter une Guespe fort vive par une de ces Araignées, ausquelles les autres Araignées ne touchent pas, tant à cause de leurs aiguillons, qu'à cause des écailles dures dont tout le corps de la Guespe est couvert : mais la partie anterieure & les jambes de cette Araignée étant couverte d'une écaille extrêmement dure, & la posterieure ou le ventre étant couvert d'un cuir épais & fort serré, elles ne craignent apparemment pas l'aiguillon de la Guespe ; & les tenailles de cette Araignée étant tres-fortes & tres-dures, elles sont capables de briser les écailles de la Guespe.

La quatriéme espece d'Araignées est de celles que nous avons appellées vagabondes, à cause qu'elles ne sont pas sedentaires dans leurs nids comme sont toutes les autres Araignées, qui attendent tranquilement que leur proïe

vienne les trouver, au lieu que celles-cy vont chercher leur proïe & la chassent avec beaucoup de ruses & de finesses. Elles ont deux grands yeux au milieu du front, deux plus petits aux extremitez du front, deux de la même grandeur sur le derriere de la tête, & deux fort petits entre le front & le derriere de la tête. (*Voyez la Fig.* 4.) Les Araignées de cette espece sont de differentes grandeurs, & de differentes couleurs; j'en ay vû de blanches, de noires, de rouges, de grises & de tachetées. Elles ont une partie de leur corps differente de toutes les autres especes, qui est que l'extremité de la cinquiéme paire des jambes que nous avons appellé leurs bras, se termine en un bouquet de plumes, au lieu qu'à toutes les autres Araignées elle se termine en deux crochets comme les autres jambes. Ce bouquet de plumes est ordinairement de la même couleur que le reste du corps de l'animal, & égale quelquefois la grandeur de toute sa tête. Cette Araignée s'en sert pour les jetter sur les aîles de la Mouche qu'elle a attrapée, afin d'en arrêter le mouvement, dont elles seroient fort incommodées, n'ayant pas les mêmes moyens que les autres Araignées de les embarrasser & de les lier avec des filets qu'elles ne font point.

La cinquiéme espece est de celles des campagnes, que l'on nomme ordinairement des Faucheurs. Cette espece a la partie anterieure, ou la tête & la poitrine plate horizontalement & presque transparente, étant couverte d'une écaille fort fine, lisse & blanchâtre. Il y a une grande tache noire sur sa tête, que je crois être le cerveau, qui paroît à travers l'écaille transparente qui le couvre. Cette Araignée a huit yeux placez d'une maniere extraordinaire : il y en a deux au milieu du front, tres-petits & fort proches l'un de l'autre, de sorte qu'on pourroit les prendre tous deux pour un petit corps oval. Aux extremitez du front à droite & à gauche il y a deux petites bosses, & sur le sommet de chacune de ces bosses il y a trois yeux placez en treffle fort proches les uns des autres. (*Voyez la Fig.* 5.) Ces yeux-cy sont plus gros que les deux du milieu;

ils ont une cornée fort bossuë, blanche & transparente, quoique le fonds en soit noir, au lieu que les deux yeux du milieu sont tout à fait noirs. Il part de chacune de ces bosses, aussi-bien que des deux yeux du milieu, un canal fort sensible. Ces trois canaux vont se rendre dans cette tache noire qui me paroît être le cerveau. A mesure que ces canaux s'éloignent des yeux, ils s'approchent les uns des autres pour donner à peu prés dans le même endroit du cerveau. Ces canaux contiennent apparemment les nerfs optiques, & en sont les gaines. Les jambes de ces Araignées sont fort menuës, & beaucoup plus longues à proportion que celles des autres Araignées ; mais leurs bras sont extrêmement courts & fort charnus, ne ressemblant aucunement aux jambes, comme ils sont à la plûpart des autres Araignées. Leurs jambes sont si pleines de poils, qu'elles paroissent au Microscope des plumes à écrire.

La sixiéme espece d'Araignées est celle des fameuses Tarentules : elle a le port & la figure à peu prés de nos Araignées domestiques ; mais elle est dans toutes ses parties beaucoup plus forte & plus robuste : elle a les jambes & le dessous du ventre tachetez de noir & de blanc ; mais le dessus de son ventre aussi-bien que toute sa partie anterieure sont noirs : sa tête & sa poitrine sont couverts d'une seule écaille noire, qui ressemble parfaitement à une petite Tortuë. Les Araignées de cette espece ont huit yeux, qui sont tout à fait differens de ceux des autres especes d'Araignées, tant en couleur qu'en consistance. Tous les yeux des autres Araignées sont noirs ou rouges tirant sur le noir, & sont tous couverts d'une écaille dure & transparente qui restent tels aprés leur mort : mais ceux-ci sont couverts d'une cornée humide & tendre, qui se fletrit & s'enfonce aprés leur mort : la couleur en est d'un blanc tirant un peu sur le jaune doré, brillante & étincellante comme sont les yeux des chiens & des chats quand on les voit dans l'obscurité. Ces yeux sont situez quatre en quarré au milieu du front, & quatre en une li-

gne horizontale : au-dessous de ces quatre premiers ces derniers-ci bordent le bas du front, & sont placez immediatement au-dessus de la racine de ses tenailles. Ces yeux sont differens en grosseur : les quatre premiers sont à peu prés de même, & ont environ une ligne de diametre, & sont bien visibles sans Microscope ; mais ces derniers-ci n'ont que la moitié du diametre des premiers. Les Tarantules sont fort méchantes & mordent volontiers quand elles sont en chaleur. J'en ay vû à Rome, mais on ne les y craint point, parcequ'on n'a pas d'exemple qu'elles y ayent incommodé quelqu'un ; mais dans le Royaume de Naples elles font beaucoup de mal, peut-être parcequ'il y fait plus chaud qu'à Rome. Les simptômes qui arrivent à ceux qui en ont été blessez sont bizarres, aussi-bien que la guerison. Ils ont été décrits par plusieurs Auteurs Italiens & François ; & quoique leur histoire paroisse tenir un peu du fabuleux, elle ne laisse pas d'être vraie & fort extraordinaire. M. Geoffroy nous en a donné une description dont l'extrait a été inseré dans l'Histoire de l'Academie de l'année 1702. que l'on peut consulter si on en veut être plus amplement instruit.

OBSERVATION

Du passage de la Planete de Mars par l'Etoile nebuleuse de l'Ecrevisse, faite le mois de Juin de l'année 1707.

PAR M. MARALDI.

1707. 30. Juillet. AU commencement du mois de Juin de cette année 1707, nous avons observé autant que les nuages l'ont pû permettre le passage de la Planete de Mars par les Etoiles qui composent la nebuleuse de la Constellation de l'Ecrevisse. Comme cet amas d'Etoiles occupe dans le Ciel environ un degré d'un grand cercle, Mars emploïa quasi

1.re

Fig. 2.



Fig. 3

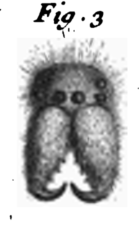


Fig. 4.



Fig. 5.



Fig. 6



Fig. 7.

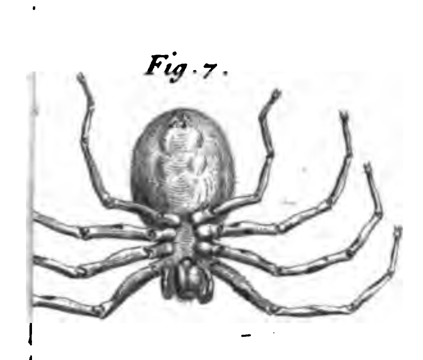
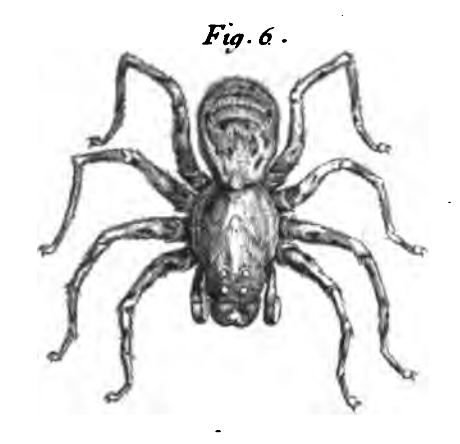


Fig. 6.



1.re Represente les yeux et les Serres de l'Araignée domestique.
2. l'Araignée des Jardins, qui se tient à l'air au milieu de sa toille.
3. l'Araignée noire, qui habite dans les trous des vieux murs.
4. l'Araignée vagabonde, qui ne se tient pas dans un nid comme les autres araignées, et qui va à la chasse aux mouches et autres insectes
5. la teste et les yeux de l'araignée des champs, appellée communement le faucheur.
66 la Tarantule.
7 Araignée renversée qui montre les mamelons de son anus, dont elle se sert pour filer.

quasi deux jours à parcourir cet espace. Il arriva le second jour de Juin proche d'une de ces petites Etoiles qui est des plus occidentales, avec laquelle il se trouva presque en conjonction vers les 10 heures du soir. Le Ciel qui ne resta découvert en cet endroit que fort peu de temps, ne permit pas de déterminer plus précisément la situation de Mars parmi ces Etoiles.

Le troisiéme Juin à 9 heures 22′ nous observâmes la difference d'ascension droite entre Mars & l'Etoile marquée (12) dans nôtre Figure : elle se trouva d'une minute 22 secondes de temps, ou 20 minutes & demi de degré, dont Mars étoit plus oriental. La difference de declinaison étoit d'une minute & demi, dont Mars étoit plus septentrional. Par nos observations l'ascension droite de cette Etoile pour cette année est de 125° 44′ 40″, & sa declinaison Septentrionale de 20° 47′ 30″; donc l'ascension droite de Mars sera de 126° 5′ 0″, & sa declinaison de 20° 49′ 0″, d'où l'on calcule sa longitude en 3° 25′ 0″ du Lion, avec une latitude septentrionale d'un degré 25′ 40″.

Le 4 Juin à 10 heures 20 minutes du soir la difference d'ascension droite entre l'Etoile marquée Z dans la Figure & Mars étoit d'une minute & 45 secondes, ou 26 minutes 15 secondes de degré. La difference de declinaison étoit de 16 minutes du parallele de Mars, qui sont 15 minutes du grand cercle. L'ascension droite de cette Etoile est de 126° 16′ 15″, donc celle de Mars est 126° 42′ 30″. La declinaison de l'Etoile est 20° 55′ 0″, donc celle de Mars étoit de 20° 40′ 0″, d'où l'on calcule la longitude de Mars en 4 degrez & une minute du Lion, avec une latitude Septentrionale d'un degré 25′ 10″. Le lieu de Mars tiré des Ephemerides de l'Academie étant réduit à l'heure des observations s'accorde à deux minutes prés avec les observations; & les Ephemerides de Mezzavaca ne s'éloignent des mêmes observations que de 3 minutes. Nous avons comparé cette observation à un autre passage de Mars par les mêmes Etoiles, qui fut observé par M. Cassini & par M. de la Hire l'an 1692, & qui est rapporté

dans les Memoires de l'Academie de la même année. Dans l'observation de l'année 1692 Mars passa fort proche de l'Etoile marquée *A* dans nôtre Figure, & par l'observation de M. Cassini elle fut jointe à Mars le 23 Mars à 1 heure 25 minutes. Par nos observations la longitude de cette Etoile & de Mars au temps de cette conjonction étoit de 2° 55′ 30″ de Lion, avec une latitude Septentrionale d'un degré 33′ 20″.

Par les observations de cette année nous avons trouvé que Mars a été joint en longitude avec la même Etoile marquée *A* le troisiéme Juin deux heures avant midy; de sorte qu'entre une conjonction & l'autre il y a 15 années onze jours moins trois heures & demie, durant lequel temps Mars a fait huit révolutions. Dans la conjonction de cette année Mars n'a pas passé au même endroit, mais il a été huit minutes plus Meridional qu'il n'avoit été dans l'observation de l'année 1692, ce qui vient principalement de la distance de Mars au Soleil qui n'a pas été la même dans ces deux observations.

Cette difference de distance de Mars au Soleil, qui porte une variation dans la seconde inégalité de Mars, est cause que ces retours à la même Etoile fixe ne se font pas en temps égaux; c'est-pourquoy il faut tenir compte de cette inégalité pour sçavoir par la comparaison de ces observations l'intervalle de Mars dans ces huit révolutions à l'égard du Soleil; & pour avoir l'intervalle moïen, il faut avoir égard à la variation de la premiere inégalité qui dépend du mouvement de l'Aphelie de Mars, & qui n'est que peu de minutes dans 15 années.

Dans la Figure que nous donnons icy des Etoiles qui composent la nebuleuse de l'Ecrevisse, nous n'avons pas marqué toutes celles qui se voient avec de grandes Lunetes. Nous nous sommes contenté de marquer les plus claires qui sont environ au nombre de 20, & dont la situation a été déterminée par l'ascension droite, & par la declinaison observée par le moïen d'une Lunete de 12 pieds montée sur une machine parallatique, & qui avoit au

A

Z

3

4

23

24

Observations du passage de Mars, par les etoilles de la nebuleuse du Cancer, le mois de Juin. 1707.

50' 226 0' 10' 20 30 40

Midi

Berey fecit

foïer un Micrometre dont il eſt parlé dans les Memoires de l'Academie de l'année derniere.

COMPARAISON

De diverſes obſervations de l'Eclipſe de Lune du 16 Avril 1707, faites à Rome par M. Bianchini, à Bologne par Meſſieurs Manfredi & Stancari, à Nuremberg par M. Wultzebaur, & à Geneves par M. Gautier.

PAR M. CASSINI le fils.

LE temps a été plus favorable à Rome, à Bologne, à Nuremberg & à Geneves pour l'obſervation de l'Eclipſe de la Lune du 17 Avril, qu'il n'a été ici à Paris. Voici la comparaiſon entre diverſes Phaſes obſervées en même temps entre ces Villes & quelques-unes que nous avons obſervées à Paris. 1707. 30. Juillet.

12h	34′	20″	à Rome toute la tache de Grimaldi eſt déja cachée.
12	29	52	à Bologne tout Grimaldi eſt déja caché.
	4	28	Difference des meridiens entre Rome & Bologne.
12	43	7	à Rome Ariſtarque.
12	39	30	à Bologne Ariſtarque.
	3	37	Difference entre Rome & Bologne.
12	50	34	à Rome le premier bord de Copernic.
12	46	32	à Bologne l'ombre à Copernic.
12	44	50	à Nuremberg. Copernic commence à entrer dans l'ombre.
	4	2	Difference entre Rome & Bologne.
	5	54	Entre Rome & Nuremberg.
12	53	34	à Rome tout Copernic.
12	49	0	à Bologne tout Copernic.

12h	46'	64"	à Nuremberg Copernic couvert.
	4	34	Difference entre Rome & Bologne.
	6	40	Entre Rome & Nuremberg.
12	56	39	à Rome le premier bord de Tycho.
12	52	34	à Bologne le premier bord de Tycho.
	4	5	Difference entre Rome & Bologne.
12	53	42	à Bologne le milieu de Tycho.
12	51	0	à Nuremberg environ le milieu de Tycho.
	2	42	Difference entre Bologne & Nuremberg.
12	58	44	à Rome tout Tycho.
12	54	37	à Bologne tout Tycho.
	4	7	Difference entre Rome & Bologne.
12	59	54	à Rome Helicon.
12	55	22	à Bologne Helicon.
	4	32	Difference entre Rome & Bologne.
13	6	28	à Rome le premier bord de Platon.
13	1	47	à Bologne le premier bord de Platon.
	4	41	Difference entre Rome & Bologne.
13	7	54	à Rome tout Platon.
13	3	27	à Bologne tout Platon dans l'ombre.
13	0	26	à Nuremberg Platon caché.
	4	27	Difference entre Rome & Bologne.
	7	28	Entre Rome & Nuremberg.
13	8	24	à Rome Manilius.
13	4	27	à Bologne tout Manilius couvert.
13	1	53	à Nuremberg Manilius.
	5	57	Difference entre Rome & Bologne.
	6	31	Entre Rome & Nuremberg.
13	16	20	à Rome Plinius.
13	9	44	à Nuremberg Plinius.
	6	36	Difference entre Rome & Nuremberg.
13	24	50	à Rome Hermes commence à entrer.
13	20	47	à Bologne Hermes commence à entrer.
	4	3	Difference entre Rome & Bologne.
13	27	50	à Rome commencement de la mer Caspienne.
13	21	56	à Nuremberg commencement de la mer Casp.
	5	54	Difference entre Rome & Nuremberg.

13^h	29′	20″	à Rome Messala.
13	25	17	à Bologne tout Messala.
	4	3	Difference entre Rome & Bologne.
13	30	25	à Rome l'ombre au milieu de la mer Caspienne.
13	24	15	à Nuremberg l'ombre au milieu de la mer Casp.
	6	10	Difference entre Rome & Nuremberg.
13	33	5	à Rome fin de la mer Caspienne.
13	28	52	à Bologne.
13	26	49	à Nuremberg.
	4	13	Difference entre Rome & Bologne.
	6	16	Entre Rome & Nuremberg.
13	35	40	à Rome Immersion totale.
13	31	37	à Bologne.
13	29	48	à Nuremberg.
13	12	34	à Geneves.
	4	3	Difference entre Rome & Bologne.
	5	52	Entre Rome & Nuremberg.
	23	6	Entre Rome & Geneves.
14	41	50	à Paris commencement de l'Emersion.
15	22	50	à Rome.
15	16	50	à Nuremberg.
14	59	18	à Geneves.
	41	0	Difference entre Paris & Rome.
	36	0	Entre Paris & Nuremberg.
	17	28	Entre Paris & Geneves.
15	44	20	à Paris Grimaldi.
15	18	56	à Nuremberg Grimaldi hors de l'ombre.
	34	36	Difference entre Paris & Nuremberg.
15	4	33	à Paris Copernic est sorti.
15	45	5	à Rome.
15	38	35	à Nuremberg.
	40	32	Difference entre Paris & Rome.
	34	2	Entre Paris & Nuremberg.
15	4	33	à Paris Tycho est sorti.
15	45	20	à Rome.
15	38	35	à Nuremberg.
	40	47	Difference entre Paris & Rome.

	34′	2″	Entre Paris & Nuremberg.
15	9	29	à Paris Platon commence à sortir.
15	51	10	à Rome.
15	46	37	à Bologne.
	44	41	Difference entre Paris & Rome.
	37	8	Entre Paris & Bologne.
15	10	24	à Paris tout Platon.
15	52	5	à Rome tout Platon.
15	47	32	à Bologne tout Platon.
15	45	30	à Nuremberg Platon est découvert.
	41	41	Difference entre Paris & Rome.
	37	8	Entre Paris & Bologne.
	36	6	Entre Paris & Nuremberg.
15	18	55	à Paris Manilius est sorti.
16	0	20	à Rome.
15	55	52	à Bologne.
	41	25	Difference entre Paris & Rome.
	36	57	Entre Paris & Bologne.
15	23	45	à Paris Menelaus est sorti.
16	4	0	à Rome.
15	59	24	à Bologne.
	40	15	Difference entre Paris & Rome.
	35	39	Entre Paris & Bologne.
16	4	50	à Rome Dionysius.
15	59	10	à Nuremberg.
	5	40	Difference entre Rome & Nuremberg.
16	19	50	à Rome le premier bord de la mer Caspienne.
16	12	30	à Nuremberg.
	7	20	Difference entre Rome & Nuremberg.
16	24	20	à Rome Emersion de la mer Caspienne.
16	18	15	à Nuremberg.
	6	5	Difference entre Rome & Nuremberg.
16	46	0	à Paris fin douteuse.
17	26	20	à Rome.
17	22	50	à Nuremberg douteuse.

En prenant un milieu entre les differences des meridiens qui résultent de ces observations, l'on trouve la

difference des meridiens entre Paris & Rome de 41′ 3″ à peu prés de même que celle qui résulte du commencement de l'Emersion observée de part & d'autre.

Par la comparaison des Phases observées à Paris & Bologne, l'on trouve la difference des meridiens entre ces deux Villes de 36′ 43″.

L'on trouve aussi la difference entre Paris & Nuremberg de 34′ 33″.

La difference qui résulte de l'Emersion observée à Geneve & à Paris est de 17′ 28″, plus grande de 52″ que celle qui est marquée dans la Connoissance des Temps.

REFLEXIONS
SUR LES
OBSERVATIONS DE MERCURE.

PAR M. CASSINI.

DIvers Auteurs d'Ephemerides de France, d'Italie & d'Allemagne representoient cette année 1707 le passage visible de Mercure dans le Soleil le cinq May à des heures differentes les unes des autres. 1707. 30. Juillet.

Quoique M. Halley, excellent Astronome Anglois, qui avoit observé un de ces passages de Mercure dans le Soleil dans l'Isle de Sainte Heleine par un temps tres-favorable, eut prédit aprés une longue discussion ce dernier passage vers le minuit entre le 5 & le 6 May, on n'a pas laissé de se tenir prêt à l'observer aux autres temps qui avoient été marquez par les autres Astronomes, non-seulement le même jour, mais encore un jour avant & un jour aprés. Mercure n'a pas paru aux Observateurs d'Europe, quoique la durée de ce Phenomene dût être environ de huit heures.

Cela nous a donné occasion de comparer ensemble les

observations les plus anciennes que nous ayons de cette Planete avec les modernes. Il y a de grandes difficultez dans les observations les plus anciennes, rapportées par Ptolemée dans son Almageste.

Les plus anciennes furent faites à Alexandrie le troisiéme Siecle avant J. C. & elles sont marquées la plûpart aux années Dionysiennes, dont les mois étoient solaires distinguez par les signes du Zodiaque, commençant par le signe du Cancer. Ptolemée supposoit ces mois reglez au moïen mouvement du Soleil; cependant nous avons dans Geminus Astronome ancien, un Calendrier dont les mois sont marquez par les signes du Zodiaque, dont les plus longs sont ceux du Taureau & des Gemeaux qui sont de 32 jours, & le plus court celui du Sagittaire de 29 jours; ce qui fait voir que ces mois étoient reglez au vrai mouvement du Soleil, selon les observations ou hypotheses de ce temps-là. Dans ce même Calendrier sont marquez le lever & le coucher des Etoiles fixes suivant les Astronomes de ce temps-là, qui emploïoient par consequent cette forme d'année & de mois.

Elias à Leonibus Astronome du Siecle passé, dans le Livre intitulé *Urania propitia*, examinant ces observations anciennes de Mercure, suppose aussi & tâche de le prouver, que les mois Dionysiens ausquels ces observations de Mercure étoient marquées, étoient inégaux, reglez au vrai mouvement du Soleil; mais il donne une forme d'année qui ne s'accorde pas bien avec celle de Geminus.

Il prétend même que dans les observations rapportées par Ptolemée, il y a des fautes d'écriture considerables; de sorte que dans une de celles qui sont marquées aux mois Egyptiens, il y a le mois de Phamenot au lieu de Mekir.

Outre cela ces observations anciennes sont marquées quelquefois en brasses, demi-brasses, palmes & doits, sans que l'on sçache combien de degrez ou minutes on doit attribuer à des dimensions si grossieres faites sans l'aide d'aucun instrument.

Depuis

Depuis les obſervations de Mercure rapportées par Ptolemée, les obſervations de cette Planete ont été tres-rares. C'eſt-pourquoy il ne faut pas s'étonner ſi divers Aſtronomes ne ſe ſont pas accordez ſi bien, qu'il n'y ait eu quelquefois entr'eux une difference de 6 à 7 degrez dans le lieu de Mercure.

Avant qu'on eut obſervé avec certitude le paſſage de Mercure dans le Soleil, dont nous avons preſentement pluſieurs obſervations faites depuis la premiere de M. Gaſſendi, deſquelles nous avons déja fait le rapport à l'Academie le 14 Novembre 1697, à l'occaſion de l'obſervation de cette Planete dans le Soleil que nous fîmes la même année à l'Obſervatoire Royal, les Tables qui avoient approché le plus prés des obſervations modernes étoient les Rodolphines de Kepler, qui ont été depuis corrigées ſur les nouvelles obſervations par M. Bouillaud & par pluſieurs autres Aſtronomes.

Cette correction ſe peut mieux faire preſentement, en comparant enſemble les obſervations qui ont été faites depuis.

Nous en avons comparé pluſieurs dans une Lettre écrite à M. Gallet, à l'occaſion de ſon excellente obſervation de Mercure dans le Soleil de l'an 1677 qu'il nous envoïa.

Il nous eſt toûjours reſté quelque ſcrupule ſur le moïen mouvement de Mercure, tant à cauſe de la grande incertitude des obſervations anciennes qu'il faut comparer pour cet effet avec les modernes, que par la difficulté qu'il y a de bien ſeparer les inégalitez de cette Planete de ſon mouvement apparent.

Les inégalitez plus ſenſibles des mouvemens de Mercure, ſont celles de ſes digreſſions apparentes du Soleil.

Ptolemée étoit prévenu de l'hypotheſe des Egyptiens, qui décrivoient l'orbe principal de Mercure autour de la Terre, lui attribuant un Epicycle dont le centre étoit placé ſur la circonference de l'orbe principal, & le centre de cet Epicycle étoit ſuppoſé décrire la circonference

du cercle principal par un mouvement égal au moïen mouvement du Soleil, pendant que Mercure parcouroit la circonference de cet Epicycle, dont le demi-diametre étoit d'une grandeur capable de representer à peu prés les digressions de Mercure. Cette forme de theorie ne suffisoit pas encore pour bien representer les digressions de Mercure; ils attribuoient au cercle principal une excentricité à l'égard de la Terre, & outre cela ils donnoient à l'Epicycle un balancement qui avec l'excentricité concouroit à representer la variation des plus grandes digressions.

Ils ne s'aviserent point de décrire l'Epicycle de Mercure autour du Soleil, comme faisoient plusieurs Européens, du nombre desquels étoient Ciceron & Martien Capella.

Ces Egyptiens supposoient aussi l'Epicycle de Mercure immediatement au-dessus de l'orbe de la Lune, & au-dessous de l'orbe de Venus, qu'ils plaçoient toûjours au-dessous du Soleil.

Ils assignoient à chaque Planete un Ciel particulier à l'égard de la Terre, dont ils éloignoient davantage celles qui sembloient avoir un mouvement particulier plus lent; & parceque Mercure a son mouvement particulier plus lent que celui de la Lune, & plus vîte que celui de Venus, ils plaçoient l'orbe de Mercure immediatement au-dessus de l'orbe de la Lune, & au-dessous de l'orbe de Venus.

Il résulte de l'hypothese du mouvement de Mercure autour du Soleil, que l'Epicycle qu'il décrit autour du Soleil doit paroître plus grand lorsque le Soleil est dans son Perigée, que quand il est dans son Apogée, & que par cette cause les digressions de Mercure doivent être variables en divers signes du Zodiaque, suivant la distance du Soleil à la Terre en divers signes.

Mais les observations font connoître que dans les digressions apparentes de Mercure, il y a une variation plus grande que celle qui résulte de la diverse distance du Soleil; car lorsque le Soleil est, par exemple, dans le signe

de la Vierge, la digreſſion orientale de Mercure eſt beaucoup plus grande que ſa digreſſion occidentale. Le contraire arrive lorſque le Soleil eſt dans le ſigne des Poiſſons.

Ces apparences ont fait connoître que l'Epicycle de Mercure autour du Soleil lui eſt excentrique ; qu'il y a une ligne droite qui paſſant par le centre du Soleil diviſe cet Epicycle en deux parties égales, dont l'extremité la plus éloignée du Soleil eſt ſon Aphelie, & la plus proche à l'oppoſite eſt ſon Perihelie.

Kepler a été le premier à déterminer la ſituation de cette ligne à l'égard des Etoiles fixes, & à ſuppoſer que cette Planete à l'égard du Soleil a des inégalitez analogues à celles des autres Planetes ; qu'elle décrit une Ellipſe qui a pour axe la ligne de l'Aphelie & du Perihelie, & qu'elle a une inégalité phyſique qui retarde ſon mouvement dans l'Aphelie, & l'accelere dans le Perihelie. On peut voir ce qu'il en a écrit dans ſon Epitome de l'Aſtronomie Copernicienne, où il ſubſtituë au cercle principal des Anciens le cercle ou l'Ellipſe annuel de la Terre, & fait conſiſter les inégalitez apparentes de Mercure, partie dans celles qu'il donne au mouvement de la Terre dans ſon orbe annuel, & partie dans celles qu'il donne au mouvement propre de Mercure dans ſon Ellipſe.

Ceux qui donnent au Soleil le mouvement que Kepler donne à la Terre, ſont obligez de tranſporter avec le Soleil l'Ellipſe de Mercure ; de ſorte que dans le mouvement annuel ſon axe garde toûjours le même paralleliſme, à la réſerve d'une petite inclinaiſon qui répond au mouvement de l'Aphelie de Mercure, & de l'Apogée du Soleil.

Un des premiers aprés Kepler qui a tâché de déterminer avec methode l'Aphelie & l'excentricité de Mercure, a été M. Bouillaud dans ſon grand Ouvrage de l'Aſtronomie Philolaique, y emploïant pluſieurs obſervations de Walterus, de Gaſſendi & des ſiennes, ſans prétendre de pouvoir déterminer aſſez préciſément ſon moïen mouve-

ment comme il le marque expressément. Il ne s'éloigne pas trop des dimensions de Kepler en ce qui regarde l'excentricité propre de Mercure & celle du Soleil, la proportion de leur orbe & la situation de l'Aphelie de Mercure; mais il s'en éloigne sensiblement dans la distribution de la premiere inégalité, qui est beaucoup plus grande dans Mercure que dans les autres Planetes.

Il est tres-difficile de distinguer par les observations immediates la meilleure maniere de cette distribution. Un peu d'erreur que l'on fasse dans les digressions de Mercure, dont les observations sont plus frequentes, fait une erreur tres-grande dans les angles que Mercure fait au Soleil, à cause de la grande obliquité que les arcs qui les mesurent ont à nos lignes visuelles.

Dans les conjonctions de Mercure avec le Soleil ces arcs sont exposez directement à la Terre; mais comme ces conjonctions n'arrivent que dans deux endroits du Zodiaque qui sont prés des nœuds de Mercure, elles ne suffisent pas pour déterminer avec justesse les inégalitez dans les autres endroits.

Si nous avions des observations fort anciennes des conjonctions de Mercure avec le Soleil pour les pouvoir comparer avec les modernes, par cette comparaison nous pourrions déterminer avec plus de justesse le moïen mouvement de Mercure; mais nous n'avons jusqu'à present que l'intervalle de 66 années entre les conjonctions observées, ce qui ne peut pas donner ce mouvement avec toute la précision que l'on peut souhaiter.

Nous ne laisserons pas cependant d'examiner ce qui résulte de ces observations.

Recherche du moïen mouvement de Mercure.

Pour trouver le moïen mouvement de Mercure par les observations de ses conjonctions avec le Soleil faites jusqu'à present, il en faut choisir deux des plus éloignées observées prés du même nœud.

Dans la conjonction que nous avons observé à Paris le 2 Novembre de l'année 1697, Mercure étoit prés du même nœud où il avoit été dans l'observation de M. Gassendi du 6 Novembre de l'an 1631, dont l'intervalle est de prés de 66 années, qui est, comme nous avons dit, le plus grand que nous puissions emploïer entre les conjonctions. Dans cet intervalle il y a eu 274 retours de Mercure à son nœud ascendant.

Ayant examiné l'observation de M. Gassendi par nôtre methode, nous trouvons que la conjonction est arrivée le 6 Novembre de l'année 1631 à $19^h 51' 0''$, le Soleil étant alors en $14^d 42' 0''$ du Scorpion. Par nos observations de la conjonction de Mercure avec le Soleil de 1697, nous trouvâmes qu'elle arriva le 2 Novembre à $17^h 58' 5''$, le Soleil étant en $11^d 33' 50''$ du Scorpion; de sorte que dans cette seconde observation il s'en falloit $3^d 8' 10''$ que Mercure n'eut accompli 274 révolutions dans le Zodiaque. Chaque révolution est de 360 degrez, qui multipliez par 274 font 98840 degrez; en ayant ôté $3^d 8' 10''$ reste $98836^d 51' 50''$ parcourus par Mercure dans l'intervalle de ces observations, qui est de 66 années, dont 17 sont bissextiles, moins 4 jours $1^h 53'$, lesquels font 24102 jours 22 heures & 7 minutes.

Divisant le nombre des degrez par celui des jours, l'on aura le mouvement journalier de Mercure de $4^d 5' 32'' 21'''$. Ce mouvement n'est pas précisément le moïen, parceque dans le commencement & dans la fin de cet intervalle il peut y avoir des équations un peu differentes les unes des autres: mais cette difference ne peut pas être considerable, n'y ayant que trois degrez entre les lieux veritables de ces deux observations.

En comparant de la même maniere l'observation de M. Gassendi avec celle qui a été observée par les P. Jesuites à Canton le 10 Novembre 1690, qui étant réduite au meridien de Paris y a dû arriver le 9 Novembre 1690 à $18^h 20' 20''$, le Soleil étant en $18^d 19' 30''$ du Scorpion, l'on trouve dans cet intervalle 245 révolutions plus $3^d 37' 30''$,

qui étant divisées par 59 années 2 jours $22^h 29' 20''$ intervalle de temps entre ces deux observations, donne le moïen mouvement journalier de Mercure de $4^d 5' 32'' 42'''$ avec une difference de 21 tierces de celui que l'on a trouvé par la premiere comparaison.

Comme dans la premiere comparaison il s'en falloit 3^d & $8'$ que Mercure ne fut arrivé dans l'observation de 1697 au degré où il avoit été dans l'observation de 1631, au lieu que dans la seconde comparaison Mercure dans l'observation de Canton avoit passé trois degrez $37'$ au-delà du lieu où il avoit été dans l'observation de M. Gassendi. Les inégalitez qui se peuvent trouver en trois degrez de plus & trois degrez de moins ou environ, se récompensent en quelque maniere; de sorte qu'en prenant un milieu l'on aura le moïen mouvement journalier de Mercure de $4^d 5' 32'' 32'''$.

M. Boüillaud tire de la comparaison des *observations* anciennes & modernes le moïen mouvement journalier de Mercure de $4^d 5' 32'' 35''' 29''''$.

Voilà ce que l'on peut tirer immediatement des intervalles entre les observations des conjonctions de Mercure avec le Soleil, sans emploïer dans les termes de ces observations pour réduire le vrai mouvement au moïen, des équations qu'il est difficile d'avoir avec justesse. Si l'on veut avoir égard à celles qui résultent des hypotheses fondées sur plusieurs autres observations, l'on aura par la premiere comparaison le moïen mouvement journalier de Mercure de $4^d 5' 32'' 36''' 28''''$, & par la seconde de $4^d 5' 32'' 34''' 46''''$, donc le milieu est $4^d 5' 32'' 35''' 37''''$ qui ne differe que de 7 à huit quartes de celui qui a été établi par M. Boüillaud.

Recherche des nœuds de Mercure.

Ces observations des conjonctions de Mercure avec le Soleil, sont tres-propres pour déterminer avec toute l'exactitude que l'on peut avoir, les nœuds de l'orbite de Mercure avec l'Ecliptique.

Les Anciens qui ſuppoſoient que Mercure étoit toûjours plus prés de la Terre que du Soleil, n'ayant jamais vû Mercure dans le diſque du Soleil, plaçoient ſes nœuds, & regloient l'inclinaiſon de ſon orbite de ſorte qu'étant vû de la Terre il ne pût jamais rencontrer le Soleil, ce qui cauſoit une grande erreur dans la latitude de Mercure. Preſentement l'obſervation de la route de Mercure dans le Soleil vûë de la Terre, ſert à trouver la diſtance des nœuds de Mercure au lieu du Soleil, & l'inclinaiſon de ſon orbite à l'Ecliptique.

Ces deux Elemens de la theorie de Mercure ont été établis par pluſieurs Aſtronomes.

Par la recherche que nous avons fait de la ſituation des nœuds qui réſulte de l'obſervation de M. Gaſſendi, nous avons determiné le lieu du nœud aſcendant le 6 Novembre de l'année 1631 en $13^d\ 8'$ du Scorpion.

Par l'obſervation de M. Gallet du 7 Novembre 1677, 46 ans aprés celle de M. Gaſſendi, nous avons trouvé le lieu du même nœud en $14^d\ 12'$ du Scorpion: la difference entre ces deux obſervations eſt de $1^d\ 4'$ qui eſt le mouvement du nœud de Mercure dans cet intervalle de temps ſuivant la ſuite des ſignes, ce qui donne pour chaque année $1'\ 21''$.

Suivant les obſervations de la conjonction de Mercure faites à la Chine l'an 1690, nous avons trouvé le lieu du nœud aſcendant de Mercure en $14^d\ 32'\ 25''$ de Scorpion, qui étant comparé avec celui qui réſulte de l'obſervation de M. Gaſſendi de l'an 1631, donne le mouvement des nœuds ſuivant la ſuite des ſignes de $1^d\ 24'\ 35''$ dans l'intervalle de 59 années, ce qui eſt en raiſon de $1'\ 26''$ par an.

Nous avons auſſi cherché le lieu de Mercure par une autre methode qui nous a paru la plus ſûre, qui eſt en comparant la latitude de Mercure tirée de l'obſervation faite à la Chine en 1690 qui étoit boreale de $12'\ 22''$, avec ſa latitude tirée de nos obſervations de l'an 1697 qui étoit auſtrale de $10'\ 42''$, d'où nous avons tiré le lieu du nœud de Mercure en $14^d\ 42'\ 10''$ du Scorpion pour le temps en-

tre ces deux obſervations qui fut l'an 1694. L'on a donc pour l'intervalle de 62 années & demi le mouvement des nœuds de 1^d 34′, ce qui eſt en raiſon de 1′ 31″ par an. Si l'on prend le milieu entre ces déterminations, l'on a le mouvement annuel des nœuds de 1′ 26″, de même qu'on l'a trouvé par la ſeconde comparaiſon, ce qui s'accorde à une ſeconde prés avec le mouvement annuel du nœud marqué par les Tables Rodolphines de 1′ 25″.

Toutes ces obſervations ont été faites prés du nœud aſcendant. L'obſervation d'Hevelius de l'an 1661, qui eſt la ſeule qui ait été faite prés du nœud deſcendant, étant emploïée par nôtre methode, donne la ſituation de ce nœud en 14^d 24′ du ♉, qui comparé avec celui qui eſt tiré des obſervations de M. Gaſſendi, donneroit le mouvement des nœuds plus vîte. L'on peut attribuer cette difference à la difficulté qu'il y a de déterminer avec exactitude les lieux des nœuds. Cependant l'on peut ſe tenir à celui que nous avons déterminé cy-deſſus par pluſieurs obſervations faites prés du nœud aſcendant qui s'accordent aſſez bien enſemble.

Recherche de l'inclinaiſon de l'orbite de Mercure.

Les obſervations que nous avons examinées ne s'accordent pas ſi bien à donner l'inclinaiſon de l'orbite de Mercure avec l'Ecliptique, que dans la détermination des nœuds. Il n'y a pas lieu de s'en étonner, car les obſervations qui ſont les plus prés des nœuds ſont les plus propres pour déterminer leur ſituation, au lieu que les plus propres pour déterminer l'inclinaiſon de l'orbite de Mercure ſont celles qui en ſont les plus éloignées. Car l'inclinaiſon eſt meſurée par la plus grande latitude vûë du Soleil, qui eſt à 90^d de diſtance des nœuds. On n'a pas laiſſé de la déterminer autant que le permet le peu de diſtance que Mercure avoit à ſes nœuds dans ſes conjonctions Ecliptiques. Par l'obſervation de 1677 on a trouvé l'inclinaiſon de l'orbite de Mercure de 5^d 50′; le lieu de Mercure étant éloigné de celui des nœuds de 1^d 34′.

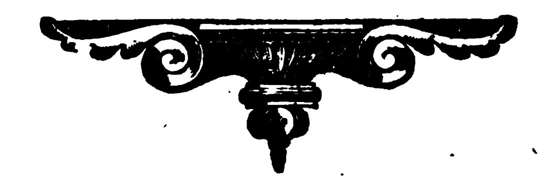
Par

Par l'obſervation de 1690 on l'a trouvée de 6d 40′, le lieu de Mercure étant éloigné de 34d 7′ de celui des nœuds.

Et par l'obſervation de 1697 elle a été déterminée de 6d 23′, le lieu de Mercure étant éloigné de 3d 8′ de celui des nœuds.

L'inclinaiſon qui réſulte de l'obſervation de 1690 devant être la plus exacte par la raiſon que nous venons de dire, l'on peut en attendant déterminer l'inclinaiſon de l'orbite de Mercure de 6d 40′ : elle eſt marquée dans les Tables Rodolphines de 6d 54′.

Ces Epoques du nœud aſcendant de Mercure & le mouvement du nœud que nous venons de déterminer, font voir que ce nœud étoit le 5 May de cette année en 15d 0′ du Scorpion, & le nœud deſcendant étant ſuppoſé à l'oppoſite ſera en 15d 0′ du Taureau. Le Soleil à minuit aprés le 5 May étoit en 14d 43′ du même ſigne ; donc en ce temps-là l'orbite de Mercure coupoit le diſque du Soleil fort prés de ſon centre, de ſorte que dans cette ſituation Mercure s'étant trouvé en conjonction avec le Soleil la nuit entre le 5 & le 6 May, il y aura eu une Eclipſe qui peut avoir duré environ huit heures. La longueur de la nuit dans le lieu des obſervations étoit environ de 8 heures, preſque égale à la durée de l'Eclipſe. Mercure n'ayant pas paru dans le Soleil ni le ſoir du 5 May ni le matin du 6, il s'enſuit que le milieu de l'Eclipſe a été vers le minuit.



RECHERCHES
SUR LES COURBES GEOMETRIQUES ET MECHANIQUES,
Où l'on propose quelques Regles pour trouver les rayons de leurs dévelopées.

PAR M. ROLLE.

1707. SOit AB une Courbe quelconque dont les appliquées se vont rendre à un point E comme dans un pole immuable, & de laquelle on sçache mener les Tangentes. Il est question de trouver les rayons de sa dévelopée. Ce qui se peut faire comme on le va dire.

ARTICLE I. On fera d'abord toutes ces hypotheses.

AB ligne droite qui coupe la Courbe aux points A & B, de maniere que l'intervale AB soit indéterminé.

AL perpendiculaire à la secante AB.

BL une droite qui coupe AL en quelque point L, à une distance indéterminée.

EF perpendiculaire sur l'appliquée AE.

EN perpendiculaire sur l'appliquée BE, & qui rencontre BL en N.

fig. 1.

BC, LM, LH, perpendiculaires aux appliquées EB, EA.

Pour les expressions Algebriques on supposera $ML = t$:

$EH=z$: $EM=l$: $MG=d$: $EG=a$: $EB=v$: $EA=y$: $AC=e$: $CB=n$: $EF=f$: $EN=g$: $HL=x$.

Cela posé, je dis en premier lieu que les triangles *BCA*, *AEF*, sont semblables & rectangles. Car les trois angles *EAF*, *FAB*, *CAB*, valent deux angles droits; de même que les trois angles du triangle rectiligne *BCA*. Ainsi ôtant de part & d'autre l'angle droit & l'angle commun, les restans *CBA*, *FAE*, seront égaux entr'eux; & par consequent les deux triangles *BCA*, *AEF*, ont chacun un angle oblique de même grandeur. Dans chacun aussi se trouve un angle droit, & delà il est aisé de voir que ces deux triangles sont semblables & rectangles. D'où l'on tire l'analogie & l'égalité marquées icy en *A*.

A... $y:f::n:e$. Donc $ey=nf$.

A cause des triangles semblables *LHG*, *GME*, on aura les deux analogies & les deux égalités que l'on voit icy en *B*.

B... $\begin{cases} x:t-d::l:a. \text{ Donc } ax=tl-dl. \\ x:z-a::l:d. \text{ Donc } dx=lz-al. \end{cases}$

Les triangles semblables *GME*, *ECB*, donnent les analogies & les égalités qui sont en *C*.

C... $\begin{cases} d:a::n:v. \quad \text{Donc } vd=an. \\ a:l::v:e+y. \text{ Donc } lv=ea+ay. \end{cases}$

On a encore les deux triangles semblables *LHA*, *AEF*, & enfin les deux semblables *LMB*, *NEB*. Ce qui donne les deux analogies & les deux égalités que voici.

D... $\begin{cases} x:z+y::f:y. \text{ Donc } yx=fz+yf. \\ t:v+l::g:v. \text{ Donc } vt=vg+gl. \end{cases}$

Et le triangle rectangle *BCE* donnera (par-là 47. 1.) l'égalité marquée *E*.

E... $vv=nn+ee+2ey+yy$.

Toutes ces égalités conviennent à l'indétermination de l'intervale *AB*, & aucune ne s'oppose à son aneantissement.

ARTICLE II. On supposera que *EF* est la sous-normale du point *A*, & que *EN* est la sous-normale du point *B*.

Sur cette hypothese on prendra la valeur de ces sous-normales ; & je suppose pour fixer les idées, que ces deux valeurs sont comme on les voit icy en *F*.

$$F \ldots \quad f = \frac{ym}{p}. \quad g = \frac{vm}{p}.$$

Par le moïen de ces deux égalités & de celles du précedent Article, on fera évanoüir les quantités $t, d, a, l, n, e, x, g, f$, c'est à dire toutes les expressions de ces égalités, hors z, y, v, & celles qui marquent des quantités connuës dans l'égalité des sous-normales, comme m & p.

La réduite sera toûjours divisible par $v - y$; & ayant fait la division autant de fois qu'on le peut, on substituëra y au lieu de v, ou v au lieu de y. Ce qui donnera dans l'exemple proposé la résultante que l'on voit icy en *G*.

$$G \ldots \quad + mmzz + 2mmyz = 0.$$
$$+ ppzz$$

Cette égalité étant divisée par $mmz + ppz + 2mmy$, on aura $z = 0$. Ensorte que le zero absolu est la veritable valeur de z dans cet exemple.

Ayant trouvé une valeur de z, on la substituëra dans la premiere des deux égalités marquées *D*. Art. I. Ce qui donnera $x = f$ pour l'exemple proposé.

Ainsi le segment *HE* s'évanoüit, puisque le zero absolu en est la valeur ; & delà le point supposé en *H* se confond avec le point donné *E*. Delà aussi le point *L* tombe sur le point *F*, & on le voit aussi en ce que $x = f$. Ensorte que le point *A* étant pris pour le point donné de la Courbe proposée, il sera vrai de dire que le point *F* est à sa develoрpée, & que *AF* en est le rayon. Or il est évident ou facile de prouver que l'on peut faire une pareille recherche pour tout autre point de la Courbe proposée, & trouver pour z & pour x des

C B A fig. 1. E F M G N H L

valeurs qui donnent ſur le rayon de ſa Tangente le point qui termine le rayon de ſa dévelopée. C'eſt la premiere maniere que j'avois à propoſer pour cette recherche.

ARTICLE III. Comme les égalités du premier Article ſont tirées de la figure rectiligne, & que l'on peut les conſiderer comme immuables dans le Problême propoſé, on peut auſſi en prendre la réduite & la regarder comme une formule de ce Problême.

Si avec cela on obſerve dans le détail du calcul toutes les parties qui ſont le moins diviſibles par $v-y$, on s'appercevra que les autres parties doivent toûjours ſe détruire en ſubſtituant y au lieu de v dans la détermination des premieres formules; & rejettant le ſuperflu, on trouvera que la réduite eſt comme on la voit icy en L.

$$L \ldots \quad z = \frac{2yygfvv - 2yffv^3}{2ffv^3 - vy^4 + yyv^3 - gfy^3 - ygfvv}.$$

Ainſi cette réduite L eſt comme une formule pour le Problême propoſé, qui tient lieu de toutes les égalités du premier Article, & l'on peut en regler l'uſage en cette maniere.

1°. On ſubſtituëra dans cette formule les valeurs de f & de g que donnent les égalités des ſous-normales, ſelon ce qui a été dit dans le ſecond Article.

2°. La réſultante ſera diviſible par $v-y$; & la diviſion étant faite, on y ſubſtituëra y au lieu de v. Ce qui donnera la valeur de z.

Comme l'exemple propoſé eſt fort ſimple, il arrivera que la ſubſtitution de $\frac{ym}{p}$ au lieu de f, & celle de $\frac{vm}{p}$ au lieu de g, donnera par cela ſeul $z=\theta$, qui réſout le Problême dans cet exemple, comme on l'a dit cy-deſſus.

REMARQUE. Lorſque les expoſans ſont exprimés en termes generaux dans l'égalité des ſous-normales, & que l'on veut ſe ſervir de la formule L, ſans ſubſtituer au lieu de ces expoſans les nombres qui leur ſont égaux, on auroit quelquefois beſoin de ce Theorême:

Si l'on diviſe v^2-y^2 *par* $v-y$, *& que dans le quotient on*

substitué y *au lieu de* v, *la somme de tous les monomes dont ce quotient est composé vaudra toûjours* ay^{a-1}.

Mais l'on n'a point besoin de ce Theorême quand on se sert des formules que l'on va proposer dans l'Article suivant.

ARTICLE IV. La formule *L* convient aux differens cas de *AB* réelle & de *AB* détruite. Mais l'on peut la réduire au seul cas où cet intervale est aneanti, & en même tems introduire des expressions qui désignent la difference non existante des deux sous-normales, & celle des deux appliquées.

Pour cela je prends $\omega\delta$ pour la difference des appliquées, & $\omega\lambda$ pour la difference des sous-normales. Ce qui donne les égalités marquées icy *N*.

$$N \ldots \begin{cases} v - y = \omega\delta. & \text{Donc } v = y + \omega\delta. \\ g - f = \omega\lambda. & \text{Donc } g = f + \omega\lambda. \end{cases}$$

Ainsi l'on peut voir que ces differences sont dans le rapport de δ à λ, quelque varieté qui arrive dans le commun diviseur exprimé par ω : Ensorte que si l'on prend le zero absolu pour la valeur de ce commun diviseur, il détruira les differences sans détruire les rapports. Ce qui est conforme à ce qui avoit été dit dans le Journal des Sçavans du 28 May 1694, où j'ay donné la maniere d'introduire ces differences dans une égalité, pour autant d'inconnuës qu'on voudra.

Suivant ce Journal il faut prendre les valeurs de *v* & de *g* marquées *N*, & les substituer dans l'égalité *L*, qui est dans cette occasion l'égalité proposée.

Du résultat de la substitution il faut ôter la même égalité *L*, & diviser par ω celle qui vient de la soustraction.

Enfin il faut substituer le zero absolu au lieu de ω dans l'égalité que donne la division, & l'on trouvera celle qui se voit icy en *P*.

$$P \ldots \quad z = \frac{yyf\lambda - yff\delta}{yy\delta - yf\lambda + 2ff\delta}.$$

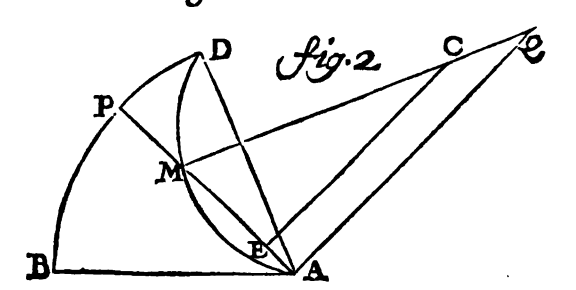
Pour l'usage de cette formule on prendra l'égalité des sous-normales, & je suppose icy pour le premier cas qu'il

n'y ait point d'autres inconnuës dans cette égalité que y & f, dont l'une exprime les appliquées, & l'autre les sous-normales mêmes.

On regardera cette égalité des sous-normales comme l'égalité generatrice d'une Courbe geometrique, & l'on en tirera la formule des Tangentes à l'ordinaire. En quoi il faut se souvenir que δ est relative à y, & λ relative à f, comme on le voit en *N*.

Par le moïen de cette formule & de celle qui est en *P*, il sera facile de faire évanoüir δ ou λ, & cette expression ayant disparu, on aura la valeur de z dont il est question. L'exemple éclaircira cette regle.

Soit la Courbe *AMD* une des spirales à l'infini, formée dans un secteur de cercle *DAB* avec une proprieté telle, qu'ayant mené un rayon quelconque *AMP*, & ayant nommé l'arc entier *BPD*, b; sa partie *BP*, π; le rayon *AB*, a; & sa partie *AM*, y; on ait la proportion marquée *Q*.



$$Q \ldots \quad b : \pi :: a^m : y^m. \text{ ou } by^m = a^m \pi.$$

Il s'agit de trouver le rayon de sa dévelopée au point donné *M* par la regle précedente.

Ayant pris f pour la sous-normale *AQ*, & prenant sa valeur dans l'égalité proposée marquée *Q*, on aura l'égalité *R*.

$$R \ldots \quad mby^{m-1}f = a^{m+1}.$$

Regardant cette égalité *R* comme la generatrice d'une Courbe geometrique, & prenant la formule des soustangentes qui conviendroit à cette Courbe, on trouvera qu'elle est divisible par mby^{m-2}, & que cette division la réduit aux termes que l'on voit icy en *S*.

$$S \ldots \quad y\delta + mf\lambda = f\lambda.$$

Comparant cette formule S à la formule P, pour faire évanoüir δ ou λ, on trouvera la valeur de z marquée T.

$$T \ldots \quad z = \frac{-mffy}{yy + ff + mff}.$$

Comme cette valeur est negative, elle rebrousse chemin de l'autre côté du point fixe A vers le point M, & donne un point E par lequel menant une perpendiculaire sur AP, on aura MC pour le rayon de la dévelopée au point donné M.

J'ay supposé pour le premier cas de la methode que l'égalité des sous-normales ne renfermoit que l'expression de l'appliquée, & celle de la sous-normale, ou de la soustangente, & c'est aussi le cas le plus ordinaire. Mais si l'expression des abscisses BP se trouvoit dans l'égalité des sous-tangentes ou des sous-normales, & que cette abscisse ne disparut point par l'operation que prescrit la methode, on pourroit toûjours la faire évanoüir en comparant la formule des sous-normales à l'égalité generatrice de la Courbe, & par cela seul le second cas seroit réduit au premier.

Comme on ne fait évanoüir l'expression des abscisses que pour ne pas introduire leurs differences, on peut retenir cette expression quand on a les moïens d'exclure ces differences; & l'on a toûjours des moïens suffisans pour cela, quand on rappelle les égalités qui se presentent dans la recherche des sous-normales. Car parmi ces égalités il s'en trouve plusieurs qui renferment la difference des abscisses, & qui servent en plusieurs manieres à la chasser des formules que fournissent les égalités des sous-normales.

Ainsi l'on a dans ce Memoire une voïe pour trouver le rayon de la dévelopée à un point donné d'une Courbe proposée. Mais il ne faut pas oublier de substituer dans la recherche des tangentes ou des sous-normales, toutes les valeurs des quantités connuës, pour distinguer leurs formules, & pour en faire le choix, selon ce qui a été dit dans le Journal du 13 Avril 1702. Car il est bien évident que la pluralité des tangentes dans un même point de la Courbe

proposée,

proposée, fournira plusieurs rayons dans sa dévelopée. Mais comme les regles de ce Journal n'ont été faites que pour les lignes Geometriques, il faudra d'autres regles pour les appliquer aux lignes Mécaniques, & il y a des cas où il se trouveroit des difficultés considerables, à cause d'une égalité inaccessible qui est ordinairement sous-entenduë dans la définition de ces lignes, & qui en fait le mécanisme ou la transcendance.

Pour la démonstration des Regles que j'ai proposées ici, je pourrois me servir du privilege des Geometres qui prétendent avoir démontré leurs methodes quand ils ont marqué les voïes qu'ils ont tenuës dans leurs recherches. Comme j'ai fait ici un assez grand détail pour marquer la route que j'ai suivie, & que je n'y ai emploïé aucun principe contesté ; il sera facile de sçavoir ce que l'on doit croire des Regles qui en résultent, & des differentes façons que j'ay proposées pour en abreger le calcul. On a vû comment j'ay tiré dans le troisiéme Article une formule de ce qui avoit été dit dans les Articles précedens sans me servir des differences ; & l'on verra aussi que la Theorie de ces Articles fournit les preuves de cette formule & de celle du quatriéme Article, où j'ay exprimé la difference des grandeurs variables. On sçait que le rayon de la dévelopée est un rayon de tangente qui appartient à un des rameaux de la Courbe proposée, & que les autres rayons de tangente du même rameau ne peuvent rencontrer ce rayon de dévelopée dans le point qui le termine. Sur cette idée on peut aisément se servir du détail des deux premiers Articles pour s'assurer par des réductions à l'impossible du succés des Regles que j'ai données ici. Mais l'on peut encore s'en assurer par des preuves positives, si l'on regarde le rayon de la dévelopée comme deux rayons de tangente tellement unis que l'intervalle de l'un à l'autre soit plus petit qu'aucune quantité donnée.

Pour voir naître les Regles, on peut d'abord supposer que la secante *AB* * est mobile autour du point *A*, de *B* * V. Fig. 1.

vers *C*, enſorte que la partie interceptée *AB* diminuë de plus en plus, juſqu'à ce que cette ſecante devienne tangente en *A*, & que dans ce mouvement l'angle *LAB* eſt toûjours un angle droit. Ainſi *AL* eſt le rayon de cette tangente dans le cas où l'intervalle *AB* eſt entierement détruit, qui eſt auſſi le cas de $v=y$.

Pour fixer ces ſuppoſitions generales à chaque Courbe particuliere & au Problême propoſé, j'ay introduit l'égalité des ſous-normales qui ſe tire de la définition de cette Courbe, & j'ay ſuppoſé que le point *A* eſt un point donné ſur la même Courbe; de maniere que la ſous-normale eſt donnée pour le point donné, & qu'elle eſt indéterminée pour le point ſuppoſé.

Enſuite j'ay exprimé par d'autres égalités les rapports des ſous-normales aux lignes de la figure qui renferme le rayon de la dévelopée; & le Problême qu'expriment toutes ces égalités eſt tellement conçû, qu'il ſe trouve entierement déterminé, lorſque le point ſuppoſé tombe ſur le point donné. Enfin j'ay fait $v=y$ pour la réünion de ces deux points, & je n'ay point introduit cette petite égalité dans les réduites particulieres qui réſultent de l'évanoüiſſement des inconnuës, parceque cela auroit pû favoriſer l'évaſion des rapports qui ſont neceſſaires au Problême. J'ay obſervé de ne l'introduire que dans la derniere réduite; & c'eſt toûjours un moïen ſûr pour retenir ces rapports fuyans: De maniere que la ſubſtitution retrograde des valeurs réſoudra pleinement le Problême algebrique; & ce Problême étant réſolu, il eſt évident ou facile de prouver que les mêmes valeurs donnent la ſolution Problême propoſé.

Du reſte, les deux points *A* & *B* ayant été réünis pour former le rayon de la dévelopée, on peut demander ſi ces deux points ſont contigus ou continus, ou bien ſi l'un eſt confondu dans l'autre, & faire d'autres queſtions fort curieuſes ſur ce ſujet. Mais l'on peut ſans cela réſoudre le Problême propoſé, & ſe ſervir de la réſolution qu'on a trouvée pour ſe conduire dans ces queſtions acceſſoires.

REMARQUES.

Au lieu des expressions δ & λ dont je me suis servi pour la formule *P*, j'aimerois mieux les caracteres du calcul differentiel, parcequ'ils rappellent l'idée des inconnuës qui leur sont relatives. Je ne voudrois pas neanmoins m'en servir pour trouver les formules, ni pour les démonstrations; car ces caracteres seroient incommodes dans ces deux cas, quand on se sert des voïes que j'ai tenuës. Mais ils sont commodes dans la pratique, soit pour tirer ces formules de leurs égalités generatrices, soit pour les comparer à d'autres formules dans les differens usages que l'on en peut faire. Ainsi la formule *P* étant une fois trouvée par la Theorie dont on se sert, il seroit bon d'y substituer dy au lieu de δ, & d'y substituer encore df à la place de λ. Alors cette formule *P* seroit exprimée comme on le voit ici en *V*.

$$V \ldots \quad z = \frac{yyfdf - ffydy}{yydy - yfdf + 2ffdy}.$$

Et faisant de semblables substitutions dans la formule *S* qui a été tirée de l'égalité des sous-normales, cette formule sera exprimée comme on le voit ici en *X*.

$$X \ldots \quad ydy + mfdf = fdf.$$

Comparant la formule *X* à la formule *V* pour faire évanoüir dy ou df, on aura la même valeur de z qui a été marquée ci-dessus en *T*, & que l'on voit encore icy.

$$T \ldots \quad z = \frac{-mffy}{yy + ff + mff}.$$

Cette valeur de z étant substituée dans la premiere des deux égalités marquées *D* dans le premier Article, on aura la valeur de x, & il est évident que ces deux valeurs donnent le rayon de sa développée.

Ayant trouvé une formule comme *V*, on peut la transformer en autant de manieres qu'on voudra, & en regler l'usage, comme on le va voir ici.

1°. On supposera une égalité dans laquelle se trouvent les inconnuës de la formule proposée, & l'on y introduira une autre inconnuë. Soit $\frac{f}{y} = r$ pour exemple de l'égalité supposée.

2°. On prendra la difference de cette égalité par les Regles du calcul differentiel, ou suivant le Journal du 28 May 1694. Dans cet exemple la difference donnera l'égalité $\frac{ydf - fdy}{yy} = dr$.

3°. Par le moïen de ces deux égalités & de celle que l'on veut transformer, on fera évanoüir f & df, & la résultante sera la transformée que l'on demande.

Prenant la formule V pour la proposée, on aura la transformée que l'on voit ici en H.

$$H \ldots \quad z = \frac{yyrdr}{dy - yrdr + rrdy}.$$

4°. Pour l'usage des transformées, il faudra comparer l'égalité des sous-normales avec l'égalité supposée pour en faire évanoüir f, & regarder l'égalité résultante comme l'égalité generatrice d'une Courbe geometrique dont r & y sont les inconnuës. Ensuite l'on prendra la premiere formule differentielle que fournit cette égalité ; & comparant cette formule à la transformée H, on fera évanoüir dr ou dy. Ce qui donnera la valeur de z, & par consequent le rayon de la dévelopée. Ainsi voulant trouver le rayon de la dévelopée dans l'exemple de l'Article IV. il faudra se servir de $\frac{f}{y} = r$, ou $f = yr$ pour faire évanoüir f de l'égalité des sous-normales marquée R. Ce qui donneroit $mby^m r = a^{m+1}$. Et regardant cette égalité comme la generatrice d'une Courbe geometrique, sa difference sera $ydr + mrdy = 0$, laquelle étant comparée à la formule H pour en faire évanoüir dy ou dr, on trouvera la valeur de z marquée en T dans le quatriéme Article.

Si l'on veut que la loi des homogenes soit visible dans la transformée H, il faut que cette loi soit visible dans

la supposée. Ainsi au lieu de $\frac{f}{y}=r$, il faudroit prendre $pf=yr$, & faire d'ailleurs comme il a été dit. Car la constante p s'évanoüira toûjours dans l'operation.

Les trois inconnuës $f. y. r.$ peuvent être disposées dans l'égalité supposée en mille manieres, & delà faire varier les transformées en mille façons. On peut même introduire des indéterminées dans cette égalité, & s'en servir pour réduire la formule aux termes les plus simples, comme on le dira dans un autre Memoire.

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune du mois d'Avril 1707 au Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue.

PAR M. DE LA HIRE.

LE Pere Bouttin de la Compagnie de Jesus Missionnaire, a fait au Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue plusieurs observations de l'Eclipse de Lune du mois d'Avril 1707, lesquelles nous ont été communiquées par le R. P. Goüye. Mais comme il n'avoit pas d'instrumens pour mesurer les doits éclipsés dont il rapporte les observations, je crois qu'il faut s'en tenir à ses deux observations de l'Immersion totale de la Lune dans l'ombre, & de son Emersion, qui sont les plus faciles à observer à la vûë simple, & surtout à cause que l'intervalle entre ces deux phases s'accorde avec nos observations. 1707. 6. Aoust

Il observa donc l'Immersion à $8^h\ 9'\ 0''$ du soir le 16
Avril, & nous le 17 au matin à 0 55 30.
Donc difference . . . . . . 4 46 30.
Il observa l'Emersion à . . 9 57 30 du soir,
& nous le matin suivant à . . . 2 43 0.
Donc difference . . . . . . 4 45 30.

Il rapporte la maniere dont il a reglé la montre qui lui

servoit, laquelle paroît assez juste : mais par l'observation d'une autre Eclipse qu'il fit au même lieu un an auparavant, nous avions trouvé la difference de $5^h 24' 30''$, & par consequent cette derniere observation donneroit la difference de longitude entre Paris & le Port de Paix à S. Domingue de 38' d'heure, ou $9^\circ \frac{1}{2}$ moindre que par la premiere, qui étoit plus grande que celle des bonnes Cartes de 6°. Celle-cy donneroit donc la longitude du Port de Paix seulement moindre de $3^\circ \frac{1}{2}$ que ces Cartes. Il marquoit dans son observation de 1706 qu'il n'étoit pas bien seur de l'heure.

Il ajoûte que les Pilotes estiment la hauteur de Pole au Port de Paix de 20° précisément.

DES MOUVEMENS

Faits dans des milieux qui leur résistent en raison quelconque.

PAR M. VARIGNON.

1707. 13. Aoust. MOnsieur Newton dans le Livre qu'il nous a donné *De Principiis Math. Philos. natur.* Liv. 2. Sect. 1. 2. & 3. M. Leibnitz dans les Actes de Leipsik de 1689. pag. 39. &c. M. Hugens dans son discours de la cause de la pesanteur pag. 168. &c. Et M. Wallis dans ses Oeuvres Mathematiques Tom. 2. chap. 101. pag. 438. &c. ont traité fort doctement de la résistance du milieu au mouvement des corps. Voici ce qui m'est aussi venu en pensée sur cette matiére, le tout compris en une Proposition générale, d'où résulte en plusieurs maniéres, non-seulement tout ce que ces quatre grands Geometres ont conclu de leurs hypothêses; mais encore ce qui suit de plusieurs autres faites à volonté : Tout cela paroîtra dans les Problêmes suivans, & dans leurs Corollaires.

Quelques Philosophes, même Mathematiciens, croïent

que la résistance de l'air réduiroit enfin à l'égalité, & dans un tems fini, l'accélération des corps qui y tombent, c'est à dire que cette résistance retarderoit leurs vitesses jusqu'à ne s'y accélérer plus du tout, & à devenir enfin uniformes aprés un tems fini pour chacun, en regardant la pesanteur comme une force constante & toûjours la même à la maniére de Galilée. On verra cependant dans un autre Mémoire que cela ne sçauroit arriver dans l'hypothêse des résistances en raison des vitesses, ni même dans celle où les résistances du milieu seroient en raison des quarrés des vitesses, comme on le pense d'ordinaire. On verra, dis-je, que ces résistances n'empêcheront jamais les corps qui tombent, de s'accélérer, & que quoiqu'ils aïent un terme d'accélération, duquel ils approchent incessamment, il leur faudroit un tems infini pour y arriver. Ainsi il faut que ceux qui pensent que les corps qui tombent, peuvent arriver enfin à ce terme d'accélération aprés un tems fini, s'appuïent sur quelque hypothêse différente des deux précédentes touchant la résistance du milieu où ces corps tombent. Je dis plus : quand même ils y emploïeroient l'hypothêse des résistances en raison des sommes faites des vitesses & de leurs quarrés, quoique plus vrai-semblable encore que la seconde des deux précédentes, qui passe pourtant d'ordinaire pour l'être le plus; on verra dans la suite qu'ils n'y trouveroient pas encore leur compte, & que dans cette hypothêse il faudroit encore un tems infini aux corps qui tombent, pour arriver à une vitesse uniforme, quoiqu'ils aïent aussi un terme d'accélération, & que la vitesse à laquelle ils peuvent arriver, même dans un tems infini, ne soit encore que finie. Mais sans se mettre en peine de déviner quelle peut être l'hypothêse de ces Philosophes touchant les résistances, s'il est vrai qu'ils en aïent quelqu'autre que les précédentes; il suffit, ce me semble, de les inviter (ainsi qu'on fait ici) d'en faire l'application à nôtre Proposition générale; & ils verront, comme dans les Problêmes suivans, ce qui leur en doit enfin résulter. Soit donc

DÉFINITION I.

On appelle ici *Résistances instantanées*, ou simplement *Résistances*, ce que le milieu dans lequel un corps se meut, lui fait d'obstacle à chaque instant. D'où l'on voit que ces résistances instantanées doivent toûjours être proportionnelles aux diminutions de vitesse, qu'elles causent au mouvement de ce corps à chaque instant; & qu'ainsi les expressions de ces résistances peuvent être également celles de ces diminutions instantanées de vitesse, & réciproquement.

DÉFINITION II.

Ces résistances instantanées s'appelleront *continuëment successives*, lorsque sans interruption elles seront toutes de même genre; sçavoir toutes finies, ou toutes infiniment petites du premier genre, &c. La somme de tout qui s'en fera dans un tems fini, s'appellera *Résistance totale*. Les instans seront pris dans la suite tous égaux entr'eux : ce seront des parties de tems infiniment petites du premier genre.

DÉFINITION III.

Ce qu'un corps a de vitesse à chaque instant, s'appellera ici *vitesse instantanée*, quoique le simple nom de *vitesse* signifie la même chose, puisqu'il n'y a point de vitesse qui ne soit instantanée : c'est de peur qu'on ne s'y méprenne qu'on parlera ainsi dans la suite, ce qui ne coûtera qu'un mot de plus.

DÉFINITION IV.

On appellera aussi dans la suite *vitesses primitives*, ou *primitivement* telles ou telles, celles que le mobile auroit euës sans la résistance du milieu, c'est à dire dans un milieu sans résistance ni action, tel qu'on imagine d'ordinaire le vuide. Le mouvement que ce corps auroit dans un tel milieu, s'appellera aussi *mouvement primitif*, ou *primitivement* tel ou tel : par exemple, *primitivement uniforme*,

nie, si dans un tel milieu il eût dû être uniforme ou d'une vitesse toûjours la même; & *primitivement accéléré*, ou *primitivement retardé*, selon qu'il auroit dû y être effectivement accéléré ou retardé : en un mot, *primitivement varié*, selon la variation de vitesses qu'il auroit dû y avoir indépendamment d'aucune résistance ni action de la part de ce milieu.

DÉFINITION V.

On appellera *vitesses restantes*, *vitesses de reste*, *vitesses actuelles*, *vitesses effectives*, ou simplement *vitesses*, ce que la résistance du milieu en laissera au mobile; *vitesses perduës*; ou *éteintes*, ce que cette résistance lui en ôtera; & enfin *vitesse terminale*, la plus grande qu'il puisse aquerir malgré cette résistance, ainsi que l'appelle M. Hugens.

AVERTISSEMENT.

La lettre l exprimera dans la suite le mot de *logarithme*, comme les lettres d & $\int$ expriment d'ordinaire ceux de *différence* ou *différentielle*, & de *somme* : de sorte que ces lettres ne signifieront dans la suite que ces mots dont elles seront les caractéristiques. Pour la lettre q qu'on ajoûtera toûjours dans la suite aux sommes des differentielles à intégrer, elle y signifiera toûjours ce qu'il pourroit y avoir de constant à ajoûter ou à retrancher de ces sommes ou intégrales pour les rendre justes & précises; ce qu'on déterminera dans la suite.

LEMME I.

Les Résistances instantanées continuëment successives d'un milieu quelconque à un mouvement fini quelconque, & d'une durée finie, sont infiniment petites par rapport à la force persévérante productrice de la vitesse finie du corps mû.

DÉMONSTRATION.

Si ces résistances instantanées étoient finies, leur multitude infinie dans un tems fini, feroit une résistance to-

tale infinie; & par conséquent beaucoup plus grande qu'aucune force persévérante finie. Ainsi cette force n'auroit pas fourni pendant ce tems fini à produire le mouvement supposé; & par conséquent ce mouvement n'auroit pas duré pendant tout ce tems, ce qui est contre l'hypothêse. Donc, &c.

LEMME II.

La somme des vitesses instantanées d'un corps mû de quelque maniére que ce soit, est toûjours proportionnelle à la longueur du chemin qu'elles lui font parcourir l'une aprés l'autre par instans.

DÉMONSTRATION.

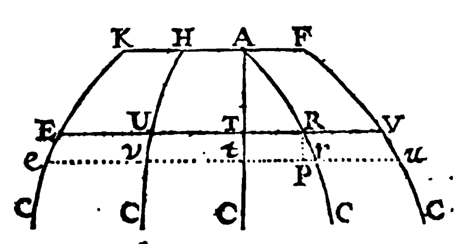
Soit e cet espace parcouru pendant le tems t, & de l'espace parcouru pendant chaque instant dt, avec une vitesse instantanée appellée u. Cette vitesse ne consistant que dans le raport de de à dt, il est manifeste que l'on aura ici $u = \frac{de}{dt}$, ou $udt = de$. Donc aussi $\int udt = e$. *Ce qu'il falloit démontrer pour ne pas renvoyer à la pag. 226.*

PROPOSITION GÉNÉRALE.

Soit un corps quelconque, qui en mouvement dans un milieu sans résistance ni action pendant les tems AT, *dût avoir des vitesses qui fussent à la fin de ces tems, comme les ordonnées correspondantes* TV *d'une Courbe quelconque* FVC *: c'est à dire, dont les vitesses primitives à la fin des tems* AT, *fussent comme les ordonnées correspondantes* TV *d'une Courbe quelconque* FVC *dont l'axe soit* AC. *Trouver en général les résistances de ce milieu, ce qu'elles laisseroient de vitesses au mobile à la fin des tems* AT, *ce que ces vitesses restantes lui feroient parcourir d'espace pendant ces tems, &c.*

SOLUTION.

Soient les droites EV, eu, infiniment proches l'une de l'autre, perpendiculaires en T, t, de même que KF en A,



ſur l'axe *AC*; & dont les parties *TR*, *tr*, expriment les réſiſtances que le milieu aura faites au corps mû pendant les tems *AT*, *At*. Soit *ARC* la Courbe à laquelle ſe terminent toutes ces réſiſtances totales *TR*, *tr*, égales aux forces par elles éteintes ou aux viteſſes perduës pendant ces tems *AT*, *At*, correſpondans. Soit auſſi la Courbe *HVC*, laquelle ait par tout ſes ordonnées *VT* = *RV* correſpondantes, leſquelles expriment les viteſſes reſtantes à la fin des tems *AT*, & qui jointes aux perduës *TR*, rendent les ordonnées *TV* de la Courbe *FVC* pour les viteſſes primitives correſpondantes.

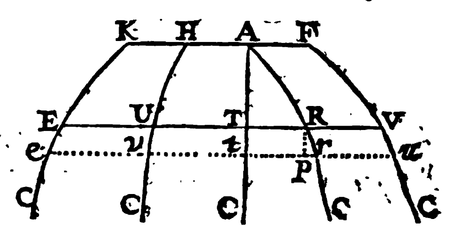
Il eſt manifeſte par le Lem. 1. que chaque difference *Pr* des réſiſtances totales *TR*, *tr*, exprimera la réſiſtance que le milieu doit faire pendant chaque inſtant *Tt*, à la viteſſe reſtante *RV* ou *TV* à la fin de chaque tems correſpondant *AT*. Donc en prenant les ordonnées *TE*, *te*, de la Courbe *KEC* pour les puiſſances, ou plus généralement pour les affections quelconques des viteſſes, &c. que ſuivent ces réſiſtances inſtantanées; l'on aura par tout *Pr* en raiſon conſtante à *TE*, c'eſt à dire que la fraction $\frac{Pr}{TE}$ ſera conſtante; & conſéquemment auſſi que $\frac{Pr}{TE} = \frac{Tt}{a}$ ſera l'équation générale des Courbes *ARC*, *HVC*, en prenant les inſtans *Tt* conſtans de même que la grandeur *a*.

Donc en appellant *AT*, *t*; *TR*, *r*; *TE*, *z*; *TV*, *v*; *RV* ou (*hyp.*) *TV*, *u*; & conſéquemment auſſi *Tt*, *dt*; & *Pr*, *dr*; outre $r = v - u$, & $dr = dv - du$: l'on aura en général $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$, ou $\frac{dv - du}{z} = \frac{dt}{a}$, pour l'équation des Courbes *ARC*, *HVC*, laquelle caracteriſée pour chacune par l'introduction de ce que les Courbes données *FVC* & *KEC* leur aſſigneront de particulier, donnera tout ce qu'il falloit ici trouver, ainſi qu'on le verra dans les Problêmes ſuivans.

Pour éviter la confusion dans l'usage qu'on fera dans la suite des quatre Courbes qu'on voit ici, la première ARC *s'appellera* Courbe des résistances totales; *la seconde* FVC, Courbe des vitesses primitives; *la troisiéme* HUC, Courbe des vitesses restantes; *& la quatriéme* KEC, Courbe des résistances instantanées, *parceque ces résistances sont exprimées par les ordonnées* ET, *comme les totales par les ordonnées* TR *de la Courbe* ARC. *Cela posé, voici quelques conséquences de la Solution précédente.*

COROLLAIRE I.

Puisque (*hyp.*) *TU* est par tout ici égale à *RV* correspondante, il est manifeste que lorsque la Courbe *FVC* des vitesses primitives passera par *A*, c'est à dire lorsque ces vitesses commenceront à zero, la Courbe *HUC* des vitesses restantes passera aussi par *A*, ces vitesses commençant de même à zero : de sorte que *AF* & *AH* seront alors également nulles ou zero.



COROLLAIRE II.

De ce que (*hyp.*) les Courbes *FVC*, *ARC*, *HUC*, donnent par tout *RV*=*TU*, il suit manifestement aussi que les aires correspondantes *ARVF*, *ATUH*, seront de même par tout égales entr'elles.

COROLLAIRE III.

Puisque (*Lem. 2.*) chaque espace parcouru est toûjours comme la somme des vitesses instantanées *RV* ou *TU* emploïées à le parcourir; les espaces parcourus pendant les tems *AT*, seront toûjours entr'eux comme les aires *ARVF* ou *ATUH* correspondantes; & ce qu'il en reste à parcourir, comme les aires restantes *CRVC* ou *CTUC*.

COROLLAIRE IV.

Donc auſſi (*Lem.* 2.) l'eſpace parcouru pendant chaque tems *AT* (*t*) avec les viteſſes retardées par la réſiſtance du milieu dont il s'agit ici, ſera toûjours à ce qui en auroit été parcouru ſans cette réſiſtance pendant ce même tems, comme *ARVF* ou *ATUH* eſt à *ATVF*.

COROLLAIRE V.

Ainſi ce que la réſiſtance du milieu en empêche d'être parcouru pendant chaque tems *AT*, eſt toûjours comme l'aire correſpondante *ART*, c'eſt à dire, comme la ſomme des réſiſtances totales *TR* qui ſe ſont trouvées pendant tout ce tems *AT*.

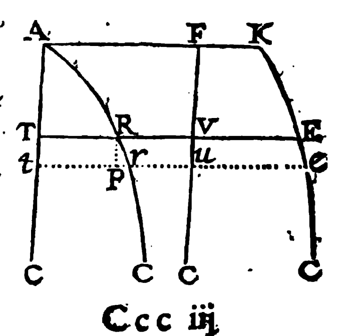
COROLLAIRE VI.

Puiſque dr (*Pr*) eſt à z (*TE*), ou à zdt (*ETte*) en raiſon conſtante, à cauſe de dt ſuppoſée par tout ici conſtante; l'on aura auſſi toûjours r (*TR*) proportionnelle à $\int z dt$ (*ATEK*): c'eſt à dire que les réſiſtances totales ou les viteſſes perduës à la fin des tems *AT*, ſeront entr'elles comme les aires correſpondantes *ATEK*.

Voilà en général pour toutes ſortes de mouvemens retardés par des réſiſtances en raiſon quelconque du milieu, quels que fuſſent auſſi ces mouvemens primitivement & ſans aucune réſiſtance. Voici preſentement en particulier pour ceux qui primitivement & ſans réſiſtances ſeroient uniformes.

COROLLAIRE VII.

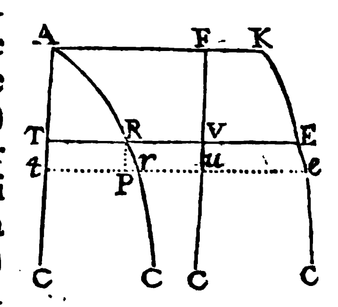
Si preſentement on ſuppoſe que le mouvement qu'on a regardé juſqu'ici d'une variation de viteſſes à volonté, quand même le milieu ne lui auroit fait aucune réſiſtance, fût ici uniforme primitivement & ſans la réſiſtance de ce milieu; il eſt manifeſte que



la Courbe *FVC*, qui par ses ordonnées *TV* exprimoit ci-dessus des vitesses primitives variées (v) telles que ce mouvement les auroit euës sans la résistance du milieu, doit ici dégenerer en une ligne droite parallele à *AC*, toutes ses ordonnées *TV* (v) devenant chacune égale à la constante *AF*, que j'appelle ici a, laquelle y doit exprimer la premiére vitesse du corps mû au commencement *A* du tems *AT*. Ce qui donnant ici $v = a$ constante, & conséquemment $dv = o$, & $dr\ (dv - du) = -du$; la seconde $\frac{dv - du}{z} = \frac{dt}{a}$ des deux formules générales trouvées dans la Solution précédente, se changera ici en $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$. Pour la premiere $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$, elle demeurera ici la même que là, avec cette seule différence que r qui étoit là $= v - u$, sera ici $= a - u$.

COROLLAIRE VIII.

Puisqu'ici (*Cor.* 7.) on a $dr = -du$, il est manifeste que la Courbe *ARC* des résistances totales, doit être ici la même par raport à l'axe *FC*, que celle *HUC* des vitesses restantes (u) étoit dans la premiere figure par raport à l'axe *AC*; & qu'ainsi *ARC* sera ici tout ensemble la Courbe des résistances totales (r) par raport à l'axe *AC*, & des vitesses restantes (u) par raport à l'axe *FC*, sans qu'il soit besoin d'y marquer *HUC*. Quant à la Courbe *KEC* des résistances instantanées, on la suppose ici à droite sur l'axe *FC*, ce qu'elle étoit ci-devant à gauche sur l'axe *AC*, de sorte que ce n'est plus ici *TE*, mais $VE = z$: ce renversement de position se fait ici pour ne rien changer aux figures des Problêmes suivans qui ont été résolus sur celle-ci avant que la premiere me fut venu en pensée.



Voilà quelles sont les premieres conséquences générales de la Proposition précédente. Pour en faire presentement voir l'étenduë & l'usage, en voici l'application à quelques exemples. Et

pour aller des plus ſimples aux plus composés, nous allons commencer par les mouvemens primitivement uniformes, retardés par la réſiſtance des milieux où ils ſe font : nous paſſerons enſuite dans deux autres Mémoires aux mouvemens variés primitifs, retardés auſſi par la réſiſtance des milieux.

PROBLEME I.

Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothêſe des réſiſtances inſtantanées en raiſon des viteſſes reſtantes de primitivement uniformes.*

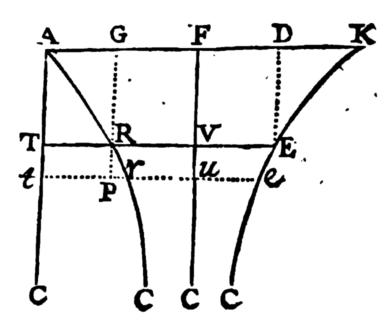
SOLUTION.

Cette hypothêſe donnant $RV(u) = VE(z)$, la premiere équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Propoſition générale, ſe réduira ici à $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$. Ce qui fait voir tout d'un coup que la Courbe *ARC* doit être ici une logarithmique d'une ſoûtangente $= a$ (*AF*) conſtante, & dont *FC* doit être l'Aſymptote.

COROLLAIRE I.

Les inſtans *Tt* ou *Vu* (*dt*) étant ſuppoſés tous égaux entr'eux, ou les tems *AT* ou *FV* (*t*) en progreſſion arithmétique, les viteſſes *RV* (*u*) doivent être ici en progreſſion geométrique, auſſi-bien que leurs différences *Pr*, ou ce qui s'en perd à chaque inſtant par la réſiſtance du milieu.

COROLLAIRE II.

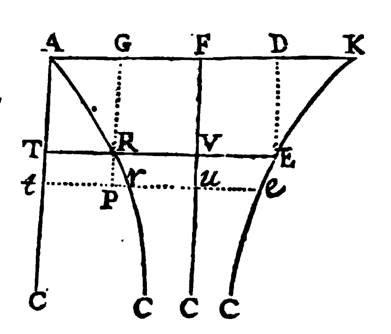


Chaque eſpace parcouru pendant chaque tems *AT* ou *FV*, ſera (*Corol.* 3. *de la Prop. génér.*) comme l'aire correſpondante *ARVF*. Mais l'équation précédente $\frac{t}{a} = \frac{-du}{u}$ donne $\int udt$ (*ARVF*) $= -au + aa$. Donc les eſpaces par-

courus pendant les tems *AT* ou *FV* (*t*), seront ici comme les grandeurs *aa*—*au*, ou (à cause de *a* constante) comme les *a*—*u* correspondantes : c'est à dire (en prolongeant *PR* parallelement à *TA*) comme les différences *AG* de la premiere (*a*) aux dernieres des vitesses (*u*) avec lesquelles ces espaces ont été parcourus, ou comme les résistances totales *TR* (*r*) du milieu pendant les tems *AT*, où bien aussi comme les pertes de vitesses faites pendant ces tems. D'où l'on voit que les décroissemens de ces vitesses sont aussi toûjours entr'eux comme les accroissemens contemporains des espaces parcourus : de sorte que les vitesses perduës seront toûjours ici comme les espaces parcourus, & les restantes comme les espaces à parcourir jusqu'à l'entiére extinction de ces vitesses, ainsi que M. Newton l'a aussi trouvé à sa maniére dans la Prop. 1. Sect. 1. Liv. 2. de ses Princip. Math.

COROLLAIRE III.

On voit de plus (*Corol.* 4. *Prop. génér.*) que l'espace parcouru pendant le tems *AT* ou *FV* (*t*) avec des retardemens ou des résistances qui fussent comme les vitesses retardées, devroit toûjours être ici à ce que le mobile en auroit parcouru pendant le même tems *AT* ou *FV*, d'une vitesse uniforme égale à la premiere *AF* (telle qu'elle auroit été sans la résistance du milieu) :: *ARVF*. *ATVF* : : *aa*—*au*. *at* : : *a*—*u*. *t* :: *AF*—*RV*. *AT* :: *AG*. *AT*.



COROLLAIRE IV.

Puisque (*Cor.* 2.) les espaces parcourus sont ici comme les différences (*AG*) de la premiére (*AF*) aux derniéres (*RV*) des vitesses avec lesquelles chacun d'eux aura été parcouru, & que les restes d'espace à parcourir jusqu'à l'entiére

l'entiére extinction de ces viteſſes, doivent auſſi être ici comme les reſtantes (*RV* ou *GF*) à la fin des eſpaces parcourus, ou au commencement de ceux qui reſtent à parcourir juſqu'à l'entiére extinction de ces mêmes viteſſes ; cette extinction des viteſſes (*RV*) ne devant arriver ici qu'à une diſtance infinie de *AF* du côté de *C*, il eſt manifeſte qu'elle ne doit arriver qu'aprés un tems infini, & qu'il faudroit tout ce tems pour achever ce reſte d'eſpace, quoiqu'il ne ſoit que fini, puiſque (*Corol.* 2.) il eſt ici par tout au parcouru pendant chaque tems *AT* ou *FV* : : *FG*. *GA*.

Corollaire V.

Donc ſi l'on prend *AG* pour l'eſpace parcouru pendant le tems *AT* (*t*), l'on aura ici *GF* pour ce qu'il en reſte à parcourir juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes ; & quelque fini que ſoit l'eſpace entier *AF*, le mobile parti de *A* ſuivant *AF*, n'arrivera jamais en *F*, quoiqu'il en approche toûjours à l'infini.

Corollaire VI.

On voit réciproquement que ſi *AF* eſt l'eſpace entier à parcourir avec des viteſſes primitivement uniformes, mais retardées comme ci-deſſus, depuis leur commencement en *A*, juſqu'à leur entiére extinction ; les parties *AG* de cet eſpace ſeront parcouruës pendant les tems correſpondans *FV* ou *AT* (*t*).

Corollaire VII.

On voit auſſi (*Cor.* 1.) que ſi les eſpaces *FG* qui reſtent à parcourir juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, ſont pris pour des nombres, les tems écoulés correſpondans *AT* (*t*) en ſeront les logarithmes, comme ils le ſont (*Cor.* 1.) des viteſſes reſtantes *RV* (*u*) à la fin de ces tems, leſquelles ſont (*Cor.* 2.) comme ces eſpaces à parcourir en commençant par elles juſqu'à leur entiére extinction.

Corollaire VIII.

Soit preſentement *CF* prolongée vers *K* ; & entre les

aſymptotes *AF*, *FK*, l'hyperbole équilatere *BHK*, que tant de *RG*, *rg*, qu'on voudra prolonger vers elle parallelement à *CK*, rencontrent en *H*, *h*; & des points *R*, *r*, autant de *TV*, *tu*, paralleles à *AF*, leſquelles rencontrent *AC* en *T*, *t*, & *FC* en *V*, *u*. Il ſuit de la Solution précédente qu'en prenant encore *AF* pour la premiere viteſſe du mobile, les parties *Fg*, *FG*, de cette ligne, exprimeront les viteſſes reſtantes à la fin des tems *At*, *AT*; & leurs complémens *Ag*, *AG*, les viteſſes perduës, ou les réſiſtances totales, ou bien auſſi (*Cor.* 2.) les eſpaces parcourus pendant ces tems. De plus puiſque *AT* étant diviſée en parties égales en *t*, *t*, la logarithmique *ARC*, qui rend alors *RV*, *ru*, *ru*, *AF*, & conſéquemment auſſi *FG*, *Fg*, *Fg*, *FA*, en progreſſion geometrique, rend pour lors les aires hyperboliques *BAgh*, *hggh*, *hgGH*, pareillement égales entr'elles, & par conſéquent encore les aires *BAgh*, *BAgh*, *BAGH*, en même proportion que les tems *At*, *At*, *AT*; ces aires *BAgh*, *BAgh*, *BAGH*, exprimeront auſſi ces tems à la fin deſquels ſe trouvent les précédentes viteſſes tant reſtantes *Fg*, *Fg*, *FG*, que perduës *Ag*, *Ag*, *AG*, & les eſpaces parcourus *Ag*, *Ag*, *AG*, à la fin de ces mêmes tems. Ce qui fait voir encore, ainſi que dans le Corol. 4. qu'il faudroit ici un tems infini *KBAFK* pour l'anéantiſſement entier des viteſſes *FG*, & pour parcourir l'eſpace entier *AF*.

Tout cela s'accorde avec la Prop. 2. *Sect.* 1. *Liv.* 2. De Princ. Math. Phil. natur. *de M. Newton*, *& avec les Corollaires qu'il tire de cette Propoſition.*

COROLLAIRE IX.

Puiſque les viteſſes reſtantes *Fg*, *Fg*, *FG*, aprés des inſtans

égaux exprimés par les aires infiniment petites & égales dans lesquelles l'aire totale $KBAFK$ est (*hyp.*) divisée par toutes les gh paralleles à FK, sont (*Corol.* 8.) en progression geometrique décroissante depuis A jusqu'en F; si l'on appelle encore a la premiere FA de ces vitesses, laquelle soit à la seconde Fg :: m. 1. ainsi que le suppose M. Wallis dans le chap. 101. de son Algebre, en faisant $m > 1$; cette seconde vitesse Fg, qui est (*hyp.*) la premiére des restantes, sera $= \frac{a}{m}$; ainsi la troisiéme sera $= \frac{a}{m^2}$, la quatriéme $= \frac{a}{m^3}$, la cinquiéme $= \frac{a}{m^4}$, & ainsi à l'infini: De sorte que la somme de toutes ces vitesses geométriquement décroissantes depuis la premiére (a) jusqu'à zero, sera $= a + \frac{a}{m} + \frac{a}{m^2} + \frac{a}{m^3} + \frac{a}{m^4} + \frac{a}{m^5} + \frac{a}{m^6} +$ &c. $= \frac{ma}{m-1}$, ainsi que M. Wallis l'a trouvée dans le chapitre qu'on en vient de citer, en faisant $a = 1$. Donc (*Lem.* 2.) l'espace parcouru par le moïen de toutes ces vitesses, depuis la premiére AF (a) inclusivement, jusqu'à leur entiére extinction en F, doit être ici $= \frac{ma}{m-1} = \frac{m}{m-1} \times AF$; & par conséquent encore fini, quoique parcouru (*Cor.* 8.) pendant un tems infini $KBAFK$, ainsi qu'on l'a déja trouvé dans les Corol. 4. & 8.

COROLLAIRE X.

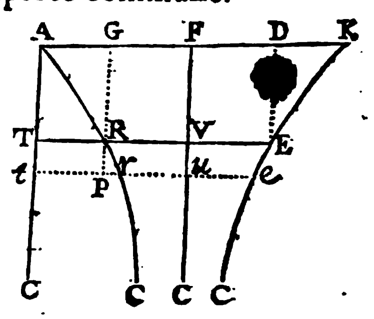
On trouvera de même que l'espace parcouru pendant le tems infini $KHGFK$, doit être ici $= \frac{m}{m-1} \times FG$. Donc (*Corol.* 9.) les espaces parcourus pendant les tems finis $BAGH$, doivent aussi être ici $= \frac{m}{m-1} \times AF - \frac{m}{m-1} \times FG = \frac{m}{m-1} \overline{AF - FG} = \frac{m}{m-1} \times AG$, c'est à dire (à cause de la fraction constante $\frac{m}{m-1}$) comme les différences AG de la premiére vitesse AF à la restante GF aprés le tems $BAGH$, ainsi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 2.

COROLLAIRE XI.

Enfin de ce que (*Solut.*) $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$ donne $\frac{-du}{udt} = \frac{1}{a}$, il est manifeste que de supposer (comme l'on fait ici) les résistances instantanées (dr) du milieu, ou les décroissemens instantanées ($-du$) des vitesses, en raison de ces mêmes vitesses (u), c'est conséquemment supposer ces décroissemens ($-du$) de vitesses, en raison des accroissemens instantanées (udt) des espaces parcourus. Donc cette derniére hypothêse donnera encore tout ce que dessus; & la premiére, tout ce que M. Leibnitz a tiré de celle-ci dans les Actes de Leipsik de 1689. pag. 40. & 41. art. 1.

SCHOLIE.

1°. Il est à remarquer dans ce Problême-ci, que puisqu'on y suppose par tout $RV (u) = VE (z)$, la Courbe KEC doit être ici précisément la même logarithmique que ARC, & n'en différer que de position: l'équation $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$ trouvée dans la Solution pour ARC, se changeant ici en $\frac{-dz}{z} = \frac{dt}{a}$ pour KEC, qui par conséquent doit être aussi une logarithmique de la même soûtangente (a) que ARC, & semblablement placée par raport à l'asymptote FC: une de ces deux Courbes est à droite & l'autre à gauche de cette asymptote commune.



2°. Il suit delà & du Corol. 6. de la Prop. génér. que les vitesses perduës pendant les tems AT, où les résistances totales TR qui les ont détruites, sont toûjours ici proportionelles aux espaces $FVEK$ correspondans, qu'on trouvera (comme dans le Cor. 2.) être entr'eux comme les différences KD des appliquées FK, VE, qui les terminent, c'est à dire (*hyp.*) comme les

différences dont la premiére des résistances instantanées, ou des pertes instantanées de vitesses, surpasse chacune des derniéres de ces résistances ou de ces pertes.

3°. Il suit aussi du Corol. 7. de ce Problême-ci, que si un point, par éxemple une fourmi prise pour un point, avançoit de *A* vers *F* avec des vitesses retardées (comme ci-dessus) en raison de ces mêmes vitesses, le long d'une Regle *AF* qui en même tems coulât uniformément de *F* vers *C* le long de la droite *FC* à laquelle elle fût toûjours perpendiculaire, & son point *A* toûjours sur *AC*; la Courbe *ARC* que ce point ou cette fourmi décriroit alors, seroit une logarithmique qui auroit *FC* pour asymptote. Puisque (*Cor.* 7.) les ordonnées *RV* ou les espaces *FG* qui resteroient à parcourir jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, étant pris pour des nombres, & *FV* pour les tems emploïés à parcourir les *AG* correspondantes, ces tems *FV* seroient les logarithmes de ces ordonnées *RV*.

PROBLÊME II.

Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des quarrés des vitesses restantes de primitivement uniformes.*

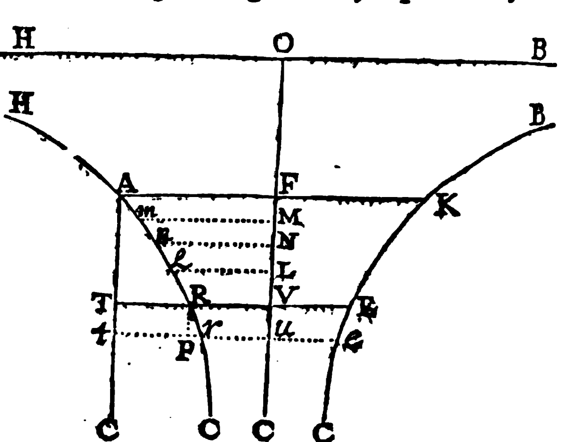
SOLUTION.

Cette hypothêse donnant $\frac{RV \times RV}{AF}$ $\left(\frac{uu}{a}\right) = VE\ (z)$, l'équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Prop. génér. se réduira ici à $\frac{-du}{uu} = \frac{dt}{aa}$; & l'intégrale de cette derniére équation $\frac{dt}{aa} = -u^{-2}du$, sera $\frac{t}{aa} = u^{-1} + q = \frac{1}{u} + q$. Mais parcequ'en *A*, *t* (*AT*) est $= o$, & *u* (*RV*) $= a$ (*AF*), cette intégrale s'y réduiroit à $o = \frac{1}{a} + q$, ce qui donneroit $q = -\frac{1}{a}$; cette intégrale complette sera $\frac{t}{aa} = \frac{1}{u} - \frac{1}{a}$ $= \frac{a-u}{au}$, ou $tu = aa - au$; & cette derniére équation sera celle de la Courbe *ARC* des résistances totales par

Voyez la Figure de la page suivante.

raport à l'axe *AC*, & des viteſſes reſtantes par raport à l'axe *FC*, laquelle Courbe on voit être une hyperbole ordinaire ou d'Apollonius.

Pour la conſtruire, ſoit prolongée *CF* juſqu'en *O*, enſorte que *OF* ſoit $=AF\ (a)$; enſuite du centre *O*, entre les aſymptotes orthogonales *OC*, *OH*, ſoit faite par *A* l'hyperbole équilatere *HAC*. Je dis que ſa moitié *ARC* prolongée à l'infini du côté de *C*, ſera le lieu précédent des réſiſtances *totales* par raport à l'axe *AC*, & des viteſſes reſtantes par raport à l'axe *FC*; puiſque cette hyperbole donnera $OF\times AF = OV\times RV$, c'eſt à dire en termes analytiques, $aa = a+t\times u = au+tu$, ou $tu = aa-au$, qui eſt l'équation qu'il falloit conſtruire, & qui donnera tout le reſte.



COROLLAIRE I.

Puiſque cette équation donne $a.u :: t.a-u ::$ *AT*.*TR*. Et $u.a-u :: a.t ::$ *AF*.*FV*. on voit déja que la premiére viteſſe (a) par où le mouvement a commencé, ſera ici à la viteſſe reſtante (u) aprés quelque tems *AT* ou *FV* (t) que ce ſoit :: *AT*.*TR*. Et que cette viteſſe reſtante ſera à la viteſſe perduë pendant tout ce tems :: *AF*.*FV*.

COROLLAIRE II.

L'aſymptote *FC* de la Courbe *ARC*, fait aſſez voir que les viteſſes *RV* (u) ne s'éteindront jamais ici, & qu'il faudroit un tems *FV* (t) infini pour cela.

COROLLAIRE III.

On voit par le Corol. 3. de la Prop. génér. que ce qu'il y aura ici d'espace parcouru pendant chaque tems *AT* ou *FV* (t), sera toûjours comme chaque aire hyperbolique *ARVF* correspondante. Mais la précédente équation $aa = au + tu$ donnant u (*RV*) $= \frac{aa}{a+t} = a - t + \frac{tt}{a} - \frac{t^3}{aa} + \frac{t^4}{a^3} - \frac{t^5}{a^4} + \frac{t^6}{a^5} -$ &c. en continuant la division de $\frac{aa}{a+t}$ à l'infini, l'on aura $\int udt$ (*ARVF*) $= at - \frac{tt}{2} + \frac{t^3}{3a} - \frac{t^4}{4aa} + \frac{t^5}{5a^3} - \frac{t^6}{6a^4} +$ &c. Donc les espaces parcourus pendant les tems *AT* (t), seront pareillement ici comme ces suites correspondantes, valeurs des aires *ARVF* correspondantes; & par conséquent les vitesses ne s'éteignant ici tout à fait (*Cor.* 2.) qu'aprés un tems infini *AC* ou *FC* qui rend l'aire hyperbolique *CRAFC* infinie, le mobile devroit ici parcourir une longueur infinie dans un tems infini, nonobstant les résistances du milieu en raison des quarrés des vitesses, au lieu que si les résistances n'étoient simplement que comme les vitesses, il n'atteindroit jamais (*Corol.* 5. *Probl.* 1.) qu'à un certain terme, ainsi que M. Hugens le dit seulement en passant (pag. 175. & 176. de son discours sur la pesanteur) comme une chose qu'il croit digne de remarque, & qu'il laisse à chercher.

COROLLAIRE IV.

L'équation supposée $\frac{-du}{uu} = \frac{dt}{aa}$ résultante de la précédente $aa = au + tu$ différentiée, donnant $aa \times \frac{-du}{u} = udt$, ou $\int udt$ (*ARVF*) $= aa \times \int \frac{-du}{u} = aa \times -lu = aa \times l\frac{a}{u}$ en prenant a pour l'unité; il suit delà (à cause de la quantité constante aa) que chacun des espaces parcourus, sera toûjours ici comme le logarithme négatif de u (*VR*) correspondante: aussi trouve-t-on qu'en prenant sur l'asymptote *OC*, des parties *OF*, *OM*, *ON*, *OL*, *OV*,

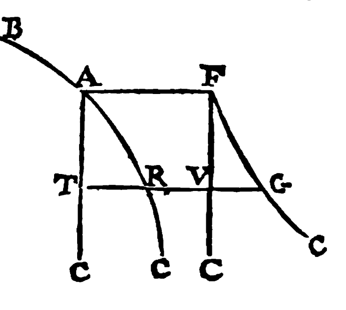
en progreſſion geometrique, & en tirant *Mm*, *Nn*, *Ll*, paralleles à *FA* ou à *RV*, il ſe forme des aires *Fm*, *Mn*, *Nl*, *LR*, toutes égales entr'elles; & qu'ainſi les aires *Fm*, *Fn*, *Fl*, *FR*, qui réſultent de l'addition continuelle de celles-là, devant être en progreſſion arithmetique, doivent être les logarithmes poſitifs des termes de la progreſſion geometrique ſuppoſée *OF*, *OM*, *ON*, *OL*, *OV*, en prenant *OF* (*a*) pour l'unité dont le logarithme ſe trouvera ainſi égal à zero. Mais lorſque ces abſciſſes ſont ainſi en progreſſion geometrique croiſſante, les ordonnées correſpondantes *Mm*, *Nn*, *Ll*, *VR*, qui expriment les viteſſes reſtantes à la fin des tems *FM*, *FN*, *FL*, *FV*, ſuivent la même progreſſion renverſée ou décroiſſante. Donc les aires *Fm*, *Fn*, *Fl*, *FR*, doivent être auſſi les logarithmes de ces viteſſes *Mm*, *Nn*, *Ll*, *RV*; mais négatifs, à cauſe que la progreſſion de ces viteſſes eſt décroiſſante au-deſſous de l'unité *FA* égale (*hyp.*) à *OF*.

COROLLAIRE V.

Donc en prenant les viteſſes reſtantes *RV* (*u*) comme des nombres, les eſpaces parcourus pendant les tems correſpondans *FV* (*t*), en ſeront les logarithmes; & ces tems augmentés chacun d'un tems conſtant exprimé par *OF* comme ils le ſont (*hyp.*) par *FV* ou *AT*, ſeront auſſi comme des nombres, mais d'une progreſſion réciproque à celle des viteſſes.

COROLLAIRE VI.

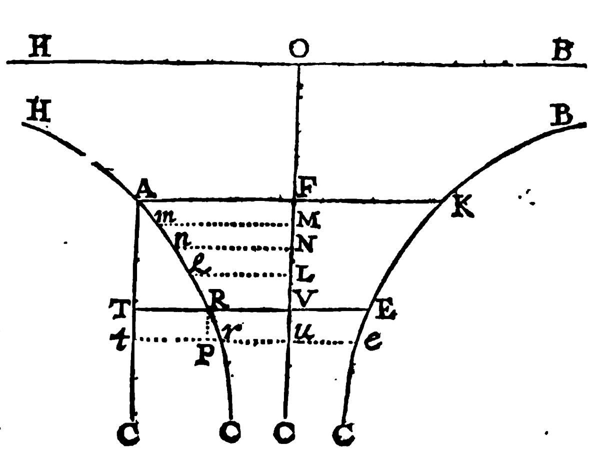
D'où l'on voit que ſi par les points *A*, *F*, on fait deux arcs indéfinis *ARC*, *FGC*, d'une logarithmique qui ait la ſoûtangente $=$ *AF* (*a*), enſorte que *FC* ſoit l'aſymptote du premier, & *AC* celle du ſecond: il ſuit, dis-je, du précédent Corol. 4. que ſi l'on prend en-



core

core RV (u) pour les viteſſes reſtantes de la premiére AF (a), l'on aura preſentement VG pour les tems (t) écoulés depuis le commencement du mouvement, & AT ou FV pour les eſpaces parcourus pendant ces tems; puiſque AT ou FV ſont ici les logarithmes négatifs de RV (u), & les poſitifs de TG ($a+t$). Auſſi en appellant preſentement AT ou FV, e; & VG, t; le premier arc logarithmique ARC donnera-t-il $\frac{-du}{u}=\frac{de}{a}$; & le ſecond FGC, $\frac{dt}{a+t}=\frac{de}{a}$: d'où réſulte $\frac{-du}{u}=\frac{dt}{a+t}$, ou $adu+tdu+udt=0$, dont l'intégrale $au+tu=aa$ eſt l'équation propoſée, réſultante de la donnée $\frac{-du}{uu}=\frac{dt}{aa}$, & déja conſtruite d'une autre maniére dans la Solution précédente. Il eſt manifeſte que FGC eſt ici la continuation AB de CRA dans une autre poſition.

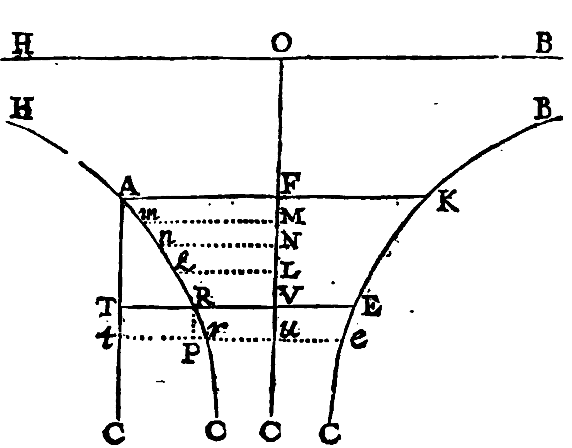
COROLLAIRE VII.



Soit le tout repris & ſuppoſé comme dans la Solution de ce Problême-ci. On ſçait que lorſque les abſciſſes OF, OM, ON, OL, OV, de l'hyperbole HAC, ſont en progreſſion geometrique, leurs différences FM, MN, NL, LV, ſuivent auſſi la même progreſſion. Donc en diviſant ainſi le tems FV en parties FM, MN, NL, LV, qui ſoient en progreſſion geometrique croiſſante, non-ſeulement les eſpaces parcourus pendant ces tems partiaux, exprimés (*Cor.* 3.) par les aires Fm, Mn, Nl, LR, ſeront égaux entr'eux; mais auſſi les vi-

tesses *FA*, *Mm*, *Nn*, *Ll*, par lesquelles ces espaces commencent, & pareillement celles *Mm*, *Nn*, *Ll*, *VR*, par lesquelles ces mêmes espaces finissent, seront dans la même progression renversée ou décroissante. Ce qui est la Prop. 5. Sect. 2. Liv. 2. des Princ. Mathem. de M. Newton.

COROLLAIRE VIII.



Il suit du Corol. 3. que l'espace parcouru avec des retardemens ou des résistances qui fussent comme les quarrés des vitesses retardées, devroit toûjours être à ce que le mobile en auroit parcouru pendant le même tems *AT* ou *FV*, d'une vitesse uniforme égale à la première *AF* :: *ARVF*. *ATVF*. l'aire *ART* des résistances totales étant comme ce qu'elles lui en ont empêché de parcourir.

COROLLAIRE IX.

De ce que l'équation donnée $\frac{-du}{uu} = \frac{dt}{aa}$ dans la Solution, rend $\frac{-du}{uxudt} = \frac{1}{aa}$, il est manifeste que de supposer (comme l'on fait ici) les résistances ou les décroissemens (*—du*) instantanées de vitesses en raison des quarrés (*uu*) de ces mêmes vitesses, c'est conséquemment aussi supposer ces décroissemens (*—du*) de vitesses, en raison composée de ces mêmes vitesses (*u*), & des accroissemens instantanées (*udt*) dont elles font augmenter les espaces parcourus. Donc cette derniére hypothêse donnera encore tout ce que dessus, & la premiére tout ce que M. Leibnitz a tiré de

celle-ci dans les Actes de Leipsik de 1689. pag. 43. art. 4.

SCHOLIE.

Puisque l'hypothêse de cet éxemple-ci donne $z = \frac{uu}{a}$, ou $u = \sqrt{az}$, la substitution de cette valeur de u dans l'équation $aa = au + tu$ qu'on a trouvée dans la Solution, donnera $aa = \overline{a+t} \times \sqrt{az}$, ou $a^3 = \overline{a+t}^2 \times z$ pour l'équation de la Courbe KEC; ce qui fait voir qu'elle doit être ici une hyperbole cubique dont les appliquées VE (z) soient en raison réciproque des quarrés des abscisses OV ($a+t$), & dont les asymptotes soient OC & OB continuation de HO prolongée du côté de B.

Cette équation $a^3 = \overline{a+t}^2 \times z$ donnant $z = \frac{a^3}{\overline{a+t}^2}$ (en prenant $x = a+t$) $= \frac{a^3}{xx} = a^3x^{-2}$, l'on aura $\int z dt$ ($FVEK$) $= \int a^3x^{-2}dx = -a^3x^{-1} + q = -\frac{a^3}{x} + q = -\frac{a^3}{a+t} + q$. Mais parceque le cas de t (FV) $= o$, donne $FVEK = o$, & cependant $-\frac{a^3}{a+t} = \frac{-a^3}{a} = -aa$; l'intégrale précédente s'y réduira à $o = -aa + q$, ce qui donne $q = aa$. Donc la valeur complette de l'aire hyperbolique $FVEK$ doit être $= -\frac{a^3}{a+t} + aa = \frac{aat}{a+t}$. Donc les vitesses perduës, ou les résistances totales TR, devant toûjours être (*Cor.* 6. *Prop. génér.*) comme les aires $FVEK$ correspondantes; ces vitesses perduës, ou ces résistances totales doivent être ici comme les aires hyperboliques $\frac{aat}{a+t}$ correspondantes, ou (à cause de a constante) comme les fractions correspondantes $\frac{t}{a+t}$.

PROBLÊME III.

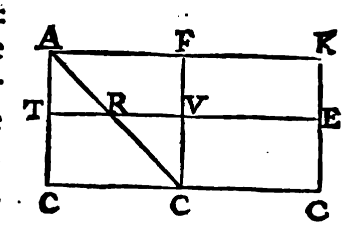
Trouver en général la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des puissances quelconques* n *des vitesses restantes de primitivement uniformes.*

SOLUTION.

Cette Solution donnant $\frac{\overline{RV}^n}{\overline{AF}^{n-1}} \left(\frac{u^n}{a^{n-1}}\right) = VE\ (z)$, la première équation $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Prop. gén. se changera ici en $\frac{-du}{u^n} = \frac{dt}{a^n}$, ou en $\frac{dt}{a^n} = -u^{-n}du$, dont l'intégrale est $\frac{t}{a^n} = \frac{-u^{1-n}}{1-n} + q = \frac{u^{1-n}}{n-1} + q$. Mais parcequ'en *A*, *t* (*AT*) est $= o$, & *u* (*RV*) $= a$ (*AF*), cette intégrale s'y doit réduire à $o = \frac{a^{1-n}}{n-1} + q$; ce qui donne $q = -\frac{a^{1-n}}{n-1}$. Donc cette intégrale complette sera $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$, qu'on aura ici pour équation de la Courbe *ARC* des résistances totales par raport à l'axe *AC*, & des vitesses restantes par raport à l'axe *FC*, laquelle Courbe donnera tout le reste.

COROLLAIRE I.

Si $n = o$; ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient constantes & par tout les mêmes: ce cas réduisant la précédente équation générale à $t = \frac{u-a}{-1} = a - u$; l'on aura par tout ici *AT* (t) $=$ *TR* ($a - u$). D'où l'on voit que la Courbe *ARC* doit dégénérer ici en une ligne droite inclinée de 45 deg. sur chacune des paralleles *AC*, *FC*; ce qui rendra aussi $FC = FA$. On voit delà,



1°. Que l'entiére extinction des vitesses *RV* (u) se

sera ici en *C* dans un tems *FC*=*FA*.

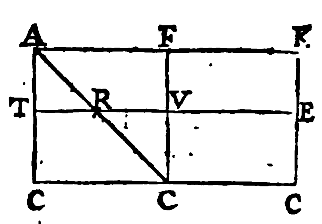
2°. Qu'elles seront entr'elles comme les tems *VC* à écouler jusqu'à leur entiére extinction; & que par conséquent elles doivent ici décroître par des décroissemens ou retardemens instantanées tous égaux entr'eux dans des instans égaux, ainsi qu'on le suppose d'ordinaire des vitesses d'un corps jetté en ligne droite de bas en haut dans l'opinion de Galilée, en conséquence de la seule résistance de la pesanteur constante & alors contraire qu'on suppose dans ce corps considéré pour lors comme dans le vuide, c'est à dire, comme dans un milieu qui n'en accélérât ni retardât le mouvement.

3°. Que les vitesses perduës ou les résistances totales *TR*, seront toûjours ici comme les tems écoulés *AT* ou *FV*.

4°. Que les espaces parcourus pendant ces tems *AT* ou *FV*, seront toûjours ici entr'eux (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme les trapeses correspondans *ARVF*; & à l'espace total parcouru pendant le tems total *FC*, ou depuis le commencement jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, comme ces trapeses au triangle entier *AFC*.

5°. Que l'espace parcouru d'un mouvement ainsi retardé pendant chaque tems *AT* ou *FV*, est (*Cor.* 4. *Prop. génér.*) à ce que le mobile en auroit parcouru pendant ce tems d'une vitesse uniforme égale à sa premiere *AF*, comme chaque trapese correspondant *ARVF* est à chaque parallelogramme correspondant *ATVF*; & qu'ainsi le triangle *ACF* n'étant que la moitié du quarré *ACCF*, l'espace parcouru de ce mouvement retardé jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, ne sera ici que la moitié de ce qui auroit été parcouru en même tems avec le mouvement uniforme. Ce qui s'accorde encore avec ce qu'on a conclu des espaces parcourus dans la supposition précédente (*num.* 2.) de Galilée.

6°. Dans le cas present de $n=0$, l'hypothêse qu'on fait de $z=\frac{u^n}{a^{n-1}}$ dans ce Problême-ci, donneroit $z=\frac{u^0}{a^{-1}}=a$,



c'est à dire VE (z) constante & par tout la même $= a$; ce qui doit faire dégénerer ici la Courbe KEC en une ligne droite parallele à FC ou à AC; & $FCCK$ en un quarré égal à $ACCF$.

COROLLAIRE II.

Si $n = 1$, ou $z = u$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient comme les vitesses restantes, ainsi que dans le Pr. 1. Ce cas réduisant l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$, ou $\overline{n-1} \times t = a^n u^{1-n} - a$, de ce Prob. 3. à $o = au^o - a = a - a$, qui ne donnant que $a = a$, ne donne rien; il faut se servir de la différentielle $\frac{-du}{u^n} = \frac{dt}{a^n}$ de la Solution, que ce même cas réduit à $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$, qui est l'équation, elle-même, du Problême 1. laquelle par conséquent donnera encore ici tout ce qu'on a trouvé dans ce Probl. 1.

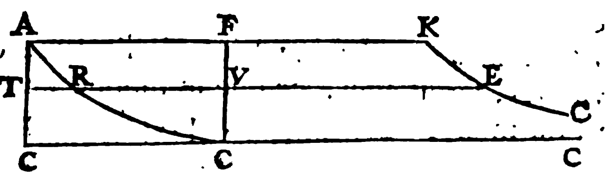
COROLLAIRE III.

Si $n = 2$, ou $z = \frac{uu}{a}$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient comme les quarrés des vitesses restantes, ainsi que dans le Problême 2. Ce cas réduira l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$ du present Prob. 3. à $\frac{t}{aa} = u^{-1} - a^{-1} = \frac{1}{u} - \frac{1}{a} = \frac{a-u}{au}$; c'est à dire, à $tu = aa - au$, ou à $aa = tu + au$, qui est la même que celle qu'on a trouvée pour ce cas dans le Prob. 2. & qui par conséquent donnera encore ici tout ce qu'on a trouvé dans ce Prob. 2.

COROLLAIRE IV.

Si $n = -1$, ou $z = \frac{aa}{u}$, ainsi qu'il arriveroit, si les résistances instantanées étoient en raison réciproque des

vitesses restantes : ce cas réduira l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$ du present Probl. 3. à $\frac{t}{a^{-1}} = \frac{u^2 - a^2}{-2} = \frac{a^2 - u^2}{2}$, d'où résulte $2at = aa - uu$, ou $uu = aa - 2at = 2a \times \overline{\tfrac{1}{2}a - t}$ pour l'équation de la Courbe ARC des vitesses restantes (u) par raport à l'axe FC. D'où l'on voit que cette Courbe devroit être alors une parabole ordinaire décrite du sommet C sur l'axe FC tel que FC fût $= \frac{1}{2}a$ ($\frac{1}{2}AF$), & dont le parametre fût $= 2a$ ($2AF$). D'où l'on voit aussi,



1°. Que l'entiére extinction des vitesses VR (u) se feront ici en C dans le tems $FC = \frac{1}{2}AF$.

2°. Que les vitesses restantes VR (u) seroient comme les racines quarrées des tems VC qui resteroient à écouler jusqu'à l'entiére extinction de ces mêmes vitesses.

3°. Que les vitesses perduës ou les résistances totales, seroient comme les TR ($a - \sqrt{aa - 2at}$) correspondantes.

4°. Que les espaces parcourus pendant les tems AT ou FV, seroient entr'eux (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme les aires paraboliques $ARVF$ correspondantes. Mais on sçait que chaque aire $ARVF = \frac{2}{3}AF \times FC - \frac{2}{3}RV \times VC =$ (à cause de $FC = \frac{1}{2}AF$) $= \frac{1}{3}AF \times AF - \frac{2}{3}RV \times VC$ (à cause de $AF = a$, de RV (u) $= \sqrt{aa - 2at}$, & de $VC = \frac{1}{2}a - t$) $= \frac{1}{3}aa + \frac{2}{3}t - \frac{1}{3}a \times \sqrt{aa - 2at}$. Donc les espaces parcourus pendant les tems AT ou FV (t), seroient aussi pour lors entr'eux comme les quantités $\frac{1}{3}AF \times AF - \frac{2}{3}RV \times VC$, ou $\frac{1}{3}aa + \frac{2}{3}t - \frac{1}{3}a \times \sqrt{aa - 2at}$ correspondantes ; & à l'espace total parcouru jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, comme ces mêmes quantités à l'aire parabolique entiére $ARCF = \frac{2}{3}AF \times FC = \frac{1}{3}AF \times AF = \frac{1}{3}aa$.

5°. Que l'espace parcouru d'un mouvement ainsi rétardé pendant un tems quelconque *AT* ou *FV* (t), seroit (*Cor.* 4. *Prop. génér.*) à ce que le mobile (sans résistance) en auroit parcouru pendant le même tems d'une vitesse uniforme égale à sa premiére *AF* (a), comme l'aire parabolique *ARVF* correspondante est au réctangle *ATVF*, c'est à dire $\because \frac{1}{3}aa + \overline{\frac{2}{3}t - \frac{1}{3}a} \times \sqrt{aa - 2at}. \; at :: aa + \overline{2t - a} \times \sqrt{aa - 2at}. \; 3at$. Et qu'ainsi l'espace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le tems *FC*, c'est à dire (*num.* 1.) jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, seroit aussi à ce que le mobile en auroit parcouru du mouvement uniforme précédent pendant tout ce tems, comme l'aire parabolique entiére *ARCF* est au réctangle *ACCF*, c'est à dire $:: \frac{2}{3} AF \times FC. \; AF \times FC :: 2.3.$ d'où l'on voit qu'il en seroit les deux tiers.

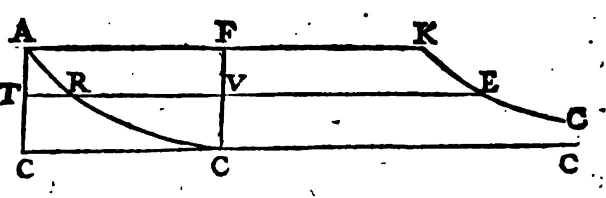
6°. Dans le cas present de $n = -1$, l'hypothêse qu'on fait de $z = \frac{u^n}{a^{n-1}}$ dans ce Problême-ci, donneroit ici $z = \frac{aa}{u}$; & par conséquent $uu = \frac{a^4}{zz}$. Ainsi en substituant cette valeur de uu dans l'équation $uu = aa - 2at$ trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, cette équation se changeroit en une autre $\frac{a^4}{zz} = aa - 2at$, ou $\frac{1}{2}a^3 = \overline{\frac{1}{2}a - t} \times zz$, qui sera celle de la Courbe *KEC*, qu'on voit devoir être ici une hyperbole cubique entre les asymptotes orthogonales *CF*, *CC* prolongée du côté de cette Courbe, laquelle ait les abscisses *VC* ($\frac{1}{2}a - t$) en raison réciproque des quarrés de ses appliquées *VE* (z), & qui passe par un point *K* de *AF* prolongée, tel que *FK* soit $= FA = a$.

7°. Cette équation $\frac{1}{2}a^3 = \overline{\frac{1}{2}a - t} \times zz$ donnant $z = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}a^3}}{\sqrt{\frac{1}{2}a - t}}$ (soit $x = \frac{1}{2}a - t$, & conséquemment aussi $-dx = dt$) $= \sqrt{\frac{a^3}{2x}} = x^{-\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}a^3}$; l'on aura $\int z dt$ (*FVEK*) $= \int -x^{-\frac{1}{2}} dx \sqrt{\frac{1}{2}a^3}$ $= -2x^{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}a^3} + q = -2a\sqrt{\frac{1}{2}ax} + q = -a\sqrt{aa - 2at} + q$. Mais lorsque t (*AT*) est $= o$, l'aire *FVEK* est aussi $= o$; ce qui réduit l'intégrale précédente à $o = -aa + q$, d'où résulte

résulte $q = aa$. Donc cette intégrale ou l'aire complette $FVEK = aa - a\sqrt{aa - 2at}$ (à cause de l'équation $\frac{a^4}{zz} = aa - 2at$ du nomb. 6.) $= \frac{aaz - a^3}{z}$. Donc aussi (*Cor. 6. Prop. génér.*) les vitesses perduës RV (u) pendant les tems AT ou FV (t), ou bien les résistances totales TR (r) qui les ont détruites, doivent être par tout ici entr'elles comme les aires hyperboliques $\frac{aaz - a^3}{z}$ ($FVEK$), ou comme les fractions $\frac{z-a}{z}$ correspondantes.

Corollaire V.

Si $n = -2$, ou $z = \frac{a^3}{uu}$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient en raison réciproque des quarrés des vitesses : ce cas réduira l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$ de ce Problême-ci à $\frac{t}{a^{-2}} = \frac{u^3 - a^3}{-3} = \frac{a^3 - u^3}{3}$, d'où résulte $u^3 = a^3 - 3aat = 3aa \times \overline{\frac{1}{3}a - t}$ pour l'équation de la Courbe ARC des résistances totales par raport à l'axe AC, & des vitesses restantes par raport à l'axe FC. D'où l'on voit que cette Courbe devroit être ici une parabole cubique décrite du sommet C sur l'axe FC, tel que FC fût $= \frac{1}{3}a$ ($\frac{1}{3}AF$), laquelle eût les cubes de ses appliquées RV (u) en raison des abscisses correspondantes VC ($\frac{1}{3}a - t$), & son parametre $= 3aa$. D'où l'on voit aussi,



1°. Que l'entiére extinction des vitesses VR (u) se feroit en C dans le tems $FC = \frac{1}{3}AF$.

2°. Que ces vitesses VR seroient comme les racines cubiques des tems VC qui resteroient à écouler jusqu'à l'entiére extinction de ces mêmes vitesses.

3°. Que les viteſſes perduës ou les réſiſtances totales à la fin des tems AT ou FV (t), ſeroient comme les TR ($a-\sqrt[3]{a^3-3aat}$) correſpondantes.

4°. Que les eſpaces parcourus pendant les tems AT ou FV (t), ſeroient ici entr'eux (*Corol.* 3. *Prop. génér.*) comme les aires paraboliques correſpondantes $ARFV$. Mais on ſçait que chaque aire $ARVF = \frac{3}{4} AF \times FC - \frac{3}{4} VC \times VR$ (à cauſe de $FC = \frac{1}{3} AF$) $= \frac{1}{4} AF \times AF - \frac{3}{4} VC \times VR$ (à cauſe de $AF = a$, VR (u) $= \sqrt[3]{a^3-3aat}$, & de $VC = \frac{1}{3}a - t$) $= \frac{1}{4}aa + \overline{\frac{3}{4}t - \frac{1}{4}a} \times \sqrt[3]{a^3-3aat}$. Donc les eſpaces parcourus pendant les tems AT ou FV (t), ſeroient en ce cas-ci entr'eux comme les quantités $\frac{1}{4} AF \times AF - \frac{3}{4} VC \times VR$, ou $\frac{1}{4}aa + \overline{\frac{3}{4}t - \frac{1}{4}a} \times \sqrt[3]{a^3-3aat}$ correſpondantes ; & à l'eſpace total parcouru pendant tout le tems FC, c'eſt à dire (*num.* 1.) juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, comme ces quantités ſont à l'aire parabolique entiére $ARCF = \frac{1}{4} AF \times AF = \frac{1}{4}aa$.

5°. Que l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi retardé pendant le tems AT ou FV (t), ſeroit (*Corol.* 4. *Prop. génér.*) à ce que le mobile en auroit parcouru en même tems d'une viteſſe uniforme égale à ſa premiére AF, comme l'aire parabolique $ARVF$ eſt au réctangle $ATVF$, c'eſt à dire :: $\frac{1}{4}aa + \overline{\frac{3}{4}t - \frac{1}{4}a} \times \sqrt[3]{a^3-3aat}$. at :: $aa + \overline{3t - a} \times \sqrt[3]{a^3-3aat}$. $4at$. Et qu'ainſi l'eſpace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le tems FC, c'eſt à dire (*nomb.* 1.) juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, ſeroit auſſi à ce que le mobile en auroit parcouru du mouvement uniforme précédent pendant tout ce tems, comme l'aire parabolique entiére $ARCF$ eſt au réctangle $ACCF$, c'eſt à dire :: $\frac{3}{4} AF \times FC$. $AF \times FC$ :: 3.4. D'où l'on voit qu'il n'en ſeroit que les trois quarts.

6°. Dans le cas preſent ayant $z = \frac{a^3}{uu}$, ou $u = a\sqrt{\frac{a}{z}}$; ce qui donne auſſi $u^3 = \frac{a^4\sqrt{a}}{z\sqrt{z}}$: la ſubſtitution de cette valeur de u^3 dans l'équation $u^3 = a^3 - 3aat$ trouvée au commen-

cement de ce Corollaire-ci, la changera en $\frac{a^4\sqrt{a}}{z\sqrt{z}} = a^3 - 3aat$, ou en $\frac{aa\sqrt{a}}{z\sqrt{z}} = a - 3t = 3 \times \overline{\tfrac{1}{3}a - t}$; d'où résulte $\frac{a^5}{z^3} = 9 \times \overline{\tfrac{1}{3}a - t}^2$, ou $\frac{a^5}{9} = \overline{\tfrac{1}{3}a - t}^2 \times z^3$ pour l'équation de la Courbe *KEC*, qu'on voit devoir être ici une hyperbole du cinquiéme dégré entre les asymptotes orthogonales *CF*, *CC* prolongée du côté d'elle, laquelle ait les quarrés de ses abscisses *VC* ($\tfrac{1}{3}a - t$) en raison réciproque des cubes de ses appliquées *VE* (z), & qui passe par un point *K* de *AF* prolongée, tel que *FK* soit $= FA = a$.

7°. Cette équation $\frac{a^5}{9} = \overline{\tfrac{1}{3}a - t}^2 \times z^3$ de la Courbe *KEC*, donnant $z^3 = \frac{\tfrac{1}{9}a^5}{\overline{\tfrac{1}{3}a - t}^2}$ (soit $x = \tfrac{1}{3}a - t$, & conséquemment aussi $-dx = dt$) $= \frac{\tfrac{1}{9}a^5}{xx}$, ou $z = \frac{\sqrt[3]{\tfrac{1}{9}a^5}}{x^{\frac{2}{3}}} = x^{-\frac{2}{3}}\sqrt[3]{\tfrac{1}{9}a^5}$, l'on aura $\int z\,dt$ (*FVEK*) $= \int \overline{-x^{-\frac{2}{3}}dx\sqrt[3]{\tfrac{1}{9}a^5}} = -3x^{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{\tfrac{1}{9}a^5} + q = -3a\sqrt[3]{\tfrac{1}{9}aax} + q = -3a\sqrt[3]{\tfrac{1}{9}aa \times \overline{\tfrac{1}{3}a - t}} + q = -3a \times \sqrt[3]{\frac{a^3 - 3aat}{27}} + q = -a\sqrt[3]{a^3 - 3aat} + q$. Mais lorsque t (*AT*) $= o$, l'aire *FVEK* est aussi $= o$; ce qui réduit l'intégrale précédente à $o = -a\sqrt[3]{a^3} + q = -aa + q$, d'où résulte $q = aa$. Donc cette intégrale ou l'aire hyperbolique complette *FVEK* $= aa - a\sqrt[3]{a^3 - 3aat}$. Donc aussi (*Cor. 6. Prop. génér.*) les vitesses perduës pendant les tems *AT*, ou les résistances totales *TR* qui les ont détruites, sont par tout ici comme les aires ou grandeurs $aa - a \times \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$ correspondantes.

COROLLAIRE VI.

Si $n = \tfrac{1}{2}$, ou $z = \sqrt{au}$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient cõme les racines quarrées des vitesses: ce cas réduira l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$ du pre-

ſent Prob. 3. à $\frac{t}{a^{\frac{1}{2}}} = \frac{u^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{u^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} = 2a^{\frac{1}{2}} - 2u^{\frac{1}{2}}$, d'où d'où réſulte $t = 2a - 2\sqrt{au}$, ou $4au = \overline{2a - t}^2$ pour l'équation de la Courbe *ARC*, qu'on voit devoir être ici une parabole ordinaire touchée en ſon ſommet *C* par la droite $FC = 2AF = 2a$, ayant en ce point *C* ſon parametre $= 4AF = 4a$, & *CC* parallele à *FA* pour ſon axe interieur. D'où l'on voit,

1°. Que l'entiére extinction des viteſſes *VR* (u) ſe feroit ici en *C* à la fin du tems $FC = 2AF$.

2°. Que ces viteſſes *VR* (u) ſeroient ici comme les quarrés des tems *VC* ($2a - t$) qui reſteroient à écouler juſqu'à l'entiére extinction de ces mêmes viteſſes.

3°. Que les viteſſes perduës ou les réſiſtances totales à la fin des tems *AT* ou *FV* (t), ſeroient ici comme les *TR* $\left(\frac{4aa - \overline{2a - t}^2}{4a}\right)$ ou comme les grandeurs $4at - tt$ correſpondantes.

4°. Que les eſpaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV* (t), ſeroient ici entr'eux (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme comme les aires paraboliques *ARVF* correſpondantes, ou comme les quantités correſpondantes $2AF \times AF - RV \times VC$, qui ſont triples de ces aires; & à l'eſpace parcouru pendant tout le tems *FC* ou *AC*, c'eſt à dire (*nomb.* 1.) depuis le commencement du mouvement juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, comme ces aires paraboliques *ARVF* à l'aire entiére *ARCF*, ou comme ces quantités ſont à $2AF \times AF$ qui eſt auſſi triple de cette aire *ARCF*.

5°. Que l'eſpace parcouru d'un mouvement ainſi retardé pendant un tems quelconque *AT* ou *FV* (t), ſeroit (*Cor.* 4. *Prop. génér.*) à ce que le mobile (ſans réſiſtance) en auroit parcouru pendant le même tems d'une

vîtesse uniforme égale à sa premiére AF (a), comme l'aire parabolique $ARVF$ correspondante est au réctangle $ATVF$ pareillement correspondant, c'est à dire :: $\frac{2AF\times AF - RV\times VC}{3}$. $AF\times AT$ :: $2AF\times AF - RV\times VC$. $3AF\times AT$. Et par conséquent l'espace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le tems FC, c'est à dire (*nomb.* 1.) jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, seroit aussi à ce que le mobile en auroit parcouru pendant tout ce tems avec le mouvement uniforme précédent, comme l'aire parabolique entiére $ARCF$ est au réctangle $ACCF$, c'est à dire :: $\frac{2}{3}AF\times FC$. $AF\times FC$ :: 1.3. D'où l'on voit qu'il en seroit le tiers.

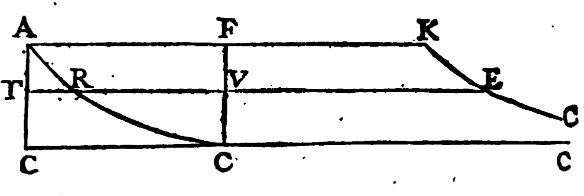
6°. Dans le cas present de $n=\frac{1}{2}$, ayant $z=\sqrt{au}$, ou $zz=au$; la substitution de cette valeur de au dans l'équation $4au=\overline{2a-t}^2$ trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, la changera en $4zz=\overline{2a-t}^2$, d'où résulte aussi $2z=2a-t$, ou $z=\frac{2a-t}{2}$, c'est à dire, $VE=\frac{1}{2}VC$, & $FK=\frac{1}{2}FC=AF$. D'où l'on voit que la Courbe KEC dégenere ici en une ligne droite qui fait en C avec FC un angle FCK d'un sinus à celui de son complément :: 1.2.

7°. Donc suivant le Corol. 6. de la Prop. génér. les vitesses perduës pendant les tems AT, ou les résistances totales TR qui les ont détruites, doivent être par tout ici comme les trapeses $FVEK$ correspondans.

COROLLAIRE VII.

Si $n=-\frac{1}{2}$; ou $z=\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{u}}$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient en raison réciproque des racines quarrées de vitesses restantes ou actuelles : ce cas changera l'équation générale $\frac{t}{a^n}=\frac{u^{1-n}-a^{1-n}}{n-1}$ du present Probl. 3. en $\frac{t}{a^{-\frac{1}{2}}}=\frac{u^{\frac{3}{2}}-a^{\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}}=\frac{2a\sqrt{a}-2u\sqrt{u}}{3}$, ou en $t\sqrt{a}=\frac{2a\sqrt{a}-2u\sqrt{u}}{3}$; d'où résulte $\frac{4}{9}u^3=a\times\overline{\frac{2}{3}a-t}^2$, ou

$u^3 = \frac{9}{4} a \times \overline{\frac{2}{3} a - t}^2$ pour l'équation de la Courbe *ARC*, qu'on voit devoir être ici une parabole cubique, mais d'une nature différente de celle du Corol. 5. Celle-ci, dont le sommet est aussi en *C*, ayant la portion *FC* de son axe intérieur, égale à $\frac{2}{3}$ *AF* ($\frac{2}{3} a$), les cubes de ses appliquées *RV* (u) comme les quarrés de ses abscisses *VC* ($\frac{2}{3} a - t$), & son parametre $= \frac{9}{4} a = \frac{9}{4}$ *AF*. D'où l'on voit,



1°. Que l'entiére extinction des vitesses *VR* (u) se feroit ici en *C* à la fin du tems $FC = \frac{2}{3} AF = \frac{2}{3} a$.

2°. Que les cubes de ces vitesses (*VR*) seroient ici comme les quarrés des tems (*VC*) qui resteroient à écouler jusqu'à l'entiére extinction de ces mêmes vitesses.

3°. Que les vitesses perduës ou les résistances totales à la fin des tems écoulés *AT* ou *FV* (t), seroient ici comme les *TR* ($a - \sqrt[3]{a \times \overline{a - \frac{3}{2} t}^2}$) correspondantes.

4°. Que les espaces parcourus pendant ces tems *AT* ou *FV*, seroient ici entr'eux (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme les aires paraboliques correspondantes *ARVF*, ou comme les quantités correspondantes $2AF \times AF - 3RV \times VC$ qui sont quintuples de ces aires; & à l'espace total parcouru pendant tout le tems *FC*, c'est à dire (*nomb.* 1.) depuis le commencement du mouvement jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, comme ces aires paraboliques à l'entiére *ARCF*, où comme ces quantités sont à $2AF \times AF$ qui est aussi quintuple de cette aire totale *ARCF*.

5°. Que l'espace parcouru d'un mouvement ainsi retardé pendant un tems quelconque *AT* ou *FV*, seroit (*Cor.* 4. *Prop. génér.*) à ce que le mobile (sans résistance) en auroit parcouru pendant le même tems, d'une vitesse uniforme égale à sa premiére *AF*, comme l'aire parabolique *ARVF* correspondante est au réctangle *ATVF* pareille-

ment correspondant, c'est à dire :: $\frac{2AF \times AF - 3RV \times VC}{5}$. $AF \times AT$ :: $2AF \times AF - 3RV \times VC$. $5AF \times AT$. Et par conséquent l'espace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le tems FC, c'est à dire (*nomb.* 1.) jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, seroit aussi à ce que le mobile en auroit parcouru pendant tout ce tems avec le mouvement uniforme précédent, comme l'aire parabolique entiére $ARCF$ est au réctangle $ACCF$, c'est à dire :: $\frac{3}{5} AF \times FC$. $AF \times FC$ :: 3. 5. d'où l'on voit qu'il en seroit les trois cinquiémes.

6°. Dans le cas present de $n = -\frac{1}{2}$, ayant $z = \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{u}}$, l'on aura $u = \frac{a^3}{zz}$; & par conséquent aussi $u^3 = \frac{a^9}{z^6}$. Donc en substituant cette valeur de u^3 dans l'équation $u^3 = \frac{9}{4} a \times \overline{\frac{2}{3} a - t}^2$ trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, l'on aura ici $\frac{a^9}{z^6} = \frac{9}{4} a \times \overline{\frac{2}{3} a - t}^2$, ou $\frac{4a^8}{9z^6} = \overline{\frac{2}{3} a - t}^2$; & (en tirant la racine quarrée) il en résultera $\frac{2a^4}{3z^3} = \overline{\frac{2}{3} a - t}$, ou $\frac{2}{3} a^4 = \overline{\frac{2}{3} a - t} \times z^3$ pour l'équation de la Courbe KEC, qu'on voit devoir être ici une hyperbole du quatriéme degré, entre les asymptotes orthogonales FC, CC prolongée du côté d'elle, laquelle ait les cubes de ses ordonnées VE (z) en raison réciproque de ses abscisses CV ($\frac{2}{3} a - t$), & qui passe par un point K de AF prolongée, tel que FK soit $= AF = a$.

7°. Cette équation $\frac{2}{3} a^4 = \frac{2}{3} \overline{a - t} \times z^3$ donnant $z^3 = \frac{\frac{2}{3} a^4}{\frac{2}{3} a - t}$ (soit $x = \frac{2}{3} a - t$, & conséquemment aussi $dx = -dt$) $= \frac{2a^4}{3x}$, ou $z = \frac{a\sqrt[3]{2a}}{\sqrt[3]{3x}} = ax^{-\frac{1}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3} a}$; l'on aura $\int z dx$ ($FVEK$) $= \int - ax^{-\frac{1}{3}} dx \sqrt[3]{\frac{2}{3} a} = -\frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} a \sqrt[3]{\frac{2}{3} a} + q = -a\sqrt[3]{\frac{9}{4} a x x} + q = -a\sqrt[3]{\frac{9}{4} a \times \overline{\frac{2}{3} a - t}^2} + q$. Mais le cas de t (AT) $= o$, rendant $FVEK = o$, réduit cette integrale à $o = -a \times \sqrt[3]{a^3} + q = -aa + q$; ce qui donne $q = aa$. Donc cette intégrale complette $FVEK = aa - a\sqrt[3]{\frac{9}{4} a \times \overline{\frac{2}{3} a - t}^2}$.

Donc aussi suivant le Corol. 6. de la Prop. génér. les vitesses perduës pendant les tems *AT* (t), ou les résistances totales qui les ont détruites, doivent être par tout ici comme les aires hyperboliques $aa - a\sqrt[3]{\frac{9}{4}a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^{2}}$ (*FVBK*), ou comme les simples grandeurs $a - \sqrt[3]{\frac{9}{4}a \times \overline{\frac{2}{3}a - t}^{2}}$ correspondantes.

REMARQUE.

Voilà autant d'exemples propres à expliquer les mouvemens primitivement uniformes, qui se feroient dans des milieux dont les résistances seroient telles qu'on les y a supposées. De toutes ces hypothêses celles des deux premiers Problêmes passent pour les plus vrai-semblables, sur tout la seconde : cependant comme (*Cor. 4. du Prob.* 1. *& Cor. 2. du Prob. 2.*) les vitesses ne s'y éteindroient jamais tout à fait ; il n'y a pas d'apparence qu'aucune d'*elles* soit effectivement celle de la nature. Il est vrai que la seconde en approche plus que la premiére, en ce que les résistances, qui consistent dans la difficulté de déplacer les parties du du fluide ou du milieu à traverser, venant de la quantité de ces parties à déplacer à la fois, & de la vitesse qu'il leur faut donner alors, doivent effectivement être comme les quarrés des vitesses du corps mû ; puisque dans un même milieu, c'est à dire uniforme, ces quantités de parties à déplacer à la fois, sont comme ces mêmes vitesses. Mais il y a plus : il faut outre cela rompre en même tems la ténacité ou la glutinosité qui retient en quelque façon ces parties comme attachées ou colées ensemble, laquelle glutinosité, supposée par tout la même entre les parties du milieu uniforme dont il s'agit ici, doit faire une résistance d'autant plus grande qu'il y a plus de ces parties à détacher à la fois, c'est à dire, une résistance proportionnée au nombre de ces parties ou à la vitesse du corps mû. On y peut joindre aussi la résistance qui surviendroit de l'inégalité ou de l'âpreté uniforme du plan ou de la surface sur laquelle ce corps seroit mû, laquelle résistance

étant comme l'espace qu'il parcourt à chaque instant, seroit aussi vrai-semblablement comme la vitesse de ce corps en cet instant.

Ainsi la résistance entiére instantanée d'un milieu ou fluide au mouvement d'un corps qui le traverse, résultante de la glutinosité de ce fluide, ou de l'âpreté de la surface sur laquelle ce corps se meut, ou de tous les deux ensemble, & de plus de la difficulté de communiquer aux parties de ce fluide le mouvement qu'il leur faut pour ceder: cette résistance entiére, dis-je, est vrai-semblablement toûjours proportionnée à la somme faite de chaque vitesse correspondante & de son quarré : de sorte qu'en prenant encore u pour cette vitesse restante, cette résistance entiére instantanée sera vrai-semblablement toûjours comme $u + \frac{uu}{a}$, ou comme $\frac{au+uu}{a}$; ce qui donnera (*Sol. Prop. génér.*) $z = \frac{au+uu}{a}$. Appliquons presentement la Proposition générale à cette hypothêse, & voïons ce qui en doit résulter par raport à nôtre sujet.

PROBLÊME IV.

Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des sommes faites des vitesses & des quarrés de ces mêmes vitesses restantes de primitivement uniformes.*

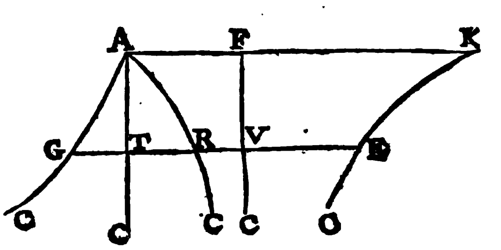
SOLUTION.

Suivant la Remarque précédente, cette hypothêse donnera $z = \frac{au+uu}{a}$; ce qui changera l'équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Proposition génerale, en $\frac{-du}{au+uu} = \frac{dt}{aa}$.

Soit $u = \frac{aa}{2x-a}$: l'on aura $du = \frac{-2aadx}{\overline{2x-a}^2}$, & $au + uu = \frac{a^3}{2x-a} + \frac{a^4}{\overline{2x-a}^2} = \frac{2a^3x - a^4 + a^4}{\overline{2x-a}^2} = \frac{2a^3x}{\overline{2x-a}^2}$. Donc $\frac{-du}{au+uu}$ $\left(\frac{dt}{aa}\right) = \frac{2aadx}{2a^3x} = \frac{dx}{ax}$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{x}$, qui est une équation logarithmique en laquelle on voit que la précédente va-

leur de u, transforme l'équation $\frac{dt}{aa} = \frac{-du}{au+uu}$ de la Courbe ARC.

Pour construire presentement cette Courbe ARC par le moïen de cette équation logarithmique $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{x}$, soit par le point A sur l'asymptote FC, une logarithmique AGC qui s'en écarte du côté de C, & dont la soûtangente soit $= AF$ (a). Cette logarithmique ayant $FV = t$ pour ses abscisses, elle aura aussi $VG = x$ pour ses ordonnées, & $GT = x - a$ pour ce qui en sera retranché par AC parallele à FC; & par conséquent aussi $VG + GT = 2x - a$. Mais la précédente valeur de $u = \frac{aa}{2x-a}$, donne $2x - a$ ($VG + GT$). a (AF) :: a (AF). u (VR) $= \frac{AF \times AF}{VG+GT}$. Donc en prenant par tout $VR = \frac{AF \times AF}{VG+GT}$, c'est à dire, VR troisiéme proportionelle aux grandeurs correspondantes $VG + GT$, AF, ou telle que AF soit toûjours moïenne proportionelle entr'elle & $VG + GT$; la Courbe ARC qui passera par les points R ainsi trouvés, sera la Courbe cherchée dont l'équation est $\frac{dt}{aa} = \frac{-du}{au+uu}$.



COROLLAIRE I.

Il suit de cette valeur de $VR = \frac{AF \times AF}{VG+GT}$, que GV en AF, lui devenant égale, & GT nulle ou zero, l'on aura aussi pour lors $VR = FA$ ainsi qu'on l'a supposé.

COROLLAIRE II.

Cette même valeur de $VR = \frac{AF \times AF}{VG+GT}$ fait aussi voir que depuis AF vers C, elle diminuëra à l'infini à mesure

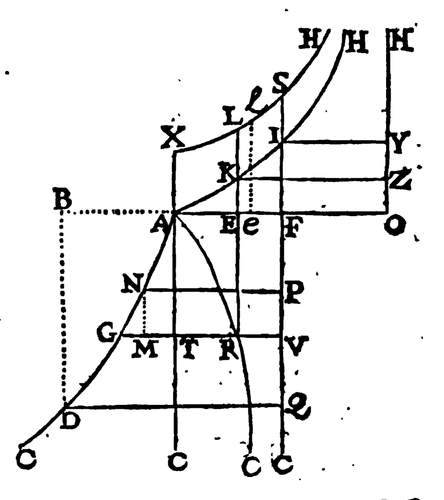
que *VG* croîtra, ſans pouvoir devenir nulle ou zero que lorſque *VG*, & par conſéquent auſſi *FV*, ſera infinie; c'eſt à dire que cela ne lui doit arriver qu'à une diſtance infinie de *AF* du côté de *C*. D'où l'on voit que l'axe *FC* de la Courbe *ARC* en ſera auſſi une aſymptote.

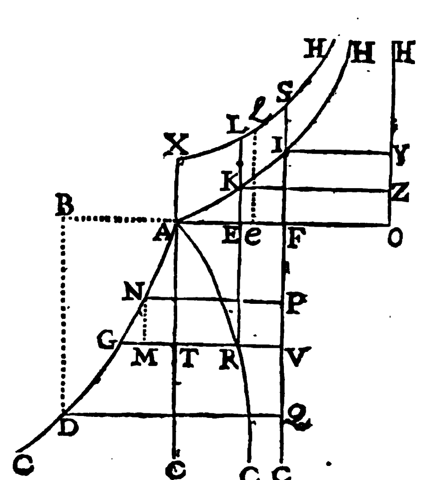
COROLLAIRE III.

On voit pareillement delà qu'il faudroit ici un tems infini *AT* ou *FV* (t) pour l'entiére extinction des viteſſes *RV* (u).

COROLLAIRE IV.

Quant aux eſpaces parcourus pendant les tems *AT* (t), le Corol. 3. de la Prop. génér. fait voir qu'ils doivent être ici entr'eux comme les aires *ARVF* correſpondantes. Mais l'équation $\frac{dt}{aa} = \frac{-du}{au+uu}$ de la Courbe *ARC*, donnant $\int udt$ (*ARVF*) $= aa \times \int \frac{-du}{a+u} = -aa \times \overline{la+u} + q$, en prenant a pour l'unité; & le cas de *RV* (u) en *AF* (a), qui réduit cette intégrale à $o = -aa \times l2a + q$, donnant $q = aa \times l2a$; l'on aura $ARVF = aa \times l2a - aa \times \overline{la+u}$ pour cette intégrale complette. Donc les eſpaces parcourus pendant les tems *AT* (t), ſeront ici comme les grandeurs correſpondantes $aa \times l2a - aa \times \overline{la+u}$, ou (à cauſe de a conſtante) comme les différences $l2a - \overline{la+u}$ correſpondantes des logarithmes de $2a$ & de $a+u$. Mais ſi l'on prend $AB = AF$ (a) ſur *FA* prolongée vers *B*, $TM = RV$, & que des points *D*, *N*, ou *BD*, *MN*, paralleles à *FC*, rencontrent le logarithmique *AGC*, on lui faſſe





les ordonnées DQ, NP; l'on aura $DQ = 2a$, $NP = a + u$; & FQ, FP, pour leurs logarithmes; & par conséquent PQ pour la différence $l2a - \overline{la + u}$ de ces logarithmes. Donc les espaces parcourus pendant les tems AT (t), seront ici comme les PQ ou les $aa \times PQ$ correspondantes.

Il est à remarquer que si au lieu de supposer AF $(a) = 1$, l'on eût pris DQ $(2a) = 1$, l'on auroit eu de même QP pour la mesure de l'espace parcouru pendant le tems AT ou FV (t); puisque cette hypothêse rendant $l2a = 0$, & donnant QP pour le logarithme négatif de $PN = VM$ (*Constr.*) $= VT + VR = a + u$, c'est à dire $QP = -\overline{la + u}$, elle donneroit aussi $QP = l2a - \overline{la + u}$; & par conséquent encore les PQ en raison des espaces parcourus pendant les tems AT ou FV correspondans.

COROLLAIRE V.

Il suit delà, 1°. Que lorsque RV sera moindre que GT, le point P sera entre F & V.

2°. Que lorsque RV sera plus grande que GT, ce point P sera entre V & Q.

3°. Que lorsque $RV = GT$, ce point P sera en V.

4°. Que lorsque RV est en AF au commencement du mouvement, le point P tombe en Q; ce qui rend alors PQ nulle, comme l'est en effet alors l'espace qu'elle exprime.

5°. Lorsque $RV = 0$ aprés un tems infini FV, aura aussi rendu son égale $MT = 0$; alors MN en TA, rendant NP en AF, & par conséquent $QP = QF$, l'on aura QF

pour tout l'espace parcouru pendant ce tems infini; ce qui fait voir que cet espace ne peut jamais devenir infini.

6°. Il suit aussi delà que si le mobile partoit de Q vers F suivant QF, avec la vitesse primitivement uniforme AF que les résistances supposées éteignissent tout à fait en F; il lui faudroit un tems infini pour arriver de Q en F.

COROLLAIRE VI.

Le raport des espaces parcourus pendant les tems AT (t), trouvé dans le précédent Corol. 4. se trouvera encore par le moïen d'une logarithmique quelconque AIH, la même ou différente de celle de ce Corollaire, tellement placée qu'ayant pris $FO = AF$ (a) sur AF prolongée du côté de F, & fait OH parallele à AC ou à FC, cette OH en soit l'asymptote dont elle s'aproche du côté de H, & son ordonnée AO ($2a$) $= 1$. Car si l'on prolonge CF jusqu'à cette logarithmique en I, laquelle soit aussi rencontrée en K par RK parallele à CI, & qui rencontre AO en E; que des points I, K, on fasse les ordonnées IY, KZ, paralleles à AO; l'on aura OZ pour le logarithme négatif de $KZ = EO = a + u$, & zero pour le logarithme de $AO = 2a$. Donc $OZ = l2a - l\overline{a+u}$. Mais on vient de trouver (*Corol.* 4.) que les espaces parcourus pendant les tems AT ou FV, sont entr'eux comme ces grandeurs ou différences $l2a - l\overline{a+u}$ de logarithmes correspondans. Donc ces espaces parcourus pendant les tems AT ou FV, sont entr'eux comme les OZ correspondantes, & à l'espace total parcouru pendant le tems infini AC, comme ces OZ à OY. Ce qui fait voir que cet espace total, quoique parcouru pendant un tems infini ne sçauroit être que fini, ainsi qu'on le vient aussi de voir dans le nomb. 5. du Cor. 5. De sorte que si le mobile partoit de O vers H suivant OH avec la vitesse primitivement uniforme AF que les résistances supposées éteignissent tout à fait en Y; il lui faudroit un tems infini pour aller de O en Y.

COROLLAIRE VII.

Il suit delà & du Corol. 4. que les *OZ* sont toûjours ici entr'eux comme les *QP* correspondans de ce Corollaire 4. & aussi (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme les aires *ARVF* correspondantes : c'est à dire par tout chaque *OZ*. *QP* (correspondant) : : *OY*. *QF*. Et (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) comme chaque aire *ARVF* (correspondante) à la totale *CRAFC*. Ce qui fait voir encore que cette aire totale ne peut jamais être que finie, non-plus que l'espace total qu'elle exprime suivant le Corol. 3. de la Prop. génér. quoique cette aire s'étende à l'infini du côté de *C*.

COROLLAIRE VIII.

Ce raport des espaces parcourus pendant les tems *AT* (*t*), trouvé dans les précédens Corol. 4. & 6. se trouvera encore par le moïen de l'hyperbole équilatere *HSX* entre les asymptotes orthogonales *AO*, *OH*, laquelle hyperbole rencontrée en *S* par *CF* prolongée de ce côté-là, ait $SF = FO$. Car si l'on prolonge *CA* jusqu'à elle en *X*, & qu'on fasse *RL* parallele à *CS*, & qui rencontre cette hyperbole en *L*; l'on aura les espaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV*, comme les aires hyperboliques *AELX* correspondantes; les espaces à parcourir pendant les restes infinis *TC* ou *VC* de tems à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vitesses *RV* ou *EF* (*u*), comme les aires restantes *EFSL* de l'aire totale *AFSX*; & cette aire totale, comme l'espace à parcourir pendant le tems total infini *AC* ou *FC*.

Pour le voir il faut considerer que la construction précédente donnera $OE = a + u$; & que si l'on fait *el* parallele à *EL*, & infiniment proche d'elle, l'on aura aussi $Ee = -du$, & $EL = \frac{FS \times FO}{EO} = \frac{aa}{a+u}$. Donc l'aire hyperbolique élémentaire $EelL = \frac{-aadu}{a+u}$ (*Cor.* 4.) $= udt$. Donc aussi (en intégrant) l'aire $EFSL = \int udt = CRVC$, & $AELX = ARVF$. Mais (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) les espa-

ces parcourus pendant les tems écoulés *AT* ou *FV* (t), sont comme les aires *ARVF*; & les espaces à parcourir pendant les restes infinis *TC* ou *VC* de tems à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vitesses *RV* ou *EF*, sont comme les aires *CRVC* qui (*Corol.* 2.) s'étendent à l'infini du côté de *C*, quoique (*nomb.* 5. *Corol.* 5. & *Corol.* 6.) elles soient toutes finies. Donc les espaces parcourus pendant les tems écoulés *AT* ou *FV*, sont ici entr'eux comme les aires hyperboliques *AELX* correspondantes; & les espaces à parcourir pendant les restes infinis *TC* ou *VC* de tems à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, comme les aires restantes *EFSL* de l'aire totale *AFSX*, laquelle est par conséquent comme l'espace total à parcourir pendant le tems total infini *AC* ou *FC*. Ce qui fait voir que cet espace total n'est encore que fini, ainsi qu'on l'a déja vû dans le nomb. 5. du Corol. 5. & dans le Corol 6.

Corollaire IX.

Il suit delà & des Corol. 4. 6. & 7. que les aires hyperboliques *AELX* sont entr'elles comme les parties correspondantes *PQ*, *OZ*, des axes *FC*, *OH*; les restes *EFSL* de l'aire totale *AFSX*, comme les restes correspondans *PF*, *ZY*, des parties totales *FQ*, *OY* de ces mêmes axes. D'où l'on voit comment l'aire hyperbolique *AFSX* peut être divisée en raison donnée quelconque par la seule division de la partie *QF* de l'axe *FC*, ou de la partie *OY* de l'axe *OH*, en cette raison.

Il est à remarquer qu'il n'est pas necessaire que l'hyperbole équilatere HSX *ait* FS = FO, *& que ce qu'on en vient de démontrer dans les deux derniers Corol.* 8. *&* 9. *sera toûjours vrai, quel que soit le raport de* FS *à* FO; *puisque les aires* AELX, EFSL, AFSX, *qui en résulteront, seront toûjours à celles-ci* : : SF. FO. *qui est une raison constante; & par conséquent aussi toûjours entr'elles comme celles-ci.*

Corollaire X.

Les espaces parcourus pendant les tems *AT* (t), se trouveront encore autrement que dans les précédens

Corol. 4. 6. & 8. si l'on considere que la division de $\frac{-aadu}{a+u}$ (udt) continuée à l'infini, donnant $\frac{-aadu}{a+u} = -adu + udu - \frac{uudu}{a} + \frac{u^3du}{aa} - \frac{u^4du}{a^3} + \frac{u^5du}{a^4} - \frac{u^6du}{a^5} +$ &c. donne aussi (en intégrant) $\int\frac{-aadu}{a+u}$ ou $\int udt$ $(ARVF)$ $= -au + \frac{1}{2}uu - \frac{u^3}{3a} + \frac{u^4}{4aa} - \frac{u^5}{5a^3} + \frac{u^6}{6a^4} -$ &c $+ q$, que le cas de RV (u) en AF (a), réduit à $o = -aa + \frac{1}{2}aa - \frac{1}{3}aa + \frac{1}{4}aa - \frac{1}{5}aa + \frac{1}{6}aa -$ &c $+ q$; d'où résulte $q = aa - \frac{1}{2}aa + \frac{1}{3}aa - \frac{1}{4}aa + \frac{1}{5}aa - \frac{1}{6}aa +$ &c. Et par conséquent aussi $ARVF = aa - \frac{1}{2}aa + \frac{1}{3}aa - \frac{1}{4}aa + \frac{1}{5}aa - \frac{1}{6}aa +$ &c $- au + \frac{1}{2}uu - \frac{u^3}{3a} + \frac{u^4}{4aa} - \frac{u^5}{5a^3} + \frac{u^6}{6a^4} -$ &c. Donc (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) les espaces parcourus pendant les tems AT (t), seront encore ici entr'eux comme ces différences dont la suite constante $aa - \frac{1}{2}aa + \frac{1}{3}aa - \frac{1}{4}aa + \frac{1}{5}aa - \frac{1}{6}aa +$ &c. surpasse chacune des variables correspondantes $au - \frac{1}{2}uu + \frac{u^3}{3a} - \frac{u^4}{4aa} + \frac{u^5}{5a^3} - \frac{u^6}{6a^4} +$ &c.

COROLLAIRE XI.

Puisque (*Cor.* 4.) les espaces parcourus pendant les tems AT ou FV (t), sont ici comme les grandeurs $aa \times \int\frac{-du}{a+u}$ ou $\int\frac{-du}{a+u}$ correspondantes, & leurs différences instantanées comme les fractions $\frac{-du}{a+u}$ pareillement correspondantes; il est manifeste que si l'on prend ces espaces en progression arithmétique, c'est à dire, leurs différences par tout égales entr'elles, les fractions $\frac{-du}{a+u}$ seront aussi par tout égales entr'elles, c'est à dire, les grandeurs $a+u$ par tout proportionelles à leurs différences $-du$; & par conséquent ces mêmes grandeurs $a+u$ seront alors en progression geométrique. Donc tant que les espaces parcourus

courus seront en progression arithmetique, les vitesses u (RV) restantes à la fin de ces espaces, augmentées chacune de la primitive constante a (AF ou TV), c'est à dire leurs sommes correspondantes $TV+RV$, seront ici en progression geometrique; & réciproquement. Ce qui est la Prop. 12. Sect. 3. Liv. 2. des Princip. Mathem. de M. Newton.

L'hyperbole HSX du Cor. 8. donnera encore la même chose. Car puisque suivant ce Corollaire les espaces parcourus pendant les tems AT ou FV (t), sont entr'eux comme les aires hyperboliques $AELX$ correspondantes; & que suivant le P. Gregoire * de S. Vincent, si ces aires sont en progression arithmétique, à commencer à leur origine AX, c'est à dire, si leurs différences $EelL$ sont par tout égales entr'elles, les abscisses OE ($a+u$) correspondantes seront en progression geometrique; il suit encore manifestement delà que tant que les espaces parcourus pendant les tems AT ou FV, seront en progression arithmétique, les sommes $a+u$ (OE) faites des vitesses correspondantes (u) & de la primitive (a), seront en progression geométrique.

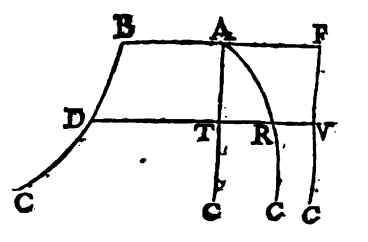
* De Hyper. part. 4. prop. 109. p. 586.

AUTRE SOLUTION.

Soit presentement $\frac{aa}{y} = u$. l'on aura $\frac{aady}{yy} = -du$, $a+u = a+\frac{aa}{y} = \frac{ay+aa}{y}$, & $au+uu = \frac{a^3y+a^4}{yy}$. Donc $\frac{-du}{au+uu} = \frac{aady}{a^3y+a^4} = \frac{dy}{ay+aa}$. Mais la Solution 1. donne $\frac{dt}{aa} = \frac{-du}{au+uu}$. Donc on aura ici $\frac{dt}{aa} = \frac{dy}{ay+aa}$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{dy}{y+a}$, qui est une équation à une logarithmique BDC, qui auroit FC pour asymptote dont elle s'éloigneroit du côté de C, sa soûtangente $= AF$ (a), & son ordonnée $BF = 2AF$ ($2a$); car si l'on prend ici DT

pour y, sur VT prolongée jusqu'à cette logarithmique en D, l'on aura DV ($DT + TV$) $= y + a$ pour une autre quelconque de ses ordonnées, & son équation sera la même que la précédente $\frac{dt}{q} = \frac{dy}{y+a}$ en prenant toûjours AT ou $FV = t$, qui sera le logarithme de DV en supposant ici BF ($2a$) $= 1$, c'est à dire $a = \frac{1}{2}$.

Cela étant, puisque (*hyp.*) $u = \frac{aa}{y}$, il n'y a plus qu'à prendre par tout VR (u) $= \frac{AF \times AF}{DT} = \frac{TV \times TV}{DT}$ ($\frac{aa}{y}$) sur les ordonnées correspondantes DV de la logarithmique BDC, c'est à dire, VR par tout troisiéme proportionelle aux parties DT, TV, de chaque correspondante de ces ordonnées; & la ligne ARC qui passera par tous les points R ainsi trouvés, sera la Courbe cherchée des vitesses restantes (u) exprimées par les ordonnées exterieures RV de cette Courbe, laquelle aura (ainsi que dans la Solution 1.) $\frac{dt}{aa} = \frac{-du}{au + uu}$ pour son équation, qui se concluëra sans peine de la logarithmique $\frac{dt}{a} = \frac{dy}{y+a}$, & de la supposition faite ici de $\frac{aa}{y} = u$.



COROLLAIRE XII.

De ce que cette Solut. 2. donne $RV = \frac{AF \times AF}{DT}$ (*hyp.*) $= \frac{AB \times AB}{DT}$, il est manifeste que DV en BF, rendant $DT = BA$ (*hyp.*) $= AF$, l'on aura aussi pour lors $RV = = AF$, ainsi qu'on l'a supposé au commencement du tems AT ou du mouvement en question, & que la Solution 1. l'a pareillement donné dans le Corol. 1.

COROLLAIRE XIII.

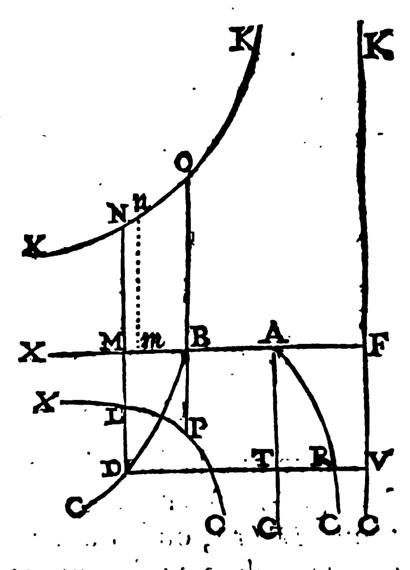
Cette même valeur de $RV = \frac{AF \times AF}{DT}$, fait auſſi voir que depuis *AF* vers *C*, elle diminuëra à l'infini à meſure que *DT* croîtra, ſans pouvoir devenir nulle ou zero que lorſque *DT*, & par conſéquent auſſi *FV* ſera infinie. D'où l'on voit que l'axe *FC* de la Courbe *ARC* en ſera auſſi une aſymptote, & qu'il faudroit ici un tems infini *AT* ou *FV* (t) pour l'entiére extinction des viteſſes *RV* (u), ainſi qu'on l'a déja vû dans les Corol. 2. & 3.

COROLLAIRE XIV.

De ce que la logarithmique *BDC* rend ſes ordonnées *DV* ($y+a$) en progreſſion geometrique tant que les tems *AT* (t), ou les abſciſſes *FV* de ſon aſymptote ſont en progreſſion arithmétique ; & de ce que la ſuppoſition (*Solut.* 2.) de $\frac{aa}{y}=u$ rend les y (*DT*) réciproques aux viteſſes u (*RV*) correſpondantes ; il ſuit manifeſtement que ces grandeurs réciproques y (*DT*) augmentées chacune de la conſtante a (*AF* ou *TV*), c'eſt à dire, leurs ſommes $y+a$ ſont toûjours en progreſſion geométrique tant que les tems *AT* ou *FV* (t) ſont en progreſſion arithmétique ; ainſi que M. Newton l'a démontré dans la Prop. 11. Sect. 3. Liv. 2. de ſes Princ. Math. par le moïen de l'hyperbole, dont voici auſſi l'uſage tiré de ceci.

COROLLAIRE XV.

Aprés avoir prolongé *AB* vers *X*, ſoit entre les aſymptotes *AC*, *AX*, une hyperbole quelconque *CPX* rencontrée en *L* par *DM* parallele à ſon aſymptote *AC*, & qui rencontre en *M* ſon autre aſymptote *AX* ; il eſt manifeſte que l'on aura par tout *MA* = *DT*. Ainſi les *DT* étant (*Solut.* 2.) en raiſon réciproque des viteſſes reſtantes *RV* (u), les abſciſſes aſymptotiques *AM* ſeront auſſi en raiſon réciproque de ces viteſſes, de même qu'elles le ſont (par la nature de l'hyperbole) de leurs coordon- *Voyez la figure de la page ſuivante.*



nées LM. D'où il suit que ces ordonnées LM seront au contraire en raison directe de ces mêmes vitesses RV (u). De sorte que ces vitesses pourront également être exprimées par les RV, LM, $\frac{1}{AM}$, $\frac{1}{DT}$, correspondantes. Et si l'on suppose l'hyperbole CPX telle qu'elle ait son ordonnée $BP = AB = = AF = a$, non-seulement ses ordonnées LM seront en raison directe des vitesses correspondantes RV (u), mais encore chaque $LM = RV$ correspondante, puisqu'en ce cas cette hyperbole donneroit $LM = \frac{BP \times AB}{AM}$ (*hyp.*) $= = \frac{AF \times AF}{DT}$ (*Solut.* 2.) $= RV$.

COROLLAIRE XVI.

Si aprés avoir prolongé CF vers K, on fait encore une autre hyperbole équilatere KOX entre les asymptotes FK, FX, laquelle soit rencontrée en O, N, par PB, DM, prolongées vers elle, & qui ait son ordonnée $BO = BF$ ($2a$) $= 1$; cette hyperbole ayant $AF = a$, & $AM = = DT = y$, l'on aura par tout ses coordonnées $FM = = a + y$; $MN = \frac{BO \times BF}{FM} = \frac{1}{a+y}$; & si l'on fait mn parallele à MN, & infiniment prés d'elle, ayant pour lors $Mm = dy$, l'on aura pareillement $MmnN = \frac{dy}{a+y}$, & (en intégrant) $MBON = \overline{la+y} = lDV$ (*Solution* 2.) $= DV$ (t). Donc les tems FV (t) seront ici comme les aires hyperboliques $MBON$ correspondantes, dont l'origine est en BO.

Voyez la figure de la page 425.

Il est à remarquer que la supposition qu'on vient de

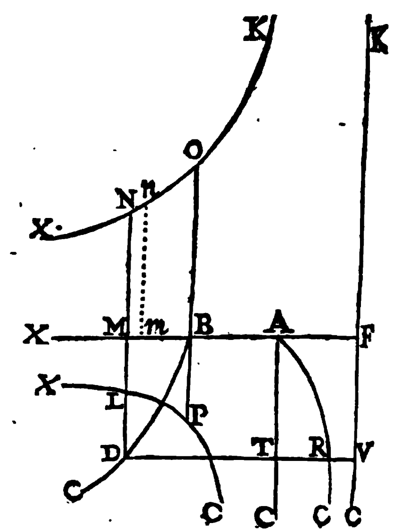
faire de $BO = BF$ n'eſt pas abſolument neceſſaire, & que ce qu'elle vient de donner ſeroit encore vrai quel que fût le raport de BO à BF; puiſque les ordonnées MN, mn, &c. ne changeroient pas pour cela de raiſon entr'elles, & que les aires hyperboliques $MBON$ qui en réſulteroient, ſeroient par tout à celles-ci dans la raiſon conſtante de la nouvelle BO à BF, & par conſéquent entr'elles comme celles-ci qu'on vient de trouver être comme les tems AT ou FV (t) correſpondans. Donc ces nouvelles aires hyperboliques $MBON$ ſeroient auſſi entr'elles comme ces mêmes tems, quel que fût le raport de BO à BF.

Cela ſe peut encore trouver immédiatement ſi l'on conſidére que tant que les abſciſſes FM (VD) ſont en progreſſion geométrique, toutes les petites aires hyperboliques $MmnN$ élémentaires de l'eſpace fini $MBON$, ſont égales entr'elles, de même que tous les élémens dt du tems t (FV) correſpondant, quel que ſoit le raport de BO à BF. Car le nombre de ces élémens étant égal de part & d'autre, la ſomme $MBON$ des premiers doit être par tout en raiſon conſtante à la ſomme FV des derniers; & par conſéquent toutes les aires hyperboliques $MBON$ doivent être entr'elles comme les FV correſpondantes, c'eſt à dire (*hyp.*) comme les tems correſpondans, quelle que ſoit l'hyperbole équilatere KOX, ou le raport de ſes coordonnées BO, BF, entr'elles.

COROLLAIRE XVII.

Delà ſuit encore ce qui a déja été conclu de la logarithmique BDC dans le Corol. 14. ſçavoir que lorſque les tems AT ou FV ſont en progreſſion arithmétique, les grandeurs y réciproques (*Solut.* 2.) aux viteſſes reſtantes u à la fin de ces tems, augmentées chacune de la grandeur conſtante a, c'eſt à dire les ſommes $a+y$, ſont en progreſſion geométrique. Car puiſque (*Corol.* 16.) les aires $MBON$ ſont entr'elles comme les tems AT ou FV (t) correſpondans, il eſt manifeſte que lorſque ces tems ſe-

ront en progreſſion arithmétique, ces aires hyperboliques y ſeront auſſi. Or on ſçait qu'en ce cas les FM ($a+y$) ſeroient en progreſſion geométrique. Donc lorſque les tems t ſont en progreſſion arithmetique, les grandeurs correſpondantes $a+y$ doivent être ici en progreſſion geometrique, ainſi qu'on l'a déja vû dans le Corollaire 14.



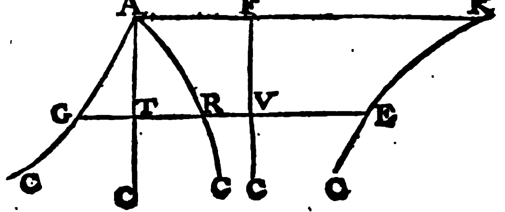
On a vû dans les Corol. 15. *&* 16. *que quelles que ſoient les deux hyperboles* CPX, KOX, *elles ſerviront également chacune à ce qu'on démontre dans chacun de ces deux Corollaires : ſçavoir la premiére* (Cor. 15.) *à meſurer les viteſſes reſtantes ; & la ſeconde non-ſeulement à meſurer* (Cor. 16.) *les tems à la fin deſquels ces viteſſes ſe trouvent, mais encore à démontrer* (Cor. 17.) *ce que la logarithmique* BDC *avoit déja donné dans le Corol.* 14. *Voici preſentement comment ces deux hyperboles ſerviront enſemble à meſurer encore les eſpaces parcourus de ces viteſſes pendant ces tems.*

COROLLAIRE XVIII.

Puiſque (*Solut.* 2.) $-du = \frac{aady}{yy}$, & $a+u = \frac{aa+ay}{y}$, l'on aura ici $\frac{-aadu}{a+u} = \frac{a^3dy}{ay+yy}$. Mais les Corol. 15. & 16. donnent $ML = \frac{AB \times BP}{AM} = \frac{a}{y} \times BP$, $MN = \frac{FB \times BO}{FM} = \frac{2a}{a+y} \times BO$, $Mm = dy$; & par conſéquent $MN \times ML \times Mm = \frac{2aady}{ay+yy} \times BO \times BP$, ou $\frac{a}{2} \times \frac{MN \times ML \times Mm}{BO \times BP} = \frac{a^3dy}{ay+yy}$. Donc $\frac{a}{2} \times \frac{MN \times ML \times Mm}{BO \times BP} = \frac{-aadu}{a+u}$ (*Solut.* 1.) $= udt$, & par conſéquent (à cauſe de $\frac{a}{2}$, BO, BP, conſtantes) les ſom.

mes $\int \overline{MN \times ML \times Mm}$ seront par tout ici en raison des correspondantes $\int udt$, c'est à dire (*Lem.* 2.) en raison des espaces parcourus pendant les tems FV ou (*Corol.* 16.) $MBON$. Mais si l'on imagine le plan $KFXXOK$ de l'hyperbole KOX, élevé perpendiculairement en FX sur le plan $CFXXPC$ de l'autre hyperbole CPX, & un solide formé de tous les réctangles faits de chaque MN par sa correspondante ML, de la maniére que le P. Gregoire de S. Vincent appelle *Ductus plani in planum*; il est manifeste par la génération de ce solide que les infiniment petits $MN \times ML \times Mm$ en seront les élémens, & qu'ainsi leur somme $\int \overline{MN \times ML \times Mm}$ en sera la valeur. Donc de tels solides compris entre le réctangle $PB \times BO$, & chacun des autres $ML \times MN$ depuis B vers X, seront par tout ici entr'eux comme les espaces parcourus pendant les tems correspondans AT ou FV exprimés aussi (*Cor.* 16.) par les faces correspondantes $MBON$ de ces solides, desquels le plus grand d'entre les possibles, ne peut jamais (*nomb.* 5. *Cor.* 5. & *Corol.* 6. & 8.) être que fini, quoiqu'il s'étende à l'infini depuis B vers X, & qu'il ait toutes ses quatre faces collaterales infinies.

SCHOLIE.



1°. Toutes choses étant ici les mêmes que dans la Solut. 1. Il est à remarquer que puisque (*hyp.*) $\frac{au+uu}{a} = z$, ou $au+uu = az$, l'on aura $a\,(AF). u\,(RV) :: a+u\,(AF+RV). z\,(VE) = \frac{AF+RV}{AF} \times RV$. D'où l'on voit que si l'on prend par tout VE de cette valeur sur GV prolongée vers E, la Courbe KEC, qui passera par tous les points E ainsi trouvés, sera celle dont les ordonnées $VE\,(z)$ doivent être ici comme les résistances instantanées (dr) qu'on y suppose.

2°. Il suit encore de cette construction que RV en AF, rendant VE en FK, & $\frac{AF+RV}{AF} \times RV = 2AF$, doit aussi rendre $FK = 2AF = 2a$.

3°. De plus VE $\left(\frac{AF+RV}{AF} \times RV\right)$ diminuant avec RV, & ne devenant zero qu'avec elle, c'est à dire (*Corol.* 2.) seulement à une distance infinie de AK, l'asymptote FC des Courbes ARC, AGC, en doit aussi être une de KEC.

4°. Il est encore à remarquer que puisque (*hyp.*) $au + uu = az$, l'on aura $uu + au + \frac{1}{4}aa = az + \frac{1}{4}aa$, & $u = -\frac{1}{2}a + \sqrt{az + \frac{1}{4}aa}$; ce qui donnant $du = \frac{adz}{2\sqrt{az + \frac{1}{4}aa}} = \frac{adz}{\sqrt{4az + aa}}$, donne aussi $\frac{-dz}{z\sqrt{4az + aa}} = \frac{-du}{au + uu}$ (*Solut.* 1.) $= \frac{dt}{aa}$, ou $dt = \frac{-aadz}{z\sqrt{4az + aa}}$ pour l'équation de la Courbe KEC, laquelle équation se change en $dt = \frac{ads}{\sqrt{4as + ss}}$ en prenant $\frac{aa}{s} = z$, & dont par conséquent l'intégrale dépend de la quadrature de l'hyperbole ou de la construction de la logarithmique.

5°. Si l'on considére que la précédente équation $dt = \frac{-aadz}{z\sqrt{4az + aa}}$ de la Courbe KEC, donne $zdt = \frac{-aadz}{\sqrt{4az + aa}} = \frac{a}{2} \times \frac{-2adz}{\sqrt{4az + aa}}$, dont l'intégrale est $\int zdt$ ($FVEK$) $= -\frac{a\sqrt{4az + aa}}{2} + q$; & que (*nomb.* 2.) VE (z) en FK ($2a$), réduit cette intégrale à $o = -\frac{a\sqrt{8aa + aa}}{2} + q = -\frac{3aa}{2} + q$, qui donne $q = \frac{3aa}{2}$; cette intégrale complette ou l'aire $FVEK$ se trouvera être $= \frac{3aa - a\sqrt{4az + aa}}{2}$.

6°. Pour ce qui est de l'équation de la Courbe ARC par raport à l'axe AC, il faut considérer aussi que puisque TR (r) $= TV - RV$ ($a - u$), l'on aura $u = a - r$, & $du = -dr$; & ces valeurs de u, du, substituées dans l'équation $\frac{-du}{au + uu} = \frac{dt}{aa}$ trouvée ci-dessus (*Solut.* 1.) pour celle

de

de cette Courbe *ARC* par raport à l'axe *FC*, donneront $\frac{dr}{2aa+rr-3ar}=\frac{dt}{aa}$ pour l'autre équation de cette même Courbe par raport à son autre axe *AC*: la premiére de ces deux équations lui conviendra en qualité de Courbe des vitesses restantes; & la seconde, en qualité de Courbe des résistances totales.

Les Corol. 3. *&* 13. *font voir que l'inconvenient des vitesses qui ne s'éteindroient jamais dans les deux premiers Problèmes, se trouve pareillement dans celui-ci; ce qui pourroit faire aussi douter de la validité de l'hypothèse qu'on y vient de faire, quoique beaucoup plus vrai-semblable que celles de ces deux Problèmes-là, ainsi qu'on l'a observé dans la Remarque qui précede celui-ci. Voici donc encore quelques autres Problèmes, dans plusieurs desquels les vitesses s'éteindroient effectivement; outre que s'ils ne contiennent pas la veritable hypothèse des résistances, non-plus que les Corollaires du Probl.* 3. *où l'on a déja vû les vitesses s'éteindre aussi, ils serviront du moins à faire voir l'usage qu'on doit faire de cette hypothèse quand on l'aura trouvée.*

PROBLÊME V.

Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des puissances quelconques des résistances totales, ou des vitesses perduës & retranchées de primitivement uniformes.*

SOLUTION.

Soit n l'exposant de ces puissances. La presente hypothèse donnera $\frac{\overline{TR}^n}{\overline{AF}^{n-1}}\left(\frac{r^n}{a^{n-1}}\right)=VE\,(z)$; & cette valeur de z substituée dans l'équation $\frac{dr}{z}=\frac{dt}{a}$ de la Solution de la Prop. génér. & de son Corol. 7. la changera ici en $\frac{dr}{r^n}=\frac{dt}{a^n}$, ou en $\frac{dt}{a^n}=r^{-n}dr$, dont l'intégrale complette est $\frac{t}{a^n}=\frac{r^{1-n}}{1-n}$, le cas de $t\,(AT)=o$, rendant *Voyez la figure de la page suivante.*

pareillement ici r (TR) $= o$. Ainsi $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ sera l'équation de la Courbe cherchée ARC par raport à l'axe AC, laquelle donnera tout le reste.

COROLLAIRE I.

Si $n > 1$, cette hypothêse rendant $1-n$ négative, tous les tems (t) ou les résistances totales (r) le seroient aussi; ce qui est impossible, ou contre l'hypothêse; outre que le cas de t (AT) $= o$, rendroit r (TR) infinie, & réciproquement; ce qui est aussi contre l'hypothêse.

A F K T R V E C C C C

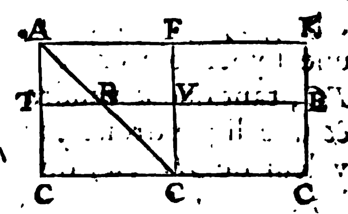
COROLLAIRE II.

Si $n = 1$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient en raison des résistances totales, cette hypothêse changeant l'équation précédente $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ en $\frac{t}{a} = \frac{r^0}{0} = \frac{1}{0}$, les tems AT (t) seroient ici tous infinis; ce qui est encore impossible & contre l'hypothêse.

Il est vrai que si au lieu de cette équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$, on se sert de sa différentielle $\frac{dr}{r^n} = \frac{dt}{a^n}$, cette différentielle se réduisant ici à $\frac{dr}{r} = \frac{dt}{a}$, la Courbe ARC s'y trouveroit être une logarithmique dans laquelle les tems AT (t) semblent augmenter avec les résistances totales TR (r); mais comme la ligne droite ATC en seroit l'asymptote, au point A de laquelle cette logarithmique commenceroit, la nature de cette Courbe éxigeant ce point de concours à une distance infinie de quelque ordonnée finie TR que ce soit, elle donneroit encore ici tous les tems AT (t) infinis, ou les résistances totales TR (r) nulles; ce qui est encore également contre l'hypothêse.

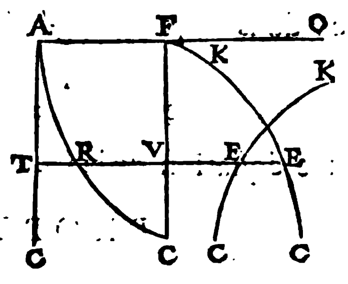
COROLLAIRE III.

Si $n=o$, ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées (dr) étoient constantes & par tout les mêmes, comme dans le Corol. 1. du Prob. 3. Cette hypothêse réduisant la précédente équation générale $\frac{t}{a^n}=\frac{r^{1-n}}{1-n}$ à $t=r$, c'est à dire à $AT=TR$, la Courbe ARC dégénéreroit ici en une ligne droite inclinée de 45. dégrés sur les paralleles AC, FC; ce qui rendroit aussi $FC=AF$. D'où suit encore tout ce qu'on a conclu de cette hypothêse dans le Corol. 1. du Problême 3.



COROLLAIRE IV.

Si $n<1$, ou $n=-$ quelque nombre que ce soit; c'est à dire si n vaut un nombre quelconque positif moindre que l'unité, ou un négatif absolument quelconque; la Courbe ARC exprimée par l'équation générale $\frac{t}{a^n}=\frac{r^{1-n}}{1-n}$, sera toûjours une parabole d'un exposant $=1-n$, & d'un parametre $=\frac{a^n}{1-n}$, laquelle viendra toûjours rencontrer FC en un point C qui donnera toûjours $FC.AF::1.1-n$. ou $FC=\frac{AF}{1-n}$; puisque ce point de rencontre rendant TR (r) $=TV=AF$ (a), l'équation précédente s'y réduira à $\frac{t}{a^n}=\frac{a^{1-n}}{1-n}$, d'où résulte t (alors FC) $=\frac{a}{1-n}=\frac{AF}{1-n}$.



SCHOLIE.

1°. Suivant l'équation donnée $z=\frac{r^n}{a^{n-1}}$, l'on aura

$r = z^{\frac{1}{n}} a^{\frac{n-1}{n}}$, & $r^{1-n} = z^{\frac{1-n}{n}} a^{\frac{2n-nn-1}{n}}$. Ainſi la Solution, ſuivant l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ qu'on y a trouvée, donnera $t = \frac{z^{\frac{1-n}{n}} a^{\frac{2n-1}{n}}}{1-n}$ pour l'équation générale de la Courbe *KEC*; laquelle ſera toûjours une parabole (y compris le triangle) ayant ſon ſommet en *F*, tant qu'elle aura $n < 1$; une hyperbole entre les aſymptotes orthogonales *FO*, *FC*, tant que n vaudra un nombre négatif quelconque; & une ligne droite parallele à *FC*, diſtante d'elle de la valeur de *AF* (a) du côté de *O*, ſi $n = 0$. On voit par les Corol. 1. & 2. que ce ſont-là toutes les valeurs poſſibles de n dans ce Problême-ci.

2°. Puiſque $RV\ (u) = TV - TR\ (a - r)$, & conſéquemment auſſi $r = a - u$; ſi l'on ſubſtituë cette valeur de r dans l'équation générale $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ de la *Solution*, elle ſe changera en $\frac{t}{a^n} = \frac{\overline{a-u}^{1-n}}{1-n}$, qui ſera encore une autre équation de la Courbe *ARC* par raport à l'axe *FC*.

PROBLÊME VI.

Trouver en général la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothèſe des réſiſtances inſtantanées en raiſon des puiſſances quelconques des tems écoulés depuis le commencement du mouvement juſqu'à telle viteſſe qu'on voudra, reſtante d'une primitivement uniforme quelconque.*

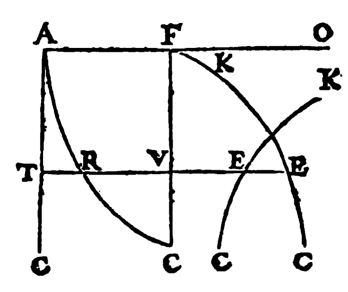
SOLUTION.

Soit n l'expoſant de ces puiſſances. La preſente hypothèſe donnera $\frac{\overline{AT}^n}{\overline{AF}^{n-1}} \left(\frac{t^n}{a^{n+1}}\right) = VE\ (z)$; & cette valeur de z ſubſtituée dans l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solution de la Prop. gén. & de ſon Cor. 7. la changera ici en $\frac{dr}{t^n} = \frac{dt}{a^n}$,

ou en $dr = \frac{t^n dt}{a^n}$, dont l'intégrale $\frac{t^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n} = r$, ou $t^{n+1} = \overline{n+1} \times a^n r = \overline{n+1} \times a^n \times \overline{a-u}$, sera l'équation de la Courbe cherchée *ARC*. D'où l'on voit,

COROLLAIRE I.

Que tant que n sera un nombre positif quelconque, ou un négatif moindre que l'unité, cette Courbe *ARC* sera une parabole, touchée en son sommet *A* par la droite *ATC* dans le premier cas, & par la droite *AF* dans le second, ayant ses appliquées *TR* ($r = a - u$) en raison des puissances $n+1$ des abscisses correspondantes *AT* (t) de son axe *ATC*, dont le parametre sera $= \overline{n+1} \times a^n$.



COROLLAIRE II.

Cette parabole ayant *RV* (u) $= o$ dans le point *C* où elle rencontrera la droite *FC*, son équation se changera là en $t^{n+1} = \overline{n+1} \times a^{n+1}$; ce qui donne $t = \overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}} \times a$. D'où l'on voit qu'en prenant *FC* (t) $= \overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}} \times a = \overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}} \times AF$, le point *C* sera ce point de rencontre où se fera l'entiére extinction des vitesses restantes *RV* (u), lesquelles suivant l'équation donnée dans ce Problême-ci, seront par tout comme les fractions $\frac{\overline{n+1} \times a^{n+1} - t^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n}$ correspondantes; & les vitesses perduës, comme les fractions $\frac{t^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n}$, ou comme les grandeurs t^{n+1} ($\overline{FV}^{n+1}$) pareillement correspondantes.

COROLLAIRE III.

Suivant le Corol. 3. de la Prop. génér. les espaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV* (t), seront ici comme les aires paraboliques *ARVF*, lesquelles sont aisées à trouver.

COROLLAIRE IV.

Si $n = o$, cette parabole générale *ARC* dégénérera en une ligne droite inclinée de 45 dégrés sur les paralleles *AC*, *FC*, la précédente équation générale se réduisant ici à $t = a^o r = r$, c'est à dire à $AT = TR$. De sorte que les décroissemens de vitesse seront ici tous égaux dans des instans égaux ; & (*Corol.* 3. *Prop. génér.*) l'espace parcouru jusqu'à leur entiére extinction, moitié de ce que le mobile en auroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la premiére de celles-là.

COROLLAIRE V.

Si $n = -1$, l'équation générale de ce Problême-ci se réduiroit ici à $t^o = o \times \overline{a - u}$, c'est à dire, à $1 = o$; ce qui est contradictoire & rend cette hypothêse impossible. On ne réüssiroit pas mieux par la différentielle $\frac{dr}{t^n} = \frac{dt}{a^n}$, ou $\frac{-du}{t^n} = \frac{dt}{a^n}$, de cette équation générale, laquelle se réduisant ici à la logarithmique $\frac{-du}{a} = \frac{dt}{t}$, jetteroit dans un inconvenient approchant de celui de la logarithmique du Corol. 2. du Probl. 5.

COROLLAIRE VI.

Et si l'on supposoit n négative plus grande que l'unité, le premier membre t^{n+1} de l'équation générale $t^{n+1} = \overline{n+1} \times a^n r = \overline{n+1} \times a^n \overline{a - u}$, se trouvant alors négatif, cette hypothêse se trouveroit encore impossible ; puisqu'il faudroit pour cela ou qu'une puissance d'un dégré pair fût négative, ou que les tems (t) ou les résistances totales (r) le fussent ; ce qui est également impossible.

COROLLAIRE VII.

Donc (*Cor.* 1. 4. 5. & 6.) la Courbe *ARC* de ce Pro-

blême-ci, doit toûjours être une parabole de quelque degré que ce soit, ou du moins une ligne droite qui divise l'angle *FAC* en deux parties égales.

COROLLAIRE VIII.

Cette impossibilité (*Cor.* 5. & 6.) de *n* négative égale ou plus grande que l'unité, fait voir que la Courbe *KEC* exprimée par l'équation supposée $z = \frac{t^n}{a^{n-1}}$, ne peut jamais être ici qu'une parabole (j'y comprens aussi le triangle) de quelque dégré que ce soit moindre d'une unité que celui de la précédente *ARC*; ou une hyperbole entre les asymptotes orthogonales *FC*, *FO*, laquelle ait les appliquées *VE* (*z*) d'un plus haut dégré quelconque que ses abscisses *FV* (*t*); ou enfin une ligne droite parallele à *FVC*, & distante d'elle du côté de *O* de la valeur de *AF* (*a*): une parabole, lorsque *n* est d'une valeur positive quelconque; une hyperbole, lorsque *n* est négative moindre que l'unité; & une ligne droite parallele à *FVC*, lorsque $n = o$.

PROBLÊME VII.

Trouver en général la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des puissances quelconques des tems à écouler jusqu'à l'entière extinction des vitesses restantes de primitivement uniformes.*

SOLUTION.

Soit *c* le tems complet & total du mouvement entier depuis le commencement jusqu'à l'entière extinction des vitesses. L'on aura $c - t$ pour ce qui reste de tems à écouler jusque-là depuis telle vitesse restante *RV* (*u*) qu'on voudra; puisqu'on prend par tout ici *AT* ou *FV* (*t*) pour le tems écoulé depuis le commencement du mouvement jusqu'à elle. Donc en prenant *n* pour l'exposant général des puissances des tems *VC* ($c - t$) à écouler, la presente hypothêse donnera $z = \frac{\overline{c-t}^n}{a^{n-1}}$; & cette valeur de *z* sub- *Voyez la Figure suivante.*

ſtituée en ſa place dans l'équation $\frac{dr}{z}=\frac{dt}{a}$ de la Solution de la Prop. génér. & de ſon Corol. 7. la changera pour ici en $\frac{dr}{\overline{c-t}^n}=\frac{dt}{a^n}$, ou en $dr=\frac{\overline{c-t}^n\times dt}{a^n}$; ce qui (en prenant $x=c-t$, & conſéquemment $-dx=dt$) donnera $dr=\frac{-x^n dx}{a^n}$. Donc (en intégrant) $r=\frac{-x^{n+1}}{\overline{n+1}\times a^n}+q$ $=\frac{-\overline{c-t}^{n+1}}{\overline{n+1}\times a^n}+q$. Mais le cas de $r\,(TR)=o$, qui rend auſſi $t\,(AT)=o$, réduiſant cette intégrale à $o=\frac{-c^{n+1}}{\overline{n+1}\times a^n}+q$, donne $q=\frac{c^{n+1}}{\overline{n+1}\times a^n}$. Donc $r(a-u)$ $=\frac{c^{n+1}-\overline{c-t}^{n+1}}{\overline{n+1}\times a^n}$ ſera l'équation complette cherchée de la Courbe ARC.

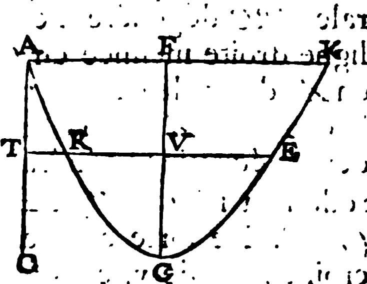
D'où l'on voit que l'extinction des viteſſes, rendant $u=o$, ou $r=a$, & $t=c$, la précédente équation ſe trouve alors $a=\frac{c^{n+1}}{\overline{n+1}\times a^n}$, ou $\overline{n+1}\times a^{n+1}=c^{n+1}$. Donc auſſi $r=\frac{\overline{n+1}\times a^{n+1}-\overline{c-t}^{n+1}}{\overline{n+1}\times a^n}$, ou $\overline{n+1}\,a^n r=$ $=\overline{n+1}\times a^{n+1}-\overline{c-t}^{n+1}$, ou bien auſſi (à cauſe de $r=a-u$) $\overline{n+1}\,a^{n+1}-\overline{n+1}\times a^n u=\overline{n+1}\,a^{n+1}-\overline{c-t}^{n+1}$: d'où réſulte pareillement $\overline{n+1}\times a^n u=\overline{c-t}^{n+1}$ pour l'équation de la Courbe ARC.

La même choſe ſe ſeroit encore trouvée en ſe ſervant de l'autre équation $\frac{-du}{z}=\frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Prop. génér. comme l'on vient de faire de la premiére $\frac{dr}{z}=\frac{dt}{a}$: car alors on auroit eu $du=\frac{x^n dx}{a^n}$, qui auroit donné

$u=$

$u = \frac{x^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n}$, ou bien encore $\overline{n+1} \times a^n u = x^{n+1} = \overline{c-t}^{n+1}$ pour l'équation de la même Courbe *ARC*. D'où il suit,

Corollaire I.



Que tant que n sera un nombre positif quelconque, ou un négatif moindre que l'unité, cette Courbe *ARC* sera une parabole d'un exposant $= n+1$, laquelle aura son sommet en C sur l'axe FC, à une distance $FC\,(c) = \overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}} \times a$; puisqu'on vient de trouver en ce point C, $\overline{n+1} \times a^{n+1} = c^{n+1}$, qui donne $c\,(FC) = \overline{n+1}^{\frac{1}{n+1}} \times a$, ainsi que dans le Corol. 2. du Prob. 6. On voit aussi que cette parabole *ARC* aura son parametre $= \overline{n+1} \times a^n$ en C, de même que dans ce Corol. 1. du Prob. 6. elle l'a en A, qui là en est le sommet.

Corollaire II.

On voit de plus que l'extinction des vitesses $RV\,(u)$ se fera au sommet C de cette parabole, & qu'elles seront par tout entr'elles comme les grandeurs $\overline{c-t}^{n+1}$ $(\overline{VC}^{n+1})$ correspondantes.

Corollaire III.

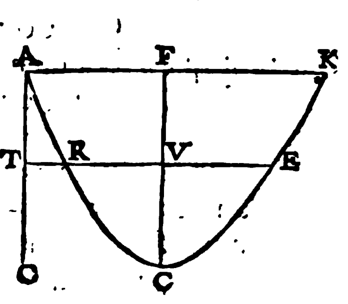
Donc les résistances totales $TR\,(a-u)$, ou les vitesses perduës, seront aussi par tout ici comme les fractions $\frac{c^{n+1} - \overline{c-t}^{n+1}}{\overline{n+1} \times a^n}$, ou comme les grandeurs $c^{n+1} - \overline{c-t}^{n+1}$ pareillement correspondantes.

Corollaire IV.

Suivant le Corol. 3. de la Prop. génér. les espaces par-

courus pendant les tems *AT* ou *FV*, seront ici comme les aires paraboliques *ARVF*, lesquelles sont aisées à trouver.

COROLLAIRE V.



Si $n = o$, la parabole générale *ARC* dégénérera en une ligne droite inclinée en *C* & en *A*, de 45. deg. sur les paralleles *FVC*, *ATC*, la précédente équation générale se réduisant ici u $(RV) = \overline{c+t}$ (VC). De sorte que les décroissemens de vitesses seront ici tous égaux dans des instans égaux ; & (*Corol.* 4. *Prop. génér.*) l'espace parcouru jusqu'à l'entiére extinction de ces vitesses, moitié de ce que le mobile en auroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la premiére de celles-là, ainsi que dans le Corol. 4. du Prob. 6.

COROLLAIRE VI.

Si $n = -1$, l'équation générale du present Prob. 7. se réduira à $o \times \frac{u}{o} = \overline{c-t}^{o}$, c'est à dire, à $o = a$; ce qui est contradictoire, & rend cette hypothêse impossible de même que dans le Corol. 5. du Prob. 6. Sa differentielle ne seroit pas mieux.

COROLLAIRE VII.

Et si n étoit négative plus grande que l'unité, l'équation générale $\overline{n+1}\, a^n u = \overline{c-t}^{n+1}$ de la Solution, réduisant ici à $\overline{1-n} \times a^{-n} u = \overline{c-t}^{1-n}$, c'est à dire, à $u \times \overline{c-t}^{n-1} = \frac{a^n}{1-n}$, dont n plus grande (*hyp.*) que l'unité, exprime presentement un nombre positif par le changement de signes qu'on y vient de faire ; cette hypothêse seroit encore impossible ; puisqu'en ce cas les vitesses *RV* (u), bien

loin de diminuer par les résistances supposées jusqu'à devenir nulles en C, augmenteroient au contraire avec les tems FV (t) jusqu'à devenir infinies en ce point C, cette équation étant à une hyperbole dont le centre seroit C, & FC une des asymptotes orthogonales.

COROLLAIRE VIII.

Donc (*Cor.* 1. 5. 6. & 7.) la Courbe ARC de ce Problême-ci, doit toûjours être une parabole de quelque degré que ce soit, ou une ligne droite qui divise l'angle FAC en deux parties égales, ainsi que dans le Corol. 7. du Prob. 6.

COROLLAIRE IX.

Cette impossibilité (*Cor.* 6. & 7.) de n négative égale ou plus grande que l'unité, fait voir que la Courbe KEC, exprimée par l'équation supposée $z = \frac{t^{n-1}}{a^{n-1}}$, ne peut jamais être ici qu'une parabole de quelque degré que ce soit, moindre d'une unité que celui de la précédente ARC, ayant le même sommet qu'elle; ou une hyperbole dont ce sommet C soit le centre, & FC une des asymptotes orthogonales; ou enfin une ligne droite parallele à FVC, & distante d'elle du côté de K de la valeur de AF (a): une parabole lorsque n est d'une valeur positive quelconque; une hyperbole lorsque n est négative moindre que l'unité; & enfin une ligne droite parallele à FVC, lorsque $n = 0$. Tout cela s'accorde encore avec le Cor. 8. du Prob. 6.

Cet accord joint à ce qu'on en a déja vû dans les Corol. 1. 5. 6. 7. & 8. de ce Probl. 7. entre lui & le Probl. 6. fait voir que ces deux Problêmes, quoique d'hypothèses tout à fait différentes, conviennent tellement entr'eux que les mêmes valeurs de n *les rendent également possibles ou impossibles.*

PROBLÊME VIII.

Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothêse des résistances instantanées en raison des espaces parcourus par des corps mûs de vitesses primitivement uniformes.*

SOLUTION.

Suivant le Cor. 5. de la Prop. gén. les espaces parcourus pendant les tems *AT* (t) sont toûjours comme les aires *ARVF* ($\int u dt$) correspondantes. Donc l'hypothêse de ce Problême-ci donnera $z = \frac{\int u dt}{a}$; & par conséquent l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solut. de la Propos. génér. & de son Corol. 7. se changera ici en $\frac{dr}{dt} = \frac{\int u dt}{a} = \frac{\int \overline{a-r} \times dt}{a}$, ou en $dr = \frac{dt \times \int \overline{a-r} \times dt}{a}$; ce qui (en différentiant, & en faisant toûjours dt constante) donnera $ddr = \frac{\overline{a-r} \times dt^2}{a}$, ou $dr\,ddr = \frac{\overline{a-r} \times dr\,dt^2}{a}$. Donc (en intégrant) l'on aura pareillement ici $\frac{1}{2} dr^2 = \frac{\overline{ar - \frac{1}{2}rr} \times dt^2}{a}$, ou $dt = \frac{adr}{\sqrt{aar - rr}}$ pour l'équation cherchée de la Courbe *ARC*.

Pour construire cette Courbe, soit le quart de cercle *APS* du centre *F* & du rayon *FA* (a). Ensuite aprés avoir pris *AB* pour une résistance totale quelconque (r), c'est à dire, pour celle qu'on voudra des résistances totales de ce Problême-ci, soit faite *BP* parallele à la droite *ATC*, & qui rencontre le quart de cercle au point *P*, qui par le dévelopement de l'arc *AP*, décrive

la dévelopée PT, & faſſe ainſi $AT = AP$. Soit de plus TV parallele à AF, & qui ſoit rencontrée en R par BP prolongée de ce côté-là.

Je dis que le point R ainſi trouvé, ſera un de ceux de la Courbe cherchée ARC; & que la dévelopée SC décrite par le dernier point S du quart de cercle APS dévelopé juſqu'en ATC de la maniére qu'on vient de ſuppoſer que ſon arc AP l'eſt en AT, donne un point C tel ſur AC, que ſi l'on fait CC parallele à AF, & qui rencontre auſſi FC en C, ce dernier point C ſera celui où la Courbe ARC rencontrera FC, & où ſe fera l'entiére extinction des viteſſes RV (u).

La démonſtration en eſt aiſée : Car ſi aprés avoir fait le rayon FP, on prend Pp pour un des élémens du quart de cercle APS; & qu'on faſſe pQ parallele à AF, & qui rencontre BP en Q; les triangles ſemblables FBP, & PQp, donneront BP ($\sqrt{2ar-rr}$). FP (a) :: Qp (dr). $Pp = \frac{adr}{\sqrt{2ar-rr}}$. Donc (en intégrant) $\int \frac{adr}{\sqrt{2ar-rr}} = AP = AT = t$. Donc (en differentiant) l'on aura auſſi $\frac{adr}{\sqrt{2ar-rr}} = dt$ pour l'équation de la Courbe ARC décrite comme l'on vient de faire. Donc enfin cette équation étant celle-là même qui vient de réſulter des conditions du Problême, la Courbe ARC ainſi décrite, doit être auſſi la Courbe requiſe, laquelle on voit être celle des ſinus PD ou RV.

AUTRE SOLUTION.

La même Courbe ARC ſe trouvera encore en ſe ſervant de l'autre équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Cor. 7. de la Prop. génér. comme l'on vient de faire de la premiére $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$. Car la ſuppoſition qu'on fait ici de $z = \int \frac{udt}{a}$, changeant cette autre équation en $\frac{-du}{\int udt} = \frac{dt}{aa}$, l'on aura ici $-du = \frac{dt \times \int udt}{aa}$; ce qui (en différentiant, & en faiſant

toûjours dt constante) dônnera $-ddu = \frac{udt^2}{aa}$, ou $-duddu = \frac{ududt^2}{aa}$, dont l'intégrale est $du^2 = -\frac{uudt^2}{aa} + q$. Mais le cas de RV (u) en AF (a), ou de $u = a$, rendant l'aire $ARVF$ ($\int udt$) $= o$, & conséquemment aussi $-du = o$, ou nulle par raport à dt, comme $\int udt$ le seroit alors par raport à aa dans l'équation $\frac{-du}{\int udt} = \frac{dt}{aa}$: la précédente intégrale se changera ici en $o = -dt^2 + q$; ce qui donne $q = dt^2$. Donc cette intégrale complette sera $du^2 = -\frac{uudt^2}{aa} + dt^2 = \frac{aa-uu}{aa} \times dt^2$, ou $dt = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$, laquelle sera aussi l'équation de la Courbe ARC, & qui se trouvera encore être ici la même Courbe des sinus PD ou RV, que dans la premiére Solution.

En effet la ressemblance des triangles FBP, PQp, donnant encore BP ($\sqrt{aa-uu}$). FP (a) :: Qp ($-du$). $Pp = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$; l'on aura encore ici $Pp = dt$, ou $AP = = t = AT = FV$. Donc en prenant $VR = DP$, le point R sera encore un de ceux de la Courbe cherchée ARC, laquelle se trouvera encore ici être la même Courbe des sinus PD ou RV, que dans la premiére Solution, & rencontrera encore son axe FC en un point C tel que FC sera encore égale au quart de cercle APS.

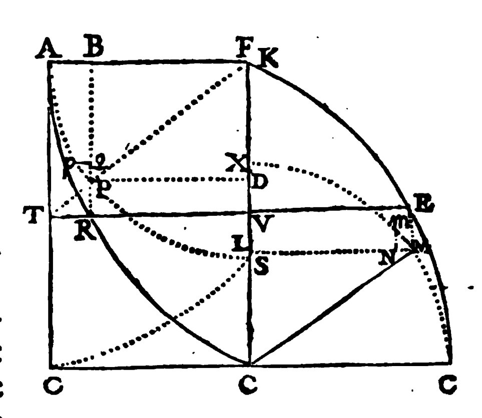
REMARQUE.

L'accord ou la conformité de ces deux Solutions se verra encore tout d'un coup en substituant seulement une des deux grandeurs (*hyp.*) égales $a-u$, r, ou $a-r$, u, à la place de l'autre dans celle des deux équations précédentes qui la contient. Par exemple,

1°. Si l'on substituë $a-u$ à la place de r, & $-du$ à la place de dr, dans l'équation $dt = \frac{udr}{\sqrt{2ar-rr}}$ de la premiére Solution, cette équation se changera en $dt = = \frac{-adu}{\sqrt{2aa-2au-aa+2au-uu}} = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$, qui est celle de la seconde Solution.

2°. Réciproquement si l'on substituë $a-r$ à la place de u, & dr à la place de $-du$, dans cette derniére équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$, elle se changera de même en $dt =$ $= \frac{adr}{\sqrt{aa-aa+2ar-rr}} = \frac{adr}{\sqrt{2ar-rr}}$, qui sera celle de la premiére Solution. D'où l'on voit encore que les deux Solutions précédentes ne donnent que la même Courbe *ARC*. Delà voici le reste.

COROLLAIRE I.



Il suit de chacune de ces deux Solutions que les tems écoulés *AT* ou *FV* (t) sont ici comme les arcs circulaires *AP* correspondans, & que ce qu'il en reste (*VC*) à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, est toûjours comme l'arc *PS* restant du quart de cercle *APS*, l'extinction des vitesses se devant faire au point *C* de la droite $FC = APS$.

COROLLAIRE II.

Que les vitesses *VR* (u) restantes, sont toûjours comme les sinus droits *DP* de ces arcs *PS* de reste ; & les vitesses perduës ou les résistances totales *TR* (r), comme les différences *AB* de ces sinus au sinus total *AF*.

COROLLAIRE III.

Que (*Corol.* 3. *Prop. génér.*) les espaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV* (t), doivent être comme les aires *ARVF* correspondantes. Mais l'équation $dt =$ $= \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$ trouvée dans la Solut. 2. donne *ARVF* ($\int udt$)

$= \int \frac{-audu}{\sqrt{aa-uu}} = a\sqrt{aa-uu}$. Donc les espaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV*, doivent être ici entr'eux comme les grandeurs *BP* ($\sqrt{aa-uu}$) correspondantes, c'est à dire, comme les sinus des arcs *AP* qui expriment ces tems *AT* (t); & à tout l'espace parcouru jusqu'à l'entiére extinction des vitesses *RV* (u) :: *ARVF*. *ARCF* :: $\sqrt{aa-uu}$. a :: *BP*. *PF*. c'est à dire, comme les sinus des arcs *AP* qui expriment les tems écoulés (t), sont au sinus total.

COROLLAIRE IV.

Les espaces qui restent à parcourir jusqu'à l'entiére extinction des vitesses, seront donc aussi comme les grandeurs $a-\sqrt{aa-uu}$ correspondantes, c'est à dire, comme les différences du sinus total aux sinus droits des arcs *AP* qui expriment les tems écoulés (t), ou comme les sinus verses *DS* des arcs *PS* qui expriment les tems qui restent à écouler jusqu'à l'entiére extinction des vitesses.

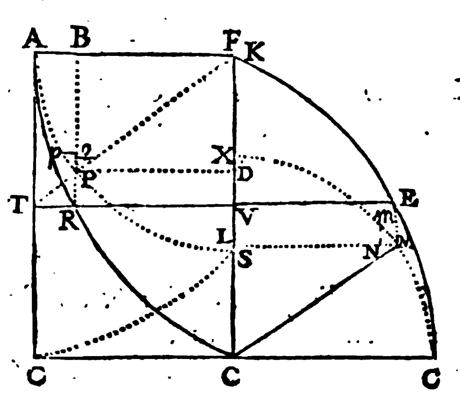
COROLLAIRE V.

De ce que (*Corol.* 3.) $\int udt = a\sqrt{aa-uu}$, l'on aura $\frac{-du}{\int udt} = \frac{-du}{a\sqrt{aa-uu}} = \frac{-adu}{aa\sqrt{aa-uu}}$ (à cause de l'équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$ trouvée dans la Solut. 2.) $= \frac{dt}{aa}$, c'est à dire $\frac{-du}{\int udt} = \frac{dt}{aa}$, qui est l'équation elle-même, donnée pour condition de ce Problême-ci. D'où l'on voit encore que la Courbe *ARC* des sinus *DP*, trouvée dans les Solut. 1. & 2. a effêctivement la proprieté qu'on y souhaitoit, qui étoit d'avoir par tout $-du$, ou les résistances instantanées dr (Qp) en raison des aires $\int udt$ (*ARVF*) correspondantes, ou (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) en raison des espaces parcourus pendant les tems *AF* ou *AT* (t) correspondans.

SCHOLIE.

Suivant l'équation donnée $z = \int \frac{udt}{a}$, l'on aura $udt = adz$, ou

ou $u = \frac{adz}{dt}$; & (en faiſant toûjours dt conſtantes) l'on aura auſſi $du = \frac{addz}{dt}$ poſitive, les conſtantes a & dt faiſant voir que u & dz croiſſent & décroiſſent ici enſemble. Donc en ſubſtituant ces valeurs de u, du, dans l'équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}}$ trouvée dans la Solut. 2. l'on aura pareillement $dt = \frac{-aaddz}{dt\sqrt{aa-\frac{aadz^2}{dt^2}}} = \frac{-addz}{\sqrt{dt^2-dz^2}}$, ou $dtdz = \frac{-adzddz}{\sqrt{dt^2-dz^2}}$, dont l'intégrale eſt $zdt = a\sqrt{dt^2-dz^2}+q$. Mais le cas de $z\left(\int\frac{udt}{a}\right)=o$, rendant $u=a$, rend auſſi $dz=dt$; ce qui réduit alors l'intégrale précédente à $o=o+q$. Donc elle ſera ici $zdt = a\sqrt{dt^2-dz^2}$, ou $zzdt^2 = aadt^2-aadz^2$; ce qui donne $aadz^2 = aadt^2 - zzdt^2$, ou $dt = \frac{adz}{\sqrt{aa-zz}}$, pour l'équation de la Courbe KEC. D'où l'on voit que cette



Courbe en eſt encore une des ſinus LM ou VE du quart de cercle CMX décrit du centre C du milieu, & du rayon $CX=FS=a$; & préciſément la même que la précédente ARC, ayant ſeulement des poſitions différentes, & leurs origines C, K, à des extrémités différentes de leur axe commun $FC=APS=XMC$.

Pour le voir, ſoit pris l'arc $XM=FV=AT=t$, dont ML ſoit le ſinus, & Mm (dt) un de ſes élémens. Cela fait, je dis que ſi l'on tire ME parallele à CE, & qui rencontre TV prolongée en E; ce point E ſera un de ceux de la Courbe cherchée KEC.

Car appellant encore a, le rayon CM; & VE ou LM, z; la reſſemblance des triangles CLM, MNm,

donnera CL ($\sqrt{aa-zz}$). CM (a) :: MN (dz). Mm (dt). D'où résulte $dt = \frac{adz}{\sqrt{aa-zz}}$ pour l'équation de la Courbe KEC qui passera par les points E qu'on vient de trouver. Donc cette équation étant celle qu'il falloit construire, cette Courbe KEC sera aussi celle qu'il falloit trouver. Par conséquent celle-ci sera encore une Courbe de sinus LM, & précisément la même que la précédente ARC, n'y ayant de différence qu'en ce que ces deux Courbes ont des positions différentes, & leurs origines C, K, à des extrémités différentes de leur axe commun FC. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

PROBLÊME IX.

Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des espaces qui restent à parcourir jusqu'à l'entière extinction des vitesses restantes de primitivement uniformes.*

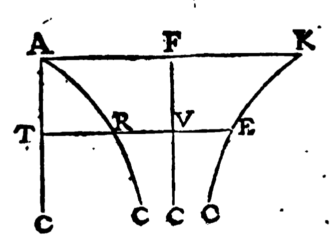
SOLUTION.

Soit e l'espace entier & constant à parcourir depuis le commencement du mouvement jusqu'à l'entiére extinction des vitesses : l'on aura $e - \int\frac{udt}{a}$ pour ce qu'il en reste à parcourir aprés quelque tems écoulé (t) que ce soit jusqu'à cette entiére extinction des vitesses. Donc suivant la presente hypothêse, l'on aura ici $z = e - \int\frac{udt}{a}$; ce qui changera ici l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solut. de la Prop. génér. & de son Corol. 7. en $\frac{dr}{ae - \int udt} = \frac{dt}{aa}$, ou en $dr = \frac{\overline{ae - \int udt} \times dt}{aa}$; & (en différentiant) $ddr = \frac{-udt^2}{aa}$ à cause de a, e, dt, constantes. Donc $drddr = -\frac{udrdt^2}{aa}$ (à cause de $a - r = u$) $= \frac{rdr - adr}{aa} \times dt^2$; & (en intégrant) $\frac{1}{2}dr^2 = \frac{\frac{1}{2}rr - ar}{aa} \times dt^2 + q$. Mais le cas de $r = a$ lorsqu'il

ne reſte plus du tout de viteſſe, rendant $\int\frac{udt}{a}=e$, ou $ae-\int udt=o$, & l'hypothêſe de $\frac{dr}{ae-\int udt}=\frac{dt}{aa}$ donnant auſſi pour lors $dr=o$; l'intégrale précédente ſe réduit pour lors à $o=\frac{\frac{1}{2}aa-aa}{aa}\times dt^2+q=-\frac{1}{2}dt^2+q$; c'eſt à dire, à $q=\frac{1}{2}dt^2$. Donc cette intégrale complette ſera ici $\frac{1}{2}dr^2=\frac{\frac{1}{2}rr-ar}{aa}\times dt^2+\frac{1}{2}dt^2$, ou $aadr^2=\overline{rr-2ar+aa}\times dt^2$: D'où réſulte $adr=\overline{a-r}\times dt$, ou (à cauſe de $a-r=u$, & de $dr=-du$) $-adu=udt$, ou bien auſſi $\frac{-du}{u}=\frac{dt}{a}$ pour l'équation de la Courbe cherchée *ARC*. Ce qui fait voir que cette Courbe doit être ici la même logarithmique que dans le Probl. 1. & que tout le reſte y doit être auſſi comme dans ce Problême.

AUTRE SOLUTION.

Si l'on veut ſe ſervir de l'autre équation $\frac{-du}{z}=\frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Prop. génér. la preſente hypothêſe la changera pareillement en $\frac{-du}{ae-\int udt}=\frac{dt}{aa}$, ou en $-du=\frac{ae-\int udt}{aa}\times dt$; & (en différentiant) l'on aura $-ddu=-\frac{udt^2}{aa}$, à cauſe que a, e, dt, ſont (*hyp.*) conſtantes. Donc $duddu=\frac{ududt^2}{aa}$; & (en intégrant) $du^2=\frac{uudt^2}{aa}+q$. Mais le cas de $u=o$ à la fin de tout le mouvement, rendant $e=\int\frac{udt}{a}$, ou $ae-\int udt=o$, la preſente hypothêſe de $\frac{-du}{ae-\int udt}=\frac{dt}{aa}$ donne auſſi pour lors $-du=o$; ce qui réduit alors la précédente intégrale à $o=o+q$. Donc cette intégrale complette ſera encore ſeulement ici $du^2=\frac{uudt^2}{aa}$, ou $-du=\frac{udt}{a}$, c'eſt



à dire, la même $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$ que dans la premiére Solution, & que dans le Probl. 1. dont les Corollaires convenant à celui-ci, on ne s'arrêtera point à en rien détailler.

SCHOLIE.

Pour faire voir que la Courbe *KEC* est pareillement ici la même que dans ce Probl. 1. il faut considérer que le Corol. 2. de ce Probléme, donnant ici $\int u dt = aa - au$; & par conséquent l'espace entier $e = a$, cet espace entier (e) ayant $u = o$; l'équation donnée $z = e - \int \frac{udt}{a} = \frac{ae - \int udt}{a}$, se réduira ici à $z = \frac{aa - aa + au}{a} = u$. Donc la Courbe *KEC* exprimée par cette équation, sera encore ici la même logarithmique que dans le Scholie de ce Probl. 1.

On voit delà, du Probl. 1. & de son Corol. 11. qu'en fait de mouvemens primitivement uniformes, ces trois hypothèses : Les résistances instantanées en raison des vitesses restantes; ces résistances en raison des accroissemens instantanées correspondans des espaces parcourus; & ces mêmes résistances en raison des espaces qui restent à parcourir jusqu'à l'entiére extinction des vitesses : *reviennent à la même; & que de faire une de ces trois hypothèses, c'est conséquemment faire aussi les deux autres.*

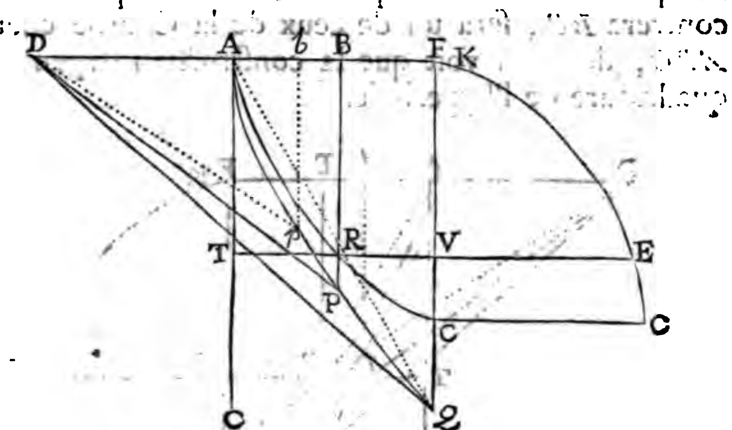
PROBLÊME X.

Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des longueurs correspondantes* AR *de cette Courbe des vitesses restantes de primitivement uniformes ainsi retardées.*

SOLUTION.

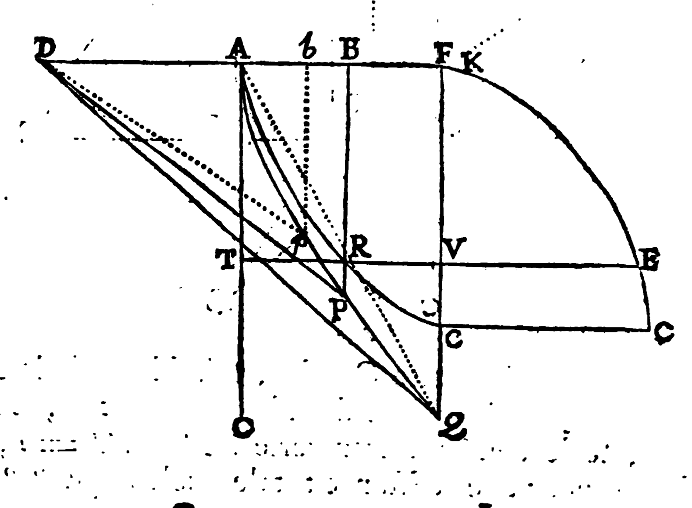
Soit s la longueur de cet arc *AR*, la presente hypothèse donnera $z = s$, & l'équation $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solution de la Prop. génér. & de son Corol. 7. se changera ici en

$\frac{dr}{s} = \frac{dt}{a}$, ou en $adr = sdt$: de sorte qu'en différentiant (dt demeurant toûjours constante) l'on aura ici $addr = dsdt = dt\sqrt{dr^2 + dt^2}$, ou $\frac{addr}{\sqrt{dr^2+dt^2}} = dt$, ou bien aussi $\frac{adrddr}{\sqrt{dr^2+dt^2}} = drdt$, dont l'intégrale est $a\sqrt{dr^2+dt^2} = rdt + q$. Mais le cas de r (TR) $= o$, rendant s (AR) $= o$, & conséquemment aussi (suivant l'équation donnée $\frac{dr}{s} = \frac{dt}{a}$) $dr = o$; cette intégrale se réduira pour lors ici à $a\sqrt{o + dt^2} = o + q$, c'est à dire à $adt = q$. Donc cette intégrale complette sera $a\sqrt{dr^2 + dt^2} = rdt + adt$; & par conséquent $aadr^2 + aadt^2 = \overline{r + a}^2 \times dt^2 = \overline{aa + 2ar + rr} \times dt^2$, ou $aadr^2 = \overline{2ar + rr} \times dt^2$; ce qui donne $\frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}} = dt$ pour l'équation de la Courbe cherchée ARC.



Pour construire cette Courbe, soit l'hyperbole équilatere APQ sur l'axe AF, dont le centre soit D, le sommet A, & le demi-axe transverse $DA = AF = a$; soit prise AB pour une résistance totale quelconque TR (r) ; soient de plus les deux ordonnées BP, bp, infiniment proches l'une de l'autre, lesquelles rencontrent l'hyperbole APQ en P, p. Soient enfin les droites DP, Dp.

Cela fait, on aura $BP = \sqrt{2ar + rr}$; & par conséquent le triangle réctangle $DBP = \frac{a+r}{2}\sqrt{2ar+rr}$, dont la différentielle sera $PDp + BPpb = \frac{1}{2}dr\sqrt{2ar+rr} + \frac{\overline{a+r}^2}{2\sqrt{2ar+rr}} \times dr$. Mais $BPpb = dr\sqrt{2ar+rr}$. Donc on aura $PDp = \frac{\overline{a+r}^2}{2\sqrt{2ar+rr}} \times dr - \frac{1}{2}dr\sqrt{2ar+rr} =$ $= \frac{\overline{a+r}^2 - \overline{2ar+rr}}{2\sqrt{2ar+rr}} \times dr = \frac{aadr}{2\sqrt{2ar+rr}}$, ou $\frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}} =$ $= \frac{2}{a} \times PDp = 2 \times \frac{PDp}{DA} = 2 \times \frac{PDp}{AF}$. Mais on vient de trouver $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}}$. Donc on aura pareillement ici $dt = 2 \times \frac{PDp}{AF}$; & en intégrant, $t\,(AT) = 2 \times \frac{APD}{AF}$. Donc si l'on prend $AT = 2 \times \frac{ABD}{AF}$; & que du point T on fasse TV parallele à AF, le point R où cette parallele rencontrera BP, sera un de ceux de la Courbe cherchée ARC, dont on voit que la construction dépend de la quadrature de l'hyperbole.



COROLLAIRE I.

Il suit de cette construction que les tems écoulés AT ou $FV\,(t)$ sont ici par tout comme les aires hyperboli-

ques APD correſpondantes ; & que ce qu'il en reſte (VC) à écouler juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, eſt toûjours comme l'aire hyperbolique reſtante DPQ, l'extinction des viteſſes ſe devant faire au point C de $FC = 2 \times \frac{APQD}{AF}$, ſur l'ordonnée $FQ = a\sqrt{3} = AF \times \sqrt{3}$.

COROLLAIRE II.

Que (*Cor. 3. Prop. génér.*) les eſpaces parcourus pendant les tems AT, ſont comme les aires correſpondantes $ARVF$. Mais l'équation $\frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}} = dt$ qu'on vient de trouver pour la Courbe ARC, donne ces aires $ARVF$ ($\int \overline{a-r} \times dt$) $= \int \frac{aadr - ardr}{\sqrt{2ar+rr}} = \int \frac{2aadr}{\sqrt{2ar+rr}} - \int \frac{aadr + ardr}{\sqrt{2ar+rr}}$ (ayant déja trouvé $\frac{aadr}{2\sqrt{2ar+rr}} = PDp$) $= 4 \times APD - a\sqrt{2ar+rr} + q = 4 \times APD - AF \times BP + q$. Mais le cas de R en A, réduiſant cette intégrale à $o = o - o + q$, fait voir que $ARVF = 4 \times APD - AF \times BP$ ſeulement. Donc les eſpaces parcourus pendant les tems AT (t), doivent être ici entr'eux comme les grandeurs $4 \times APD - AF \times BP$ correſpondantes ; & à tout l'eſpace parcouru juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes : : $ARVF$. $ARCF$: : $4 \times APD - AF \times BP$. $4 \times APQD - AF \times FQ$ (à cauſe que $BP = \sqrt{2ar+rr}$, devient $FQ = \sqrt{3aa} = a\sqrt{3} = AF \times \sqrt{3}$ en F) : : $4 \times APD - AF \times BP$, $4 \times APQD - AF \times AF \times \sqrt{3}$.

On voit auſſi delà que l'aire entiére $ARCF = 4APQD - AF \times FQ$ (en tirant la corde AQ) $= 4APQD - 2$ triang. AFQ (à cauſe de $AD = AF$) $= 4APQD - 2$ triang. $ADQ = 2$ ſect. $APQD - 2$ ſeg. $APQA$.

AUTRE SOLUTION.

On vient de trouver $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}}$ pour l'équation de la Courbe ARC. Soit preſentement $r = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$;

l'on aura $dr = \frac{2xxdx - 2axdx - xxdx + 2axdx - aadx}{2xx} = \frac{xx - aa}{2xx} \times dx.$ Donc $\frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}} (dt) = \frac{xx - aa}{2xx\sqrt{\frac{2axx - 4aax + 2a^3}{2x} + \frac{\overline{xx - 2ax + aa}^2}{4xx}}} \times adx$

$= \frac{xx - aa}{x\sqrt{4ax^3 - 8aaxx + 4a^3x + x^4 - 4ax^3 + 4aaxx + 2aaxx - 4a^3x + a^4}} \times adx$

$= \frac{xx - aa}{x\sqrt{x^4 - 2aaxx + a^4}} \times adx = \frac{xx - aa}{x \times xx - aa} \times adx = \frac{adx}{x}$. Donc on aura ici l'équation logarithmique $dt = \frac{adx}{x}$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{x}$, au lieu de la précédente hyperbolique $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}}$.

Pour construire la Courbe cherchée *ARC* par le moïen de cette équation logarithmique, soit par le point *A* sur l'asymptote *FC*, une logarithmique *AGC* qui s'en écarte du côté de *C*, & qui ait sa soûtangente $= AF$ (a). Il est manifeste qu'en appellant ses ordonnées *VG*, x ; & ses abscisses *FK* ou *AT*, t ; son équation sera la même $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{x}$ que la précédente ; que *AC* parallele à *FC*, coupera toutes les *VG* en *T* au dessous de *AF* du côté de *C*, de maniére qu'elle y donnera par tout, non seulement $VG = x$, mais aussi $GT = x - a$. De sorte que suivant la supposition précédente de $r = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$, l'on aura ici $2x$ ($2 \times VG$). $x - a$ (GT) : : $x - a$ (GT). r (TR) $= \frac{GT \times GT}{2 \times VG}$. D'où l'on voit que si l'on prend *TR* (r) de cette valeur, c'est à dire, troisiéme proportionelle à $2 \times VG$, *GT*, ensorte que *GT* soit par tout moïenne proportionelle entre $2 \times VG$ & *TR*, le point *R* ainsi trouvé, sera un de ceux de la Courbe cherchée *ARC*, & ainsi des autres à l'infini. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

COROL.

COROLLAIRE III.

Il suit de cette Solut. 2, que lorsque GT sera moïenne proportionelle entre $2 \times VG$ & AF, l'ordonnée TR se trouvant alors égale à AF, la Courbe ARC rencontrera FC à l'extrémité de cette ordonnée. D'où l'on voit aussi que les vitesses RV s'y doivent enfin éteindre, & que l'ordonnée VG qui passera par-là, sera $= 2a + a\sqrt{3}$.

SCHOLIE.

1°. Suivant l'équation donnée $z = s$, l'on aura $dz = ds = \sqrt{dr^2 + dt^2}$, ou $dz^2 = dr^2 + dt^2$ (à cause de l'équation $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}}$ trouvée dans la Solut. 1.) $= dr^2 + \frac{aadr^2}{2ar + rr} = \frac{2ar + rr + aa}{2ar + rr} \times dr^2$; & par conséquent aussi $dz = \frac{adr + rdr}{\sqrt{2ar + rr}}$, dont l'intégrale est $z = \sqrt{2ar + rr} = BP$ dans la Figure de la Solut. 1. Ainsi si l'on prend VE (z) $= BP$ sur TV prolongée dans cette Figure, le point E sera un de ceux de la Courbe KEC, qu'on voit devoir ainsi passer par F, & avoir son ordonnée $CC = PQ = a\sqrt{3}$. *Voyez la figure de la Solution 1. page 453. & 454.*

2°. Delà il suit dans la même Figure de la Solut. 1. que chaque arc $AR = BP$ correspondante, & la Courbe entiére $ARC = FQ$; puisque (*hyp.*) $AR = s = z$ (*nomb.* 1.) $= BP$.

3°. Puisque (*nombr.* 1.) $z = \sqrt{2ar + rr}$, l'équation $\frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}} = dt$ trouvée dans la Solut. 1. pour la Courbe ARC, rendra $\frac{adr}{z} = dt$, ou $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$, qui est l'équation donnée dans ce Problême-ci. D'où l'on voit encore que la Courbe ARC trouvée cy-dessus, est effectivement celle de cette hypothêse.

4°. La supposition de $r = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$ dans la Solution 2. devant donner $x = 2a + a\sqrt{3}$ dans le cas de r (TR) $= a$ (AF), ainsi qu'il arrive au point C de concours de la Courbe ARC avec son axe FC; il suit manifestement que lorsque VG (x) est de cette valeur dans la *Voyez la figure de la Solution 2. page 456.*

Figure de la Solut. 2. le point C, où elle coupe alors FC, est le terme de la durée du mouvement, & celui où les vitesses RV (u) s'éteignent tout à fait conformément au Corol. 3.

5°. Puisque (*nomb.* 1.) $z = \sqrt{2ar + rr}$, & (*nomb.* 4.) $r = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$, on trouvera par tout z (VE) $= \frac{xx - aa}{2x}$: de sorte que le point C où la Courbe ARC rencontre son axe FC, rendant (*num.* 4.) $x = 2a + a\sqrt{3}$, l'on y aura aussi $z = \frac{4aa + 4aa\sqrt{3} + 2aa}{4a + 2a\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$ conformément au nomb. 1.

PROBLÊME XI.

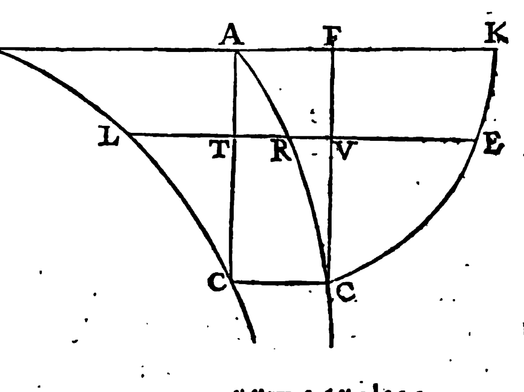
Trouver la Courbe ARC *des vitesses restantes, &c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des longueurs des complémens correspondans de cette Courbe, c'est à dire, en raison des arcs* RC *pris depuis quelque vitesse* RV *que ce soit jusqu'à son entière extinction, ou en raison des arcs* CR *pris depuis la fin* C *de la Courbe* ARC *jusqu'au point* R *correspondant à quelque vitesse* RV *que ce soit, restante d'une primitivement uniforme quelconque* AF.

SOLUTION.

Soit c la longueur entiére de la Courbe cherchée ARC, & son arc $AR = s$. La presente hypothêse donnera $z = c - s = CR$; ce qui changera l'équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ de la Solution de la Prop. génér. & de son Corol. 7. en $\frac{-du}{c-s} = \frac{dt}{a}$, ou en $-du = \frac{c-s}{a} \times dt$; ce qui différentié (en faisant toûjours dt constante) donnera aussi $-ddu = \frac{-dsdt}{a} = -\frac{dt\sqrt{du^2 + dt^2}}{a}$, ou $\frac{duddu}{\sqrt{du^2 + dt^2}} = \frac{dudt}{a}$. Donc (en intégrant) l'on aura $\sqrt{du^2 + dt^2} = \frac{udt}{a} + q$. Mais le cas de u (RV) $= o$ en C, rendant $s = c$, & $c - s = o$, l'équation donnée $\frac{-du}{c-s} = \frac{dt}{a}$ doit aussi donner ici $-du = o$; ainsi l'intégrale précédente s'y doit réduire à $\sqrt{o + dt^2} =$

$= o + q$, c'est à dire, à $dt = q$. Donc cette intégrale complette sera $\sqrt{du^2 + dt^2} = \frac{udt}{a} + dt = \frac{a+u}{a} \times dt$; d'où résulte $aadu^2 + aadt^2 = aadt^2 + 2audt^2 + uudt^2$; c'est à dire $aadu^2 = 2audt^2 + uudt^2$; ce qui donne $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au + uu}}$ pour l'équation de la Courbe ARC.

Soit presentement $\frac{xx - 2ax + aa}{2x} = u$: l'on aura $du = \frac{2xx - 2ax - xx + 2ax - aa}{2xx} \times dx = \frac{xx - aa}{2xx} \times dx$, & $2au + uu = \frac{2axx - 4aax + 2a^3}{2x} + \frac{\overline{xx - 2ax + aa}^2}{4xx} = \frac{4ax^3 - 8aaxx + 4a^3x + x^4}{4xx}$ $\frac{- 4ax^3 + 4aaxx + 2aaxx - 4a^3x + a^4}{4xx} = \frac{x^4 - 2aaxx + a^4}{4xx}$, ou $\sqrt{2au + uu} = \frac{xx - aa}{2x}$. Donc $\frac{-du}{\sqrt{2au + uu}} = -\frac{dx}{x}$. Mais on vient de trouver $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au + uu}}$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{\sqrt{2au + uu}}$. Donc $\frac{dt}{a} = -\frac{dx}{x}$, qui est une équation à une logarithmique GLC, dont l'asymptote doit être FC, la soûtangente $= a$ (AF), & les ordonnées $LV = x$, entre lesquelles la plus grande des necessaires ici, doit être $GF = 2a + a\sqrt{3}$, ainsi qu'il résulte de l'équation supposée $u = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$ dans le cas de RV (u) en AF (a).

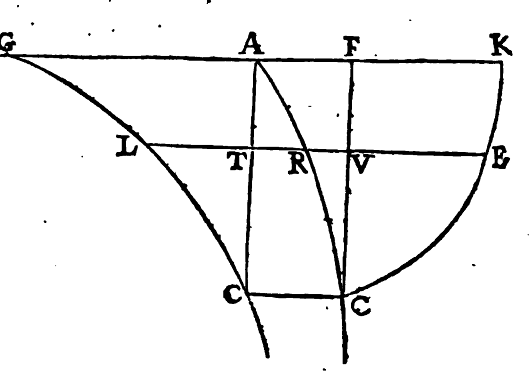


Cette logarithmique ainsi posée, la construction de la Courbe cherchée ARC est facile. Car la précédente équation $u = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$ donnant $2x$ $(2LV)$. $x - a$ (LT) :: $x - a$ (LT). u (RV). il n'y a qu'à prendre par

tout $RV = \frac{LT \times LT}{2LV}$ fur la correfpondante LV, c'eft à dire, RV par tout troifiéme proportionelle à $2LV$, LT; & la ligne ARC qui paffera par tous les points R ainfi trouvés, fera la Courbe cherchée des viteffes reftantes RV (u) par raport à l'axe FC, & des réfiftances totales TR (r) par raport à l'axe AC.

COROLLAIRE I.

Il fuit de cette conftruction non-feulement que LT $(x - a)$ en GA $(a + a\sqrt{3})$, y rend $RV \left(\frac{LT \times LT}{2LV}\right) = \frac{\overline{a + a\sqrt{3}}^2}{4a + 2a\sqrt{3}} = \frac{aa + 2aa\sqrt{3} + 3aa}{4a + 2a\sqrt{3}} = \frac{4aa + 2aa\sqrt{3}}{4a + 2a\sqrt{3}} = a = AF$, ainfi que le Problême l'éxige; mais auffi que l'anéantiffement de LT au point C où la logarithmique GLC rencontre AC, rendant $RV \left(\frac{LT \times LT}{2LV}\right) = \frac{0}{2a}$, les viteffes RV (u) doivent s'éteindre ici tout à fait à la fin C du tems exprimé par FC comprife entre AF & fa parallele CC: de forte que la Courbe ARC doit aller rencontrer



fon axe FC en ce point C, en le touchant feulement en ce point, puifque fon équation $dt = \frac{-du}{\sqrt{2au + uu}}$ s'y réduit à $dt = \frac{-adu}{0}$; au lieu que la logarithmique GLC doit rencontrer AC en C fous un angle de 45. deg. fon équation $\frac{dt}{a} = -\frac{dx}{x}$ s'y réduifant à $\frac{dt}{a} = \frac{-dx}{a}$.

COROLLAIRE II.

Il fuit encore de la conftruction précédente que fi l'on

prend ici GF pour l'unité, c'eſt à dire (*Sol.*) $2a + a\sqrt{3} = 1$, ou $a\ (AF) = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$, les abſciſſes FV, FC, ſeront les logarithmes des ordonnées correſpondantes LV, CC. Donc les tems écoulés AT ou $FV\ (t)$ ſeront ici entr'eux comme les logarithmes des ordonnées $LV\ (x)$ correſpondantes; les tems VC à écouler (*Cor.* 1.) juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, auſſi entr'eux comme les différences correſpondantes dont ces logarithmes ſont ſurpaſſés par le logarithme de $CC\ (a)$; & au tems total requis depuis le commencement du mouvement juſqu'à la fin, comme ces logarithmes, ou leurs différences à celui de CC, ſont à celui ci.

COROLLAIRE III.

Pour trouver les eſpaces parcourus pendant les tems AT ou $FV\ (t)$, il faut conſidérer que puiſque la Solution donne $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{\sqrt{2au+uu}}$ pour l'équation de la Courbe ARC, l'on aura ici $\int u\,dt\ (ARVF) = \int \frac{-audu}{\sqrt{2au+uu}} = \int \frac{-aadu-audu}{\sqrt{2au+uu}} + \int \frac{aadu}{\sqrt{2au+uu}} = -a\sqrt{2au+uu} + \int \frac{aadu}{\sqrt{2au+uu}}$ (*Solut.*) $= \frac{-axx+a^3}{2x} + \int \frac{aadx}{x} = \frac{-ax}{2} + \frac{a^3}{2x} + aa \times lx + q$. Mais le cas de $LV\ (x)$ en $GF\ (2a + a\sqrt{3})$ rendant $ARVF = 0$, & $x = 2a + a\sqrt{3}$, il réduit cette intégrale à $0 = \frac{-2aa-aa\sqrt{3}}{2} + \frac{a^3}{4a+2a\sqrt{3}} + q = \frac{\overline{-2aa-aa\sqrt{3}} \times \overline{2a+a\sqrt{3}} + a^3}{4a+2a\sqrt{3}} + q = \frac{-4a^3-4a^3\sqrt{3}-3a^3+a^3}{4a+2a\sqrt{3}} + q = \frac{-3aa-2aa\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + q$; ce qui donne $q = \frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times aa$. Donc $ARVF = -\frac{ax}{2} + \frac{a^3}{2x} + aa \times lx + \frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times aa = \frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times aa + \frac{a^3-axx}{2x} + aa \times lx$. Mais (*Cor.* 3. *Prop. génér.*) les eſpaces parcourus pendant les tems AT ou $FV\ (t)$, ſont entr'eux comme les aires $ARVF$ correſpondantes. Donc ces mêmes eſpaces ſont auſſi entr'eux comme les gran-

deurs correſpondantes $\frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times aa + \frac{a^3 - axx}{2x} + aa \times lx$, ou $\frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times a + \frac{aa - xx}{2x} + a \times lx$; & à l'eſpace total à parcourir pendant tous les tems FC (*Corol.* 1.) à écouler juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, comme ces mêmes grandeurs correſpondantes ſont à $\frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} aa + aa \times la$, ou à $\frac{3+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} a + a \times la$, puiſque LV (x) en CC (a), réduit ces grandeurs-là à celles-ci.

La même choſe ſe peut encore trouver en conſidérant ſeulement que puiſque la Solution donne $u = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$, & $\frac{dt}{a} = -\frac{dx}{x}$, ou $dt = -\frac{adx}{x}$, l'on aura auſſi $udt = = \frac{-axx + 2aax - a^3}{2xx} \times dx = \frac{-adx}{2} + \frac{aadx}{x} - \frac{a^3dx}{2xx}$. Donc (en intégrant) l'on aura encore ici $\int udt$ ($ARVF$) $= -\frac{ax}{2} + aa \times lx + \frac{a^3}{2x} + q$, comme ci-deſſus : le reſte ſe trouvera de même ici que là.

SCHOLIE I.

Puiſque la ſuppoſition de $u = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$ faite dans la Solution précédente, donne $-aa = xx - 2ax - 2ux$, l'on aura $xx - 2ax - 2ux + \overline{a+u}^2 = -aa + \overline{a+u}^2 = 2au + uu$, ou $x = a + u + \sqrt{2au + uu}$, & $dx = du + \frac{adu + udu}{\sqrt{2au + uu}} = \frac{a + u + \sqrt{2au + uu}}{\sqrt{2au + uu}} \times du$. Donc $\frac{du}{\sqrt{2au + uu}} = \frac{dx}{x}$ (*Sol.*) $= -\frac{dt}{a}$; ce qui eſt déja l'équation tirée d'abord de la ſuppoſition preſente de $z = c - s$, ou de $\frac{-du}{c-s} = \frac{dt}{a}$. Voici preſentement comment la premiére $\frac{-du}{\sqrt{2au + uu}} = \frac{dt}{a}$ des deux équations trouvées ci-deſſus, & conſéquemment auſſi la ſeconde $\frac{-dx}{x} = \frac{dt}{a}$, rendront cette ſuppoſition.

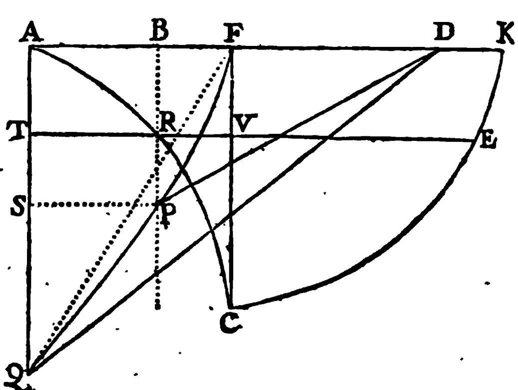
Cette premiére équation $\frac{-du}{\sqrt{2au + uu}} = \frac{dt}{a}$ donnera

$du^2 = \frac{2au + uu}{aa} \times dt^2$, & $du^2 + dt^2 = \frac{2au + uu + aa}{aa} \times dt^2$: d'où résulte $\sqrt{du^2 + dt^2} = \frac{a + u}{a} \times dt = dt + \frac{udt}{a}$, ou (en supposant toûjours dt constante) $\frac{duddu}{\sqrt{dt^2 + du^2}} = \frac{dudt}{a}$, ou bien aussi $ddu = \frac{dt}{a} \times \sqrt{du^2 + dt^2} = \frac{dsdt}{a}$; & (en intégrant) $du = \frac{sdt}{a} + q$. Mais le cas de RV (u) en C, qui rend $u = o$, rendant aussi du nulle par raport à dt, & $s = c$; cette intégrale s'y réduira à $o = \frac{cdt}{a} + q$; ce qui donne $q = -\frac{cdt}{a}$. Donc cette intégrale complette sera $du = \frac{s-c}{a} \times dt$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{c-s}$ (*hyp.*) $= \frac{-du}{z}$; ce qui est la supposition qu'il falloit ici retrouver.

Delà & de la premiére $\frac{-du}{\sqrt{2au + uu}} = \frac{dt}{a}$ des deux équations trouvées dans la Solution précédente, on voit que $\sqrt{2au + uu} = z = c - s$, & que d'avoir supposé ici les résistances instantanées en raison des complémens $c - s$ (RC) de la Courbe ARC des vitesses restantes, c'est la même chose que si l'on eût supposé ces résistances en raison des racines quarrées $\sqrt{2au + uu}$ des sommes faites de ces mêmes vitesses (u) & de leurs quarrés (uu); ce qui auroit fait encore un nouveau Probléme qui d'abord auroit paru fort différent de celui-ci.

AUTRE SOLUTION.

La construction de la Courbe ARC trouvée dans la Solution précédente en transformant l'équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au + uu}}$ de cette Courbe en une équation logarithmique, peut aussi se tirer immédiatement de cette premiére équation : voici comment. Soit l'hyperbole équilatere FPQ, dont le centre soit D, le sommet F, & le demi-axe transverse $FD = FA = a$; soit prise FB pour Voyez la figure suivante.



une viteſſe reſtante quelconque RV (u); ſoit de plus l'ordonnée BP de cette hyperbole avec la droite DP. On trouvera ici (comme dans la Solution 1. du précédent Probl. 10.) $\int \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}} = -2 \times \frac{FPD}{AF} + q$. Mais on vient de trouver $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$; & par conſéquent auſſi $t = \int \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$. Donc on aura ici $t = -2 \times \frac{FPD}{AF} + q$. Mais le cas de RV (u) $= AF$ (a), c'eſt à dire de RV en AF, & de BP en AQ, rendant t (AT) $= 0$, & $FPD = FPQD$, cette intégrale s'y réduiroit à $0 = -2 \times \frac{FPQD}{AF} + q$, d'où réſulte $q = 2 \times \frac{FPQD}{AF}$. Donc on aura ici $t = -2 \times \frac{FPD}{AF} + 2 \times \frac{FPQD}{AF} = 2 \times \frac{DPQ}{AF}$ pour cette intégrale complette. Donc auſſi en prenant AT (t) $= 2 \times \frac{DPQ}{AF}$, & en faiſant TV parallele à AF, le point R où cette parallele rencontrera BP prolongée juſqu'à elle, ſera un de ceux de la Courbe cherchée ARC, dont on voit que la conſtruction dépend de la quadrature de l'hyperbole.

COROLLAIRE IV.

Il ſuit de cette conſtruction que les tems écoulés AT (t) ou FV, ſont par tout ici comme les aires hyperboliques DPQ correſpondantes; & que ce qu'il en reſte (VC) à écouler juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes, eſt toûjours comme l'aire hyperbolique reſtante DPF, l'extinction des viteſſes ſe devant faire au point C de $FC =$

$FC = 2 \times \frac{FPQD}{AF}$, que la Courbe *ARC* doit toucher en ce point, ainsi qu'on l'a vû dans le Corol. 1.

COROLLAIRE V.

Pour trouver encore ici les espaces déja trouvés dans le Corol. 3. il faut considérer que ces espaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV* (t), sont (*Cor.* 3. *Prop. gén.*) comme les aires correspondantes *ARVF*. Mais l'équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$ qu'on vient de trouver (*Sol.* 1.) de la Courbe *ARC*, donne ces aires *ARVF* ($\int udt$) $\int -\frac{audu}{\sqrt{2au+uu}} = -\int \frac{aadu+audu}{\sqrt{2au+uu}} + \int \frac{aadu}{\sqrt{2au+uu}} = -a\sqrt{2au+uu} + \int \frac{aadu}{\sqrt{2au+uu}} + q$ (l'hyperbole *FPQ* donnant $BP = \sqrt{2au+uu}$, & $\int \frac{aadu}{\sqrt{2au+uu}} = 2a \times \frac{FPD}{AF}$) $= -a \times BP + 2a \times \frac{FPD}{AF} + q = 2 \times FPD - AF \times BP + q$. Mais le cas de *R* en *A* réduisant cette équation à $o = 2 \times FPQD - AF \times AQ + q$, donne $q = AF \times AQ - 2 \times FPQD$. Donc l'aire complette $ARVF = AF \times AQ - AF \times BP + 2 \times FPD - 2 \times FPQD$ (soit *PS* parallele à *FA*) $= AF \times SQ - 2 \times DPQ$. Donc aussi les espaces parcourus pendant les tems *AT* (t) doivent être ici entr'eux comme les grandeurs $AF \times SQ - 2 \times DPQ$ correspondantes; & à tout l'espace parcouru jusqu'à l'entiére extinction des vitesses : : *ARVF*. *ARCF* : : $AF \times SQ - 2 \times DPQ$. $AF \times AQ - 2 \times FPQD$ (à cause que $AD = 2AF$ rend $AF \times AQ$ = triangle $AQD = 2 \times$ triangles *FQD* en tirant la corde *FQ*) : : $AF \times SQ - 2 \times DPQ$. 2 triangles *FQD* — 2 secteurs *FPQD* : : $AF \times SQ$ — 2 secteurs *DPQ*. 2 segments *FPQF*.

On voit aussi delà que l'aire entiére *ARCF* de la Courbe *ARC*, est ici double du segment hyperbolique *FPQF*.

SCHOLIE II.

Suivant l'équation donnée $z = c - s$, l'on aura ici

$dz = -ds = -\sqrt{du^2 + dt^2}$, ou $dz^2 = du^2 + dt^2$ (à cauſe de l'équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$ trouvée dans la Solution premiére) $= du^2 + \frac{aadu^2}{2au+uu} = \frac{2au+uu+aa}{2au+uu} \times du^2$, c'eſt à dire, $dz = \frac{a+u}{\sqrt{2au+uu}} \times du$ poſitive, à cauſe que z & u croiſſant alternativement chacune avec s (AR), croiſſent ou décroiſſent toûjours enſemble. Donc (en intégrant) $z = \sqrt{2au+uu} + q$. Mais le cas de R en C, rendant RV (u) $= o$, AR (s) $= ARC$ (c), & conſéquemment auſſi z ($c-s$) $= c - c = o$; cette intégrale $z = \sqrt{2au+uu} + q$ s'y réduit à $o = o + q$. Donc on aura ſeulement ici z (VE) $= \sqrt{2au+uu} = BP$, ainſi qu'on l'a déja trouvé dans le Scholie 1. Donc auſſi en prenant par tout $VE = BP$ correſpondante, la Courbe KEC paſſera par tous les points E ainſi trouvés. D'où l'on voit,

1°. Que VE en C, rendant $BP = o$, l'on y aura auſſi $VE = o$. Ainſi la Courbe KEC doit paſſer par le point C de FC (*Corol.* 4.) $= 2 \times \frac{FPQD}{AF}$.

2°. R en A, rendant $BP = AQ$, & V en F, l'on y aura auſſi l'ordonnée $FK = AQ = a\sqrt{3} = AF \times \sqrt{3}$.

3°. Puiſque $c - s = z = \sqrt{2au+uu} = BP$, l'on aura auſſi $s = c - BP$, c'eſt à dire $AR = ARC - BP = AR + RC - BP$; ce qui donne l'arc $RC = BP$ correſpondante; & par conſéquent la Courbe entiére $ARC = AQ = AF \times \sqrt{3}$.

Cela ſe peut encore démontrer autrement. Car puiſque $ds^2 = du^2 + dt^2$ (à cauſe de $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$ trouvée dans la Sol. 1.) $= du^2 + \frac{aadu^2}{2au+uu} = \frac{aa+2au+uu}{2au+uu} \times du^2$, l'on aura auſſi $ds = \frac{a+u}{\sqrt{2au+uu}} \times -du$. Donc (en intégrant) $s = -\sqrt{2au+uu} + q$. Mais le cas de R en C, donnant RV (u) $= o$, & AR (s) $= ARC$ (c), réduit cette intégrale à $c = o + q$. Donc cette intégrale complette ſera s (AR) $= c - \sqrt{2au+uu} = ARC - BP$, comme ci-deſſus.

4°. Puisque $z = \sqrt{2au + uu}$, l'équation $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$ trouvée dans la Solution premiére pour la Courbe *ARC*, rendra $dt = \frac{-adu}{z}$, ou $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$, qui eſt l'équation générale qui a donné celle-là dans la preſente hypothêſe de $z = c - s$ déja retrouvée par ſon moïen dans la Scholie 1. D'où l'on voit encore que la Courbe *ARC* trouvée ci-deſſus, eſt effectivement celle de cette hypothêſe.

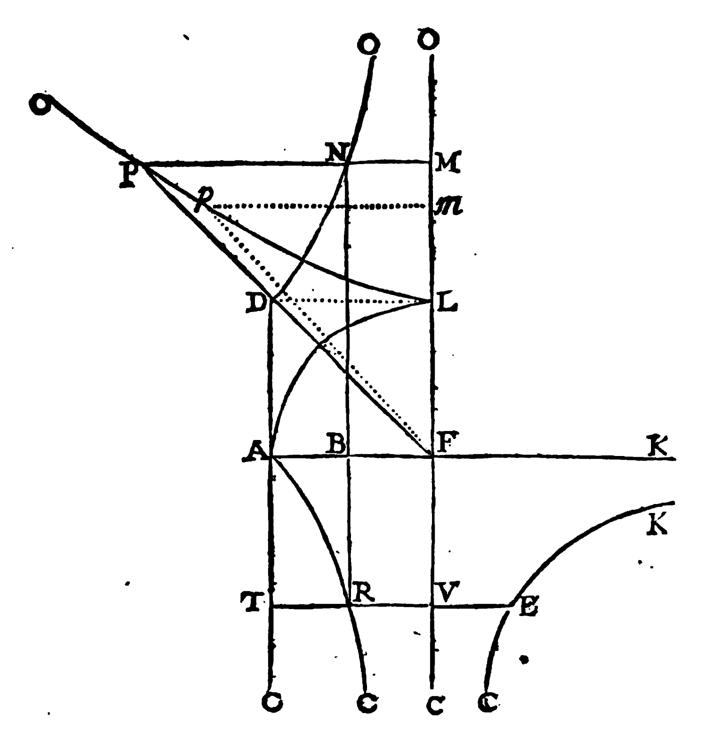
PROBLÊME XII.

Trouver la Courbe ARC, *&c. dans l'hypothêſe des réſiſtances inſtantanées en raiſon compoſée des viteſſes reſtantes de primitivement uniformes, & des élémens correſpondans de cette Courbe.*

SOLUTION.

Soit encore ſon arc $AR = s$. Cette hypothêſe des réſiſtances donnera $z = \frac{uds}{dt}$, en faiſant toûjours dt conſtante, & changera l'équation $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ du Corol. 7. de la Prop. génér. en $\frac{-du}{uds} = \frac{1}{a}$; ce qui donne $-adu = uds = u\sqrt{du^2 + dt^2}$, ou $aadu^2 = uudu^2 + uudt^2$; d'où réſulte $dt = \frac{-du}{u} \times \sqrt{aa - uu}$ pour l'équation cherchée de la Courbe *ARC*.

Cela étant, l'on aura auſſi $dt = \frac{-aadu + uudu}{u\sqrt{aa-uu}} = \frac{-aadu}{u\sqrt{aa-uu}} + \frac{udu}{\sqrt{aa-uu}}$. Soit preſentement $\frac{aa}{x} = u$; & par conſéquent $\frac{aadx}{xx} = -du$. L'on aura $\frac{-aadu}{u\sqrt{aa-uu}} = \frac{aadx}{x\sqrt{aa - \frac{a^4}{xx}}} = \frac{adx}{\sqrt{xx-aa}}$. Donc $dt = \frac{udu}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{adx}{\sqrt{xx-aa}}$; & (en intégrant) $t = \sqrt{aa-uu} + \int \frac{adx}{\sqrt{xx-aa}} + q$.



Pour trouver l'intégrale $\int\frac{aadx}{\sqrt{xx-aa}}$, soit par l'angle D du quarré $AFLD$, entre les asymptotes orthogonales FA, FO, l'hyperbole équilatere DNO, que BN parallele à FO, rencontre en N. Ensuite du centre F par L sur l'axe FO, soit encore l'hyperbole équilatere LPO, que MP tirée par N parallelement à FA, rencontre en P. Enfin du centre F par les extrémités P, p, de l'élément Pp de cette hyperbole, soient les droites FP*, Fp, avec l'ordonnée pm parallele à PM.

* *C'est un hazard que FP passe ici par D, cela n'étant point necessaire.*

Cela fait, l'hyperbole DNO donnera $BN=\frac{AF\times AD}{BF}$ (en prenant BF pour u, & toûjours $AF=a$) $=\frac{aa}{u}$. Mais la précédente hypothêse de $\frac{aa}{x}=u$, donne aussi $x=\frac{aa}{u}$. Donc $BN=x$. Par conséquent ayant (*hyp.*)

$LF = FA = a$, l'hyperbole LPO donnera $MP = \sqrt{xx - aa}$. Donc le triangle réctiligne réctangle $FMP = \frac{x}{2}\sqrt{xx - aa}$. Par conséquent sa différence $MPpm + PFp = \frac{dx}{2}\sqrt{xx - aa} + \frac{xxdx}{2\sqrt{xx-aa}} = dx\sqrt{xx-aa} + \frac{xxdx}{2\sqrt{xx-aa}} - \frac{dx}{2}\sqrt{xx-aa}$. Mais $MPpm = dx\sqrt{xx-aa}$. Donc $PFp = \frac{xxdx}{2\sqrt{xx-aa}} - \frac{dx}{2} \times \sqrt{xx-aa} = \frac{aadx}{2\sqrt{xx-aa}}$, ou $\frac{adx}{\sqrt{xx-aa}} = \frac{2}{a} \times PFp$. Ainsi en intégrant l'on aura $\int \frac{adx}{\sqrt{xx-aa}} = \frac{2}{a} \times PLF = 2 \times \frac{PLF}{AF}$.

Mais nous avions ci-dessus $t = \sqrt{aa-uu} + \int \frac{adx}{\sqrt{xx-aa}} + q$. Donc on aura ici $t = \sqrt{aa-uu} + 2 \times \frac{PLF}{AF} + q$. De sorte que si du centre F, & du rayon FA, on fait le quart de cercle AHL qui rencontre BN en* H, cette construction donnant $BH = \sqrt{aa-uu}$, l'on aura aussi $t = BH + 2 \times \frac{PLF}{AF} + q$. Mais le cas de RV (u) en AF (a), qui rendant AT ou FV (t) $= 0$, & $BH = 0 = 2 \times \frac{PLF}{AF}$, réduit cette intégrale à $0 = 0 + 0 + q$. Donc cette intégrale complette sera $t = BH + 2 \times \frac{PLF}{AF}$. D'où l'on voit que si l'on prend par tout AT ou FV (t) de cette valeur, ayant déja (*hyp.*) $BF = u$, l'angle R du réctangle BV, sera un des points de la Courbe cherchée ARC; & ainsi de ses autres points à l'infini. D'où l'on voit aussi,

* *Ajoûtez une* H *omise au points où* BN *coupe l'arc* AL *dans la Fig. de la précédente page* 468.

COROLLAIRE I.

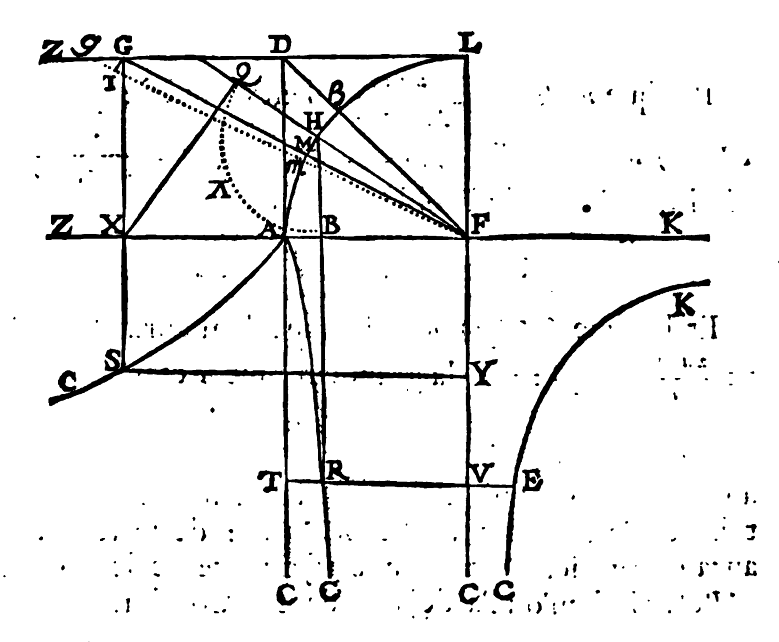
Que le secteur hyperbolique PLF augmentant à l'infini avec BN, le tems AT ou FV (t) doit aussi augmenter sans fin, & l'asymptote OFC de l'hyperbole DNO, en être aussi une de la Courbe ARC. D'où il suit que les vitesses RV (u) ne s'éteindroient jamais ici.

COROLLAIRE II.

Pour ce qui est des espaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV* (t), on voit aussi (*Cor.* 3. *Prop. gén.*) qu'ils devroient être ici comme les aires correspondantes *ARVF* ($\int u\,dt$). Mais l'équation $dt = \frac{-du}{u}\sqrt{aa-uu}$ trouvée ci-dessus pour la Courbe *ARC*, donne $\int u\,dt$ $(ARVF) = \int -du\sqrt{aa-uu} = -LHBF + q$; & le cas de *RV* en *AF*, qui rend $ARVF = 0$, & $LHBF = LHAF$, réduisant cette intégrale à $0 = -LHAF + q$, & rendant par-là $q = LHAF$, donne $ARVF = LHAF - LHBF = ABH$ pour cette intégrale complette. Donc les espaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV* (t) seront ici entr'eux comme les aires circulaires *ABH* correspondantes; & à tout ce qui s'en pourroit ici parcourir pendant un tems infini *AC* ou *FC*, comme ces aires correspondantes *ABH* sont à l'aire totale du quart de cercle *AHLF*. D'où l'on voit que cet espace total ne pourroit jamais être que fini, quoiqu'il fallût un tems infini pour le parcourir.

AUTRE SOLUTION.

Pour se passer presentement des hyperboles *LPO*, *DNO*, soit $u = \frac{2aay}{yy+aa}$: l'on aura $aa - uu = aa - \frac{4a^4yy}{\overline{yy+aa}^2} = \frac{aay^4 + 2a^4yy + a^6 - 4a^4yy}{\overline{yy+aa}^2} = \frac{aay^4 - 2a^4yy + a^6}{\overline{yy+aa}^2}$, ou $\sqrt{aa-uu} = \frac{ayy - a^3}{yy+aa}$; & $du = \frac{\overline{yy+aa} \times 2aady - 4aayydy}{\overline{yy+aa}^2} = \frac{2a^4 - 2aayy}{\overline{yy+aa}^2} \times dy$. Donc $\frac{-aadu}{u\sqrt{aa-uu}} = \frac{aa}{2aay} \times \frac{-2a^4 + 2aayy}{ayy - a^3} \times dy = \frac{ady}{y}$. Mais (*Sol.* 1.) $dt = \frac{udu}{\sqrt{aa-uu}} - \frac{aadu}{u\sqrt{aa-uu}}$. Donc $dt = \frac{udu}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{ady}{y}$. Donc aussi en prenant $a = 1$, $t = \sqrt{aa-uu} + a \times ly$. Mais la supposition précédente de $u = \frac{2aay}{yy+aa}$ donne $y = \frac{aa + a\sqrt{aa-uu}}{u}$: De sorte que si par le point *H*, dans lequel *RH* parallele à *VL*, rencontre le quart de cercle



AHL décrit du centre *F* par *A*, on mene la droite *FQ* rencontrée en *Q* par un arc de cercle *BπQ* décrit du centre *H* par le point *B* dans lequel *KH* rencontre *AF*; que du point *Q* l'on tire *QX* perpendiculaire sur *FQ*, & qui rencontre en *X* la droite *FA* indéfiniment prolongée du côté de *Z*: l'on aura non-seulement $HB = \sqrt{aa-uu}$ en prenant *FB* pour *u*; mais encore $FB\ (u).\ FH\ (a) :: FQ\ (a+\sqrt{aa-uu}).\ FX = \frac{aa+a\sqrt{aa-uu}}{u} = y$. Donc $t = HB + a \times lFX$. Mais si par le point *A* l'on imagine une logarithmique *ASC*, dont l'asymptote soit *FC*, de laquelle elle s'écarte du côté de *C*, & dont l'ordonnée *AF* (*a*) soit prise pour l'unité; son ordonnée *SY* (*y*) tirée du point *S* où cette logarithmique est rencontrée par *XS* parallele à *FC*, aura *FY* pour son logarithme: de sorte que si l'on prend $YV = HB$, l'on aura $FV = HB + lFX = t$. Donc ayant déja (*hyp.*) $FB = u$, si l'on fait le rectangle *VFBR*, son angle *R* sera un des points de la Courbe cherchée *ARC* des vitesses restantes (*u*); & ainsi de ses autres points à l'infini.

COROLLAIRE III.

Puisque $u\,(RV) = \frac{2aay}{yy+aa}$, il eſt manifeſte que lorſque $SY\,(y)$ ſera en $AF\,(a)$, l'on aura $RV\,(u) = \frac{2a^3}{aa+aa} = a$, ainſi que l'éxige le Problême.

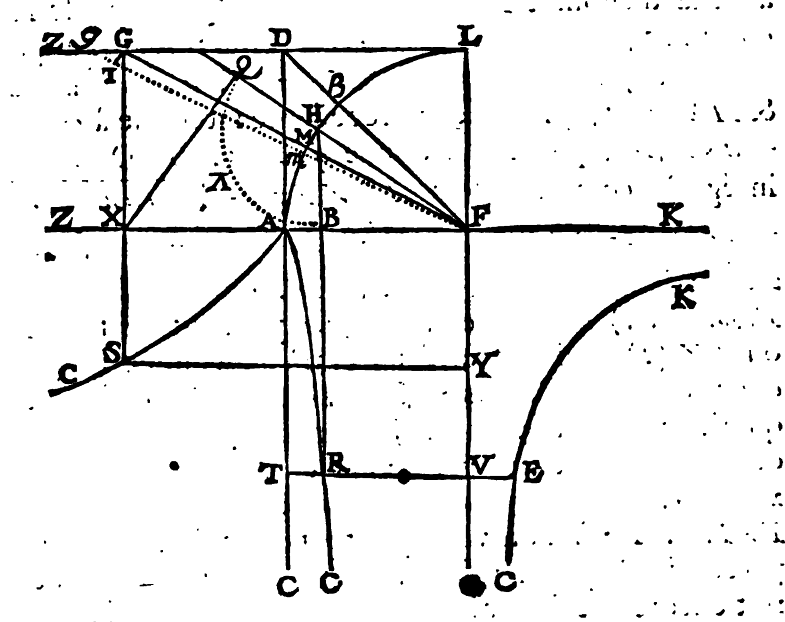
COROLLAIRE IV.

Et lorſque $SY\,(y)$ ſera infinie, l'on aura $RV\,(u) = \\ = \frac{2aay}{yy} = \frac{2aa}{y} = o$, la grandeur finie a étant alors nulle par raport à y. D'où l'on voit que FY logarithme de SY, & par conſéquent le tems $FV\,(t) = HB + FY$, étant auſſi pour lors infini, il faudra ici un tems infini pour l'entiére extinction des viteſſes $RV\,(u)$: de ſorte que l'on aura encore ici FC pour une aſymptote de leur Courbe ARC, ainſi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 1.

COROLLAIRE V.

Pour avoir preſentement ici les eſpaces déja trouvés dans le Corol. 2. c'eſt à dire, les eſpaces parcourus pendant les tems AT ou $FV\,(t)$, il faut conſidérer que puiſque la précédente Solut. 2. donne $u = \frac{2aay}{yy+aa}$, & $dt = \\ = \frac{udu}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{ady}{y}$, l'on aura ici $udt = \frac{uudu}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{2a^3dy}{yy+aa}$. Mais $\frac{uudu}{\sqrt{aa-uu}} = \frac{u^3du}{\sqrt{aauu-u^4}} = \frac{1}{2} \times \frac{-aaudu+2u^3du}{\sqrt{aauu-u^4}} + \frac{1}{2} \times \frac{aadu}{\sqrt{aa-uu}}$. Donc $udt = \frac{1}{2} \times \frac{-aaddu+2u^3du}{\sqrt{aauu-u^4}} + \frac{1}{2} \times \frac{aadu}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{2a^3dy}{yy+aa}$. Mais (*Solut.* 2.) $du = \frac{2a^4-2aayy}{\overline{yy+aa}^2} \times dy$, & $\sqrt{aa-uu} = \frac{ayy-a^3}{yy+aa}$; ce qui donne $\frac{1}{2} \times \frac{aadu}{\sqrt{aa-uu}} = \frac{aa}{2} \times \frac{2a^4-2aayy}{\overline{yy+aa} \times \overline{ayy-a^3}} \times dy = \\ = \frac{a^3dy}{yy+aa} \times \frac{aa-yy}{yy-aa} = -\frac{a^3dy}{yy+aa}$. Donc $udt = \frac{1}{2} \times \frac{-aaudu+2u^3du}{\sqrt{aauu-u^4}} \\ + \frac{a^3dy}{yy+aa}$.

Mais



Mais si l'on fait LZ parallele à FZ, & qui soit rencontrée en G par SX prolongée de ce côté-là ; qu'on mene les droites FG, Fg, infiniment proches l'une de l'autre, lesquelles rencontrent LZ en G, g, & le quart de cercle AHL en M, m ; & que du centre F par G, l'on fasse l'arc de cercle GI, lequel rencontre Fg en I : les triangles semblables GLF, gIG, donneront FG $(\sqrt{aa+yy})$. FL (a) :: Gg (dy). $GI = \frac{ady}{\sqrt{aa+yy}}$. Et les secteurs semblables GFI, MFm, donneront pareillement FG $(\sqrt{aa+yy})$. FM (a) :: GI $\left(\frac{ady}{\sqrt{aa+yy}}\right)$. $Mm = \frac{aady}{aa+yy}$. D'où résulte $\frac{a^3dy}{yy+aa} = a \times Mm$. Donc $udt = \frac{1}{2} \times \frac{-aaudu+2u^3du}{\sqrt{aauu-u^4}} + a \times Mm$, de qui l'intégrale est $\int udt$ $(ARVF) = -\frac{1}{2} \times \sqrt{aauu-u^4} - a \times AM + q$, en faisant aussi $a \times AM$ négative, à cause que les arcs AM & les aires $ARVF$ croissent & décroissent alternativement.

Mais le cas de RV (u) en AF (a), qui confond les points R, T, B, H, Q, X, S, dans le seul point A, & FG

avec la diagonale FD du quarré $ADLF$, laquelle rencontre en β le quart de cercle AHL inscrit dans ce quarré; ce cas, dis-je, rendant $ARVF = 0$, $\sqrt{aauu - u^4} = 0$, & $AM = A\beta$, réduira la précédente intégrale à $0 = 0 - a \times A\beta + q$; ce qui donne $q = a \times A\beta$. Donc cette intégrale complette sera $ARVF = -\frac{1}{2}\sqrt{aauu - u^4} - a \times AM + a \times A\beta = -\frac{u}{2}\sqrt{aa - uu} + a \times \beta M =$ $= -$ triang. $HBF +$ 2 sect. βFM. Donc aussi (*Corol.* 3. *Prop. génér.*) les espaces parcourus pendant les tems AT ou FV (t), doivent être ici entr'eux comme les grandeurs correspondantes $2 \times \beta FM - HBF$; & à tout ce qui s'en pourroit parcourir ici pendant un tems infini AC ou FC, comme ces grandeurs correspondantes sont à $2 \times \beta FA$, c'est à dire, à l'aire entiére du quart de cercle $FAHL$. D'où l'on voit que tout ce qui se pourroit ici parcourir d'espace, même pendant un tems infini, ne seroit encore que fini, ainsi qu'on l'a déja vû dans le Cor. 2.

COROLLAIRE VI.

Il suit de ce Corol. 2. & du précédent Corol. 5. que les aires circulaires ABH doivent toûjours être ici égales aux grandeurs $2\beta FM - HBF$ correspondantes.

SCHOLIE.

La presente hypothêse des résistances donnant $z = \frac{u\,ds}{dt} = \frac{u}{dt}\sqrt{du^2 + dt^2}$, ou $uudu^2 + uudt^2 = zzdt^2$, l'on aura ici $-udu = dt\sqrt{zz - uu}$. Mais l'équation $dt = \frac{-du}{u}\sqrt{aa - uu}$ trouvée ci-dessus (*Solut.* 1.) pour celle de la Courbe ARC, donne aussi $-udu = \frac{uudt}{\sqrt{aa - uu}}$. Donc $\frac{uudt}{\sqrt{aa - uu}} = dt\sqrt{zz - uu}$, ou $uu = \sqrt{aa - uu} \times \sqrt{zz - uu}$ $= \sqrt{aazz - aauu - zzuu + u^4}$, ou bien aussi $u^4 = aazz - aauu - zzuu + u^4$; d'où résulte $uu = \frac{aazz}{aa + zz}$, $udu =$

$= \frac{\overline{aa+zz} \times aazdz - aaz^3dz}{\overline{aa+zz}^2} = \frac{a^4z + aaz^3 - aaz^3}{\overline{aa+zz}^2} \times dz = \frac{a^4zdz}{\overline{aa+zz}^2}$.
Donc en ſubſtituant ces valeurs de uu, udu, dans la précédente équation $-udu = dt\sqrt{zz-uu}$, elle ſe changera en $\frac{-a^4zdz}{\overline{aa+zz}^2} = dt\sqrt{zz - \frac{aazz}{aa+zz}} = \frac{dt\sqrt{aazz+z^4-aazz}}{\sqrt{aa+zz}} = \frac{zzdt}{\sqrt{aa+zz}}$, ou en $dt = \frac{-a^4dz\sqrt{aa+zz}}{z \times \overline{aa+zz}^2} = \frac{-a^4dz}{z\sqrt{\overline{aa+zz}^3}}$, qui ſera celle de la Courbe *KEC*. Delà,

1°. L'équation $uu = \frac{aazz}{aa+zz}$ qu'on vient de trouver, fait voir que lorſque *RV* (u) en *AF* (a), rendra $u = a$; z (*VE*) ſera infinie, & que cette z (*VE*) ne ſera zero que lorſque *RV* (u) ſera nulle, c'eſt à dire ſeulement (*Corol.* 1.) à une diſtance infinie de *AF* du côté de *C*. D'où il ſuit que la Courbe *KEC* aura *FC*, & *AF* prolongée du côté de *K*, pour aſymptotes.

2°. La même équation $uu = \frac{aazz}{aa+zz}$ donnant $\frac{au}{\sqrt{aa-uu}} = z$ (*hyp.*) $= \frac{uds}{dt}$, on voit auſſi que d'avoir ſuppoſé ci-deſſus les réſiſtances inſtantanées en raiſon compoſée des viteſſes reſtantes (u) & des élémens correſpondans (ds) de la Courbe *ARC*, c'eſt la même choſe que ſi l'on eût ſuppoſé ces réſiſtances en raiſon des quotiens réſultans chacun du produit correſpondant (au) de la viteſſe primitive (a) par chaque reſtante (u), diviſé par la racine quarrée de la différence ($\sqrt{aa-uu}$) des quarrés de ces viteſſes, c'eſt à dire, en raiſon des raports correſpondans des viteſſes reſtantes à ces racines quarrées; ce qui d'abord auroit encore paru un Problême tout différent de celui-ci.

3°. De ce que (*nomb.* 2.) $\frac{au}{\sqrt{aa-uu}} = \frac{uds}{dt}$, il eſt manifeſte que les élémens (ds) de la Courbe *ARC* des viteſſes reſtantes, doivent être par tout ici en raiſon réciproque des racines quarrées ($\sqrt{aa-uu}$) des différences dont le quarré de chacune de ces viteſſes reſtantes (u) eſt ſurpaſſé par le quarré de la primitive (a), dt étant conſtante.

4°. Puisque (*nomb.* 2.) $z = \frac{au}{\sqrt{aa-uu}}$, l'on aura aussi $\frac{\sqrt{aa-uu}}{u} = \frac{a}{z}$ (*hyp.*) $= \frac{adt}{uds}$. Donc l'équation $dt = \frac{-du}{u} \times \sqrt{aa-uu}$ trouvée dans la Solution 1. pour celle de la Courbe *ARC*, rendra ici $dt = \frac{-adu}{z} = \frac{-adtdu}{uds}$, ou $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{z} = \frac{-dtdu}{uds}$, ou bien aussi $\frac{1}{a} = \frac{-du}{uds}$ qui est l'hypothêse elle-même qui avoit donné cette équation-là.

Tous ces Problèmes fournissent, ce me semble, assez d'exemples de la Proposition générale pour en faire voir l'étenduë & l'usage dans la recherche des mouvemens primitivement uniformes, retardés par des résistances quelconques des milieux où ils se font. Ainsi il ne reste plus qu'à en faire voir aussi l'usage dans la recherche des mouvemens primitivement variés, & retardés par de pareilles résistances. Mais ce Mémoire n'étant déja que trop long, ce sera pour un autre dans lequel on verra contre le sentiment de quelques Philosophes, que les mouvemens primitivement accélérés à la maniére de Galilée, desquels il est parlé au commencement de ce Mémoire-ci, ne sçauroient jamais être réduits à d'uniformes par les résistances qu'on y a marquées, c'est à dire, à ne plus s'accélérer du tout dans les hypothêses qu'on fait d'ordinaire de ces résistances, quelques vrai-semblables que soient ces hypothêses.

REMARQUE.

Si l'on prend p pour la pesanteur du corps mû, q pour celle d'un pareil volume du fluide ou milieu dans lequel il est mû, & le reste comme dans la précédente Proposition générale; l'équation $\frac{pdv \mp qdv}{pz} = \frac{dt}{a}$ sera encore une Regle générale des résistances des fluides ou milieux à traverser, laquelle se démontrera à peu prés de même que celle de cette Proposition: Les suites en paroîtront aussi à leur tour.

DES FORCES CENTRIPETES ET CENTRIFUGES,

Considerées en général dans toutes sortes de Courbes, & en particulier dans le Cercle.

PAR M. BOMIE.

MOnsieur Hugens est le premier, que je sçache, qui nous ait donné l'idée des Forces Centripetes ou Centrifuges, dans son excellent Livre de *Horologio oscillatorio*. M. Newton aprés lui a traité de ces Forces plus à fond. Aprés eux M. Varignon a donné des Methodes infiniment générales sur cette matiere dans differentes Pieces répanduës dans les Mémoires de cette Academie. 1707. 3. Aoust.

Le nouveau Systême, ou la nouvelle Explication du mouvement des Planetes est entierement fondée sur cette idée, & c'est la consideration de ces sortes de Forces, qui donne occasion à l'Auteur de ce Livre, d'expliquer les mouvemens des corps celestes d'une maniere fort ingenieuse.

M. Newton dans son Livre de *Principiis Mathematicis Philosophiæ naturalis* Livre 1. Section 2. Theorême 4. démontre le raport des Forces Centripetes dans deux cercles differens. Comme il m'a paru que cette démonstration avoit beaucoup de raport avec le principe fondamental du nouveau Systême dont je viens de parler, & que d'ailleurs le Theorême de M. Newton & le principe fondamental de M. Villemot sont d'une grande conséquence & dans la Physique & dans l'Astronomie, j'ay crû qu'on verroit avec plaisir ces deux Propositions déduites fort naturellement d'une Proposition beaucoup plus générale, & beaucoup plus simple.

Comme tout ce que je dois démontrer roule sur les

Forces Centripetes ou Centrifuges, il ne sera pas inutile d'en donner une notion distincte.

Si l'on suppose qu'un corps se meut sur la circonference d'un cercle, c'est à dire sur un poligone d'une infinité de côtés: Il est évident que ce corps décrira à chaque instant un de ces petits côtés, & que par conséquent ce corps tendra dans tous les instans à s'échaper suivant la direction de ces petits côtés; de cet effort il en résulte necessairement un autre qui est celui de s'éloigner du centre, & c'est cet effort résultant qu'on appelle Force Centrifuge.

Si l'on conçoit à present une force continuellement appliquée à ce corps qui à chaque instant l'oblige à se détourner, & à parcourir par ces détours infinis la circonference du cercle, cette force ainsi appliquée continuellement s'appelle Force Centripete.

Il suit de ces deux notions, qu'on peut prendre indifferemment la Force Centripete pour la Force Centrifuge, & réciproquement; puisque ces deux forces sont toûjours égales entr'elles.

La notion que je viens de donner de ces sortes de forces se peut entendre des Forces Centripetes, ou Centrifuges considerées dans toutes sortes de lignes courbes; & je ne l'ay expliquée dans le cercle, que parce qu'étant plus connu, il m'a paru le plus propre à fixer l'imagination dans cette sorte de matiere.

Ayant ainsi défini les Forces Centripetes ou Centrifuges, je démontre cette Proposition générale.

PROPOSITION GENERALE.

FIG. II. Si un corps roule sur une ligne courbe quelconque *APG*, ensorte que cherchant continuellement à s'échaper par la tangente infiniment petite *PQ*, il soit obligé de décrire la portion infiniment petite *PG* de la ligne courbe par une force quelconque tendante au centre *C* pris à volonté; je dis que la Force Centripete que j'appelle (f) sera toûjours à une quantité constante (a), comme la petite ligne *GQ* au quarré du tems.

REMARQUE.

Les tems peuvent toûjours être exprimés par les secteurs infiniment petits PCG, c'est à dire par $PC \times GH$, ou bien ayant continué la tangente infiniment petite PQ, & abaissé du centre C la perpendiculaire CS par $PQ \times CS = PG \times CS$.

SUPPOSITION PREMIERE.

Je suppose pour cette démonstration que les effets sont proportionnés à leurs causes, c'est à dire que si une certaine force cause un mouvement comme (m), le double de cette force causera ($2m$), le triple ($3m$) &c. & cela suivant la direction de cette force.

SUPPOSITION SECONDE.

Je suppose en second lieu que les espaces infiniment petits parcourus par une force constante & constamment appliquée, sont entr'eux comme les quarrés des tems.

DEMONSTRATION.

Si un corps se meut suivant la ligne AB, & qu'une force constante & constamment appliquée oblige ce corps à parcourir les espaces infiniment petits Abc, ABC, dans des tems exprimés par les lignes Ab, AB; ces petits espaces Abc, ABC pouvant passer pour des triangles rectilignes & semblables, seront entr'eux comme Ab^2 à AB^2. *Ce qu'il falloit trouver.*

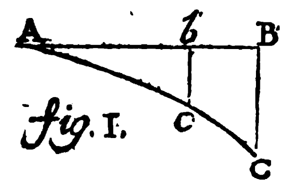


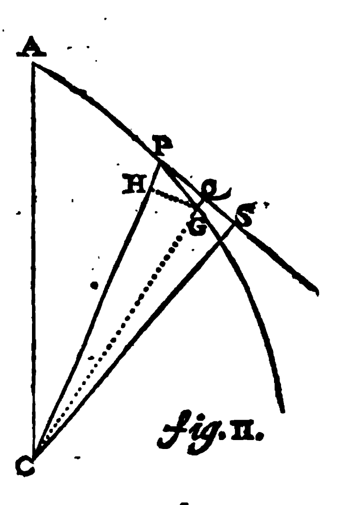
fig. I.

Ceci étant supposé, je démontre la Proposition générale.

DEMONSTRATION.

Il est clair que la petite ligne GQ dans un tems déterminé, est comme la Force Centripete (f) (par la premiere Supposition). Mais (f) étant déterminée, la même ligne est comme le quarré du tems (par la seconde Suppo-

ſition); c'eſt à dire, ſi on appelle le tems (t) & (dt) un inſtant comme (dt^2); donc ſi la force & le tems ſont indéterminées, QG ſera comme le produit de la force par le quarré du tems, c'eſt à dire comme fdt^2. donc $GQ : fdt^2$. donc $\frac{GQ}{f} : dt^2$. donc $\frac{a}{f} : \frac{dt^2}{GQ}$. donc $f : a :: GQ : dt^2$. Mais $dt^2 = CP^2 \times GH^2 = PG^2 \times CS^2$. donc $f : a :: GQ : CP^2 \times GH^2$, ou $PG^2 \times CS^2$. *Ce qu'il falloit démontrer.*



COROLLAIRE.

Il ſuit des deux Suppoſitions que les eſpaces *parcourus* avec des forces conſtantes & continuellement *appliquées*, ſont comme le produit de ces forces & des quarrés des tems.

Cette Propoſition eſt générale, & peut s'étendre à toutes les Courbes, en connoiſſant le raport de tous leurs points au centre C.

Il eſt clair que ſi on ſuppoſe la Courbe toûjours concave du même côté, & le point C hors de cette Courbe, la Force Centripete ſe changera en Centrifuge.

Donc dans les Courbes qui ſont tantôt concaves & tantôt convexes du même côté, la petite ligne GQ où la Force centripete devient égale à zero ou à l'infini dans le point d'inflexion, c'eſt à dire dans le point dans lequel la Force Centripete ſe change en Centrifuge, & réciproquement.

Si C eſt un foyer de quelque Section Conique, comme le raport de tous les points de la Section au foyer C eſt aiſé à connoître, il ſera auſſi facile de déterminer dans tous les points la Force Centripete qui tend à ce foyer.

Mais comme mon but principal eſt de parler de ces ſortes

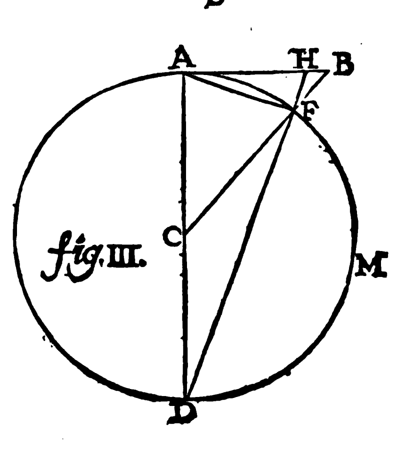
sortes de forces considerées dans le cercle, je me contenterai d'y appliquer la Proposition générale aprés que je l'aurai déterminée d'une maniere plus simple par raport à cette Courbe.

Pour la démonstration des Forces Centripetes & Centrifuges considerées particulierement dans le cercle, j'ay besoin d'un Lemme, & d'une Définition connuë de tout le monde.

LEMME.

Soit un cercle *AFM* son diametre quelconque *AD*, si l'on prend l'arc *AF* infiniment petit, & que l'on mene par l'extrémité du diametre *D* & par le point *F* la ligne *DFH* terminée en *H* à la tangente menée par le point *A*; je dis que le petit arc *AF* sera toûjours moïen proportionnel entre le diametre *DA*, & la partie *PH* de la ligne *DH* comprise entre le cercle & la tangente.

La Démonstration en est évidente, puisque *DF* ou *DA* : *AF* : : *AF* est à *FH*.



Les mêmes choses étant posées, si l'on mene du centre *C* la secante *CFB*, il est évident que l'angle *HFB* étant infiniment petit, *FH* sera $= FB$; donc on aura *DA* : *AF* : : *AF* : *FH* ou *FB*; donc *FB* sera $= \frac{AF^2}{DA}$, & sera toûjours comme $\frac{AF^2}{CA}$.

DÉFINITION.

La vitesse est toûjours exprimée par l'espace divisé par le tems; ainsi supposant l'espace (s) le tems (t) la vitesse (v), on aura toûjours $\frac{s}{t} = v$.

PREMIERE CONSEQUENCE.

Donc si les tems sont égaux, les vitesses seront comme les espaces.

SECONDE CONSEQUENCE.

Donc ces vitesses pourront être exprimées par ces espaces.

PROPOSITION.

Dans tout le cercle la Force Centripete est toûjours égale au quarré de la vitesse qui sert à le décrire, divisé par le rayon.

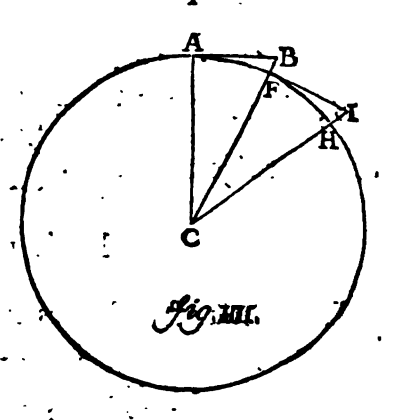
Je considere la Force Centripete dans le cercle comme tendante continuellement au centre du cercle, quoiqu'on la puisse considerer comme tendante à tout autre point: Mais dans le cas du Theorême de M. Newton, on ne la doit considerer que par raport au centre.

Je suppose que le corps qu'on conçoit se mouvoir sur la circonference d'un cercle, se meut uniformément; ou, ce qui est la même chose, qu'il parcourt des espaces proportionnels aux tems.

Ceci supposé, je démontre ainsi la Proposition.

DE'MONSTRATION.

Puisque la Force Centripete tend à chaque instant vers le centre du cercle, il est clair qu'elle est exprimée à chaque instant par les excés des secantes *FB* & *HI* &c. Mais *FB* est $= \frac{AF^2}{AC}$ par le Lemme précédent; donc la Force Centripete sera dans tous les points du cercle comme les quarrés des arcs infiniment petits *AF*, *FH*, &c. divisés par le rayon *AC*.



Mais parcequ'on a supposé le mouvement uniforme, ces petits arcs égaux sont décrits en tems égaux; donc par la premiere Consequence de la Définition, ils seront comme les vitesses; donc par la seconde Consequence, ils peuvent exprimer ces vitesses; donc la Force Centripete ou Centrifuge est dans tous les points du cercle comme le quarré de la vitesse divisé par le rayon. *Ce qu'il falloit démontrer.*

AUTRE DÉMONSTRATION.

Il est aisé de démontrer la même chose de la Proposition générale. Car FB ou HI par cette Proposition est toûjours comme fdt^2; mais par le Lemme précédent FB est comme $\frac{AF^2}{AC}$; donc $\frac{AF^2}{AC}$ sera comme fdt^2; donc en général dans toute sorte de cercle (f) sera comme $\frac{AF^2}{AC \times dt^2}$, soit que les tems soient égaux ou inégaux. Mais en supposant le mouvement uniforme $\frac{AF^2}{dt^2}$ sera $= vv$; donc on aura comme dans la Proposition précédente $\frac{vv}{AC} = \frac{AF^2}{AC} = f$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PREMIER COROLLAIRE.

Il est évident que la Force Centripete ou Centrifuge dans un cercle quelconque est par tout la même, puisque $\frac{AF^2}{AC} = \frac{FH^2}{AC}$. En un mot puisque les petits excés des secantes FB & HI &c. sont égaux.

SECOND COROLLAIRE.

Donc dans deux cercles differens les Forces Centripetes seront entr'elles comme les quarrés des arcs parcourus en même tems, ou comme les quarrés des vitesses divisés chacun par le rayon de leur cercle; ou, ce qui est la même chose, en raison réciproque des rayons ou des circonferences.

Ce Corollaire est la même chose que le Theorême 4. de la Section 2. du premier Livre *de Principiis Mathematicis Philosophiæ Naturalis* de M. Newton.

TROISIE'ME COROLLAIRE.

Donc si les Forces Centripetes dans deux cercles differens sont supposées égales, le rayon de l'un des cercles sera au rayon de l'autre, comme le quarré de la vitesse dans le premier est au quarré de la vitesse dans le second; & c'est-là le principe fondamental du nouveau Systême des Planetes.

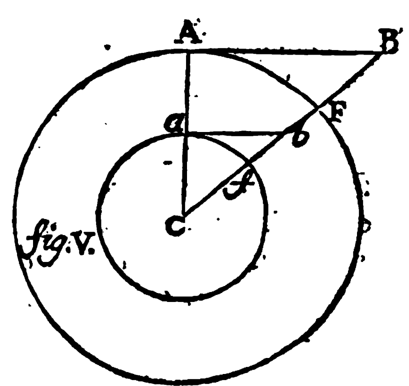
Quoique ces deux Corollaires soient évidens par la Proposition que j'ay démontrée, il ne sera pas inutile de les expliquer par le calcul; ce qui servira à leur donner un nouveau jour.

Soient deux cercles differens, un grand & un petit.

On appellera.

La Force Centripete dans le grand.	F.
La même dans le petit.	f.
La circonference du grand.	C.
La même du petit.	c.
Le rayon du grand.	R.
Le rayon du petit.	r.
La vitesse dans le grand.	V.
Dans le petit.	v.
Le tems d'une révolution entiere dans le grand.	T.
Le même dans le petit.	t.

On aura dans le grand $F = \frac{AF^2}{AC} = \frac{V^2}{AC}$, & dans le petit $f = \frac{af^2}{aC} = \frac{v^2}{aC}$. Donc $F : f :: \frac{AF^2}{AC} : \frac{af^2}{aC} :: \frac{V^2}{C} : \frac{v^2}{c} :: cV^2 : Cv^2$. C'est la démonstration du quatriéme Theorême de M. Newton. Donc si $F = f$, on aura $\frac{V^2}{C} = \frac{v^2}{c}$,



ou $\frac{V^2}{R} = \frac{v^2}{r}$. Donc $C : c :: V^2 : v^2$; & c'eſt le troiſiéme Corollaire que j'ay tiré de ma Propoſition, & le principe fondamental du nouveau Syſtême.

On voit clairement que ce principe ſe peut tirer aſſez naturellement du Theorême de M. Newton, & que ce Theorême même n'eſt qu'une conſequence de la Propoſition que j'ay démontrée.

Comme l'Auteur du nouveau Syſtême ne ſuppoſe point que F ſoit $= f$, mais qu'il entreprend de démontrer cette égalité, j'ay cru que je pouvois ici propoſer le doute qui m'eſt venu touchant ſa démonſtration.

Cet Auteur imagine un fluide homogene, c'eſt à dire d'une égale réſiſtance par tout. Il ſuppoſe que toutes les parties de ce fluide ſont en repos; & prenant deux points à diſcretion, l'un plus éloigné, & l'autre plus proche du centre, il les fait circuler autour de ce centre. En ce cas il démontre que les Forces Centrifuges ſont égales, & voici le Lemme dont il ſe ſert pour le démontrer.

LEMME page 14.*

Les Forces Centrifuges de pluſieurs mobiles, qui dans un fluide homogene ſont des circulations premieres chacun avec differens degrés de viteſſe, ſont toutes égales entr'elles. Cela eſt évident, dit l'Auteur, „*puiſqu'elles ſont toutes égales à la réſiſtance du fluide, laquelle eſt par tout la même dans un fluide homogene.* Ce ſont ſes propres termes.

* *Du nouveau Syſtême des Planetes par M. Villemot.*

Voici ma difficulté.

Ces corps en circulant cherchent à s'échaper par les tangentes de leurs cercles; donc le fluide ne réſiſte à ces corps que ſuivant la direction de ces tangentes: mais la réſiſtance en ce ſens ne contribuë en rien à la Force Centripete, de quelque denſité que l'on ſuppoſe le fluide; donc l'homogeneïté du fluide ne contribuë en rien pour approcher ou pour écarter ces corps du centre.

QUATRIÉME COROLLAIRE.

Nous avons pris pour tems des révolutions entieres T,

dans le grand cercle, & (t) dans le petit: mais le tems est toûjours comme l'espace divisé par la vitesse; donc on aura $T = \frac{C}{V}$ dans le grand cercle, & $t = \frac{c}{v}$ dans le petit; donc aussi $V = \frac{C}{T}$ dans le grand, & $v = \frac{c}{t}$ dans le petit: mais (par le second Corollaire) $F : f :: \frac{VV}{C} : \frac{vv}{c}$; donc en mettant $\frac{CC}{TT}$ pour V^2, & $\frac{cc}{tt}$ pour v^2, on aura $F : f :: \frac{C}{TT} : \frac{c}{tt} :: ctt : CTT$; c'est à dire que les Forces Centripetes sont encore entr'elles en raison directe des circonferences, & en raison réciproque des quarrés des tems des révolutions entieres.

CINQUIE'ME COROLLAIRE.

Donc si les révolutions entieres se font en tems égaux, c'est à dire, si $T = t$, on aura $F : f :: C : c :: R : r :: V : v$. Car $\frac{C}{V}$ sera $= \frac{c}{v}$, c'est à dire, qu'en ce cas les *Forces Centripetes* sont entr'elles en raison directe des rayons ou des vitesses.

SIXIE'ME COROLLAIRE.

Si les quarrés des tems des révolutions entieres sont en raison directe des rayons ou des circonferences, les Forces Centripetes seront égales.

Si $T^2 :: t^2 : R : r :: C : c$; donc $T^2 c = t^2 C$; donc (par le quatriéme Corollaire) puisque $F : f :: t^2 C : T^2 c$, F sera $= f$; donc dans le cas du principe fondamental du nouveau Systême, les quarrés des tems periodiques sont entr'eux comme les circonferences ou comme les rayons.

SEPTIE'ME COROLLAIRE.

Si $T : t :: R : r$, on aura (par le quatriéme Corollaire) $F : f :: \frac{1}{R} : \frac{1}{r} :: r : R$, c'est à dire, que les Forces Centripetes seront entr'elles en raison réciproque des distances: mais (par le second Corollaire) $F : f :: \frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r}$; donc

$\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: r : R$; donc en multipliant les extrêmes & les moïens $V^2 = v^2$; donc $V = v$, c'eſt à dire, qu'en ce cas les viteſſes des corps ſeront égales.

HUITIE'ME COROLLAIRE.

Si $T^2 : t^2 :: R^3 : r^3$, on aura $F : f :: \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2}$. Car (par le quatriéme Corollaire) $F : f :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$, ou $\frac{R}{R^3} : \frac{r}{r^3}$; donc $F : f :: \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2} :: r^2 : R^2$, c'eſt à dire que les Forces Centripetes ſeront en raiſon réciproque des quarrés des diſtances. Mais (par le ſecond Corollaire) $F : f :: \frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r}$; donc en ce cas $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: r^2 : R^2$; donc en multipliant les extrêmes & les moïens, on aura $V^2R = v^2r$; donc $V^2 : v^2 :: r : R$, c'eſt à dire les quarrés des viteſſes en raiſon réciproque des diſtances ou des rayons ; donc $V : v :: \sqrt{r} : \sqrt{R}$, c'eſt à dire les viteſſes en raiſon réciproque des racines des rayons ou des diſtances.

NEUVIE'ME COROLLAIRE.

Donc ſi par hypothêſe ou autrement l'on ſçait que les viteſſes des Planetes ſont en raiſon réciproque des racines de leurs diſtances au centre, on démontrera que leurs tems periodiques ſeront entr'eux comme les cubes des diſtances ou des rayons. Car ſi $V : v :: \sqrt{r} : \sqrt{R}$, on aura $V^2 : v^2 :: r : R$; donc $V^6 : v^6 :: r^3 : R^3 :: t^2 :: T^2$, ce qui donneroit en ce cas-là la ſolution du Problême de Kepler.

Les Corollaires 4, 5, 6, 7, 8, ſont de M. Newton : mais outre que j'y joints la démonſtration qui ne s'y trouve point, j'ay été bien-aiſe de faire voir qu'ils renferment la démonſtration du Problême de Kepler.

J'eſpere joindre à ce Mémoire bien des choſes qui m'ont paru pouvoir être de quelque utilité par raport à l'Aſtronomie.

DISSERTATION SUR UNE ROSE MONSTRUEUSE.

PAR M. MARCHANT.

1707. 17. Aoust.

LEs monſtres ſont plus ordinaires & plus biſares dans les Plantes que dans les Animaux, parceque les differens ſucs s'y dérangent & s'y confondent plus aiſément. Cependant on y fait peu d'attention : mais un Phyſicien ne doit rien negliger, ſurtout lorſqu'il peut trouver dans les choſes ordinaires dequoi rendre raiſon des effets ſurprenans que les combinaiſons differentes produiſent dans la nature. C'eſt ce qui m'a déterminé à rapporter la conformation d'une Roſe qui m'a paru ſinguliere, & digne des reflexions de ceux qui étudient la nature.

Le treiziéme du mois de Juillet, je remarquai qu'au bas d'une des tiges d'un Roſier taillé en buiſſon, il ſortoit une fleur *A* portée par un pedicule long de ſept à huit pouces, gros d'une ligne dans toute ſa longueur, qui au lieu de ſe terminer par un bouton qu'on appelle vulgairement le cûl de la Roſe, produiſoit une fleur, ſoûtenuë par cinq feüilles vertes en côte *B* longues de plus d'un pouce, qui chacunes portoient trois feüilles dentelées en dents de ſcie. La feüille qui terminoit chaque côte étoit de figure ovale, longue d'un pouce : les deux feüilles inferieures qui étoient directement oppoſées l'une à l'autre, n'avoient que le tiers de la grandeur de la premiere, & toutes enſemble reſſembloient aſſez aux autres feüilles du même Roſier.

Sur ces feüilles étoit immédiatement poſé une Roſe ſans calice *C*, compoſée de quatorze feüilles, bien rangées les unes prés les autres, de la figure, de la couleur & de l'odeur des Roſes ; & du centre de ces feüilles, au

lieu

lieu des filets qui occupent ordinairement le milieu de cette fleur, il s'élevoit une branche de Rosier *D*, longue de deux à trois pouces, grosse d'une ligne par sa base, de couleur verd rougeâtre & lisse jusques vers son milieu; mais verte & épineuse dans le reste de sa longueur, alternativement garnie par le bas de sept feüilles, d'un rouge plus vif que celles de dessous qui composoient la fleur, toutefois plus petites & un peu recoquillées par les bords.

Le haut de cette branche étoit garni de quatre feüilles en côte *E*, aussi alternativement situées autour de la branche, portant chacunes cinq feüilles, d'un verd rougeâtre, rangées à la maniere des feüilles de Rosier, mais plus petites, & demi pliées, ainsi qu'on les voit dans les nouvelles pouces ou bourgeons des Rosiers.

La monstruosité de cette fleur consiste, 1°. En ce que, au lieu du bouton ou pericarpe, qui ordinairement termine le pedicule de la Rose, & où les graines sont contenuës, il y avoit cinq feüilles en côte, qui soûtenoient la fleur, & qui en cet endroit tenoient lieu de calice. 2°. Qu'à la place des filets, des sommets, & des autres petits corps charnus, qui dans l'état naturel occupent le milieu de la Rose, on remarquoit un bourgeon qui s'élevoit, & commençoit à former une branche, qui vrai-semblablement seroit devenuë par la suite, une branche ligneuse, d'une grosseur, & d'une longueur considerable, ainsi que les Rosiers de cette espece en produisent.

Ce phenomene me parut d'autant plus curieux qu'il est fort different d'une Rose monstrueuse, dont il est fait mention dans les Journaux des Sçavans pour l'année 1679, & que c'est pour la seconde fois en des années differentes, que je fais une semblable remarque sur le même Rosier; ce que j'ay vû arriver toutes les deux fois, aprés que le temps des Roses est passé, & aprés qu'on a tondu les Rosiers en buisson, ainsi qu'on le doit faire, à la fin du mois de Juin, quand on veut que les Rosiers se regarnissent du pied, & qu'ils poussent abondamment des

fleurs l'année ſuivante. Car par cette tonture on arrête les jets gourmands, ainſi que les nomment les Jardiniers, ce qui fait que les bourgeons du bas de l'arbriſſeau ſe fortifient; & c'eſt de ces bourgeons que ſortent ordinairement les fleurs, qui paroiſſent l'année ſuivante; au lieu que ſi on laiſſoit la liberté à ces grands brins de pouſſer & de ſe fortifier, ils ne produiroient que beaucoup de bois, & fort peu de fleurs.

Il n'y a guere d'apparence que la graine qui dés le commencement du monde (ſuivant l'opinion de quelques Sçavans) étoit, dis-je, deſtinée à produire ce Roſier, eut des vaiſſeaux tiſſus de telle maniere, qu'ils duſſent faire ſortir une branche du milieu d'une fleur, autrement ce Roſier auroit toûjours produit de ſemblables Roſes depuis qu'il eſt en nature; & en ce cas il auroit fait une eſpece particuliere de Roſier, comme nous voïons pluſieurs eſpeces de Plantes, qui portent regulierement des fleurs qui ſortent les unes de dedans les autres.

Il ſemble au contraire, par ce qui a été dit cy-devant, que la taille qu'on fait à ces arbriſſeaux, pourroit fort bien avoir contribué à la production de cette fleur monſtrueuſe, en interceptant la circulation de la ſeve; car les ſucs qui étoient deſtinez à la nourriture des branches qu'on a coupées, aïant été arrêtez, ont abondamment reflué dans les bourgeons, & dans les petites branches qui ſont au bas des tiges, & y ont forcé & déchiré quelques organes, d'où il eſt arrivé une extravaſion qui a confondu les ſucs, & par ce mêlange a formé cette monſtruoſité, juſqu'à ce que la ſeve étant peu à peu rentrée dans ſes conduits ordinaires, & aïant rencontré des vaiſſeaux bien organiſez, ou les ſucs retenus, y ont recommencé une vegetation reglée, pour la production des parties de la plante auſquelles ils étoient deſtinez.

On objectera peut-être que par la même raiſon, tous les Roſiers tondus en buiſſon, ou que d'autres arbriſſeaux étant ainſi taillez, devroient produire des fleurs monſ-


Mem. de l'Acad. 1707. Pl. 10. p. 490.
E
E
E
E
E
B
B
D
A
C
B
B
B

trueuses; mais à cela on peut dire que les Animaux portent des monstres, & qu'il ne s'ensuit pas pour cela qu'ils en doivent tous porter, non-plus que les Plantes, d'autant que ces sortes de choses sont contre nature; d'où il résulte que toutes les productions extraordinaires qui se trouvent dans les Animaux & dans les Plantes, n'arrivent que par quelque dérangement des sucs & même des parties, lesquelles par l'analogie qu'elles ont entr'elles, & par le principe de totalité des parties qui les composent, suppléent souvent les unes aux autres, ainsi que je l'ay déja remarqué, dans quelques productions beaucoup plus extraordinaires que celle-cy, dont il est parlé dans les Memoires de l'Academie pour les années 1692 & 1693. touchant le Chesne, & concernant la Plante appellée Fraxinelle.

QUESTION DE CHIRURGIE,

SCAVOIR:

Si le Glaucoma & la Cataracte sont deux differentes, ou une seule & même maladie.

PAR M. MERY.

LEs anciens Operateurs pour ces sortes de maladies ont tous été convaincus que le Glaucoma & la Cataracte sont deux maladies essentiellement differentes l'une de l'autre. L'experience leur avoit appris que le Glaucoma est une alteration du cristalin qui lui ôte sa transparence, & que la Cataracte n'est qu'une taye ou pellicule qui se forme dans l'humeur aqueuse, & qui se plaçant au devant du cristalin, bouche le trou de la prunelle, & empêche de voir. 1707. 23. Aoust.

Cette opinion a regné depuis Galien jusqu'au milieu du dernier Siècle ou environ. Ce ne fut que dans ce tems

là que quelques Operateurs Oculistes de Paris commencerent à l'abandonner, & crurent que le Glaucoma & la Cataracte ne sont qu'une seule & même maladie.

Cette opinion trouva dans sa nouveauté des partisans fameux entre les Chirurgiens Oculistes, & même parmi les Philosophes de cette grande Ville. L'illustre Rohault qui y brilloit alors par les sçavantes conferences qu'il y faisoit, & qui a rendu son nom recommandable à la posterité par l'excellent Ouvrage qu'il a donné au public, embrassa ce sentiment, comme on le peut voir dans le 3. Edition premier Tome de sa Physique pag. 416. où il dit: *Que la Cataracte n'est pas une taye qui se forme au devant de l'humeur cristaline, comme on l'a cru fort long-tems; mais bien une alteration de cette humeur même, qui a entierement perdu sa transparence.*

Cependant ni la nouveauté d'abord séduisante, ni le suffrage de ce grand Philosophe ne furent pas assez puissans pour donner un long cours à cette opinion naissante. Elle fut peu suivie. Elle tomba même si fort dans l'oubli, que deux Auteurs du Siecle present n'en ayant rien appris, mais à qui la même pensée est venuë dans l'esprit presqu'en même tems, se disputent aujourd'huy l'un à l'autre cette découverte, que le Glaucoma & la Cataracte ne sont qu'une seule & même maladie. Delà vient que tous deux soûtiennent que c'est toûjours le cristalin qu'on abat en abattant la Cataracte; d'où ils tirent cette conséquence, que puisque les malades voient aprés le déplacement du cristalin, ce corps n'est pas absolument necessaire à la vision.

Pour décider qui des anciens ou de ces modernes se trompe, il ne faut que s'assurer, si certainement la Cataracte prise pour une taye ou petite peau, peut ou non se former dans l'œil sans l'obscurcissement du cristalin qu'on appelle Glaucoma, & celui-cy sans l'autre, & si le cristalin étant abattu les malades perdent la vûë pour toûjours, ou la recouvrent. Car de ces deux faits averés vrais ou faux, dépend tout le dénouëment de la question proposée.

Pour faire cette recherche je me servirai seulement de quelques Observations que je vais rapporter, sans y mêler aucuns raisonnemens d'Optique; parcequ'ils ne sont que trop souvent sujets à des contradictions qui tiennent l'esprit suspendu, & l'empêchent de prendre parti *; au lieu qu'on ne peut, sans une prévention invincible, s'empêcher de se rendre d'abord à l'évidence des faits qui tombent sous les yeux, & de recevoir les consequences qui en sont directement tirées.

* *Messieurs Rohault, Brisseau, Antheine, soûtiennent qu'on peut voir sans cristalin. D'autres Philosophes & d'autres Operateurs soûtiennent le contraire.*

Premiere Observation. Un homme de Sedan âgé de quarante ans ou environ, aprés avoir perdu la vûë de l'œil gauche par l'obscurcissement de tout le cristalin devenu plâtreux, & aussi blanc & opaque que le peut être celui d'un poisson boüilli, fut ensuite attaqué d'une ophtalmie fort considerable & tres-douloureuse à l'occasion de ce cristalin glaucomatique sorti par le trou de la prunelle, & placé vis à vis d'elle entre l'iris & la cornée transparente.

Ce pauvre homme n'ayant pû trouver en son païs de remedes contre cette maladie qui l'affligeoit cruellement, prit la résolution de venir chercher du secours à Paris. Pour cet effet il s'adressa au Frere Charles S. Yves Chirurgien & Apoticaire des Reverends Peres de S. Lazarre, homme tres-éclairé dans les maladies des yeux, & grand abatteur de Cataractes, mais zelé sectateur des anciens. Le jour pris avec le malade pour l'operation qu'il lui devoit faire, ce Frere m'en avertit, & je m'y trouvai.

Etant assemblez, le malade nous dit que son cristalin glaucomatique, qui s'étoit détaché du corps vitré, avoit plusieurs fois passé & repassé par le trou de la prunelle; que toutes les fois qu'il se plaçoit au devant de l'iris, il survenoit à la conjonctive une inflammation & une douleur qui lui étoient insupportables; mais que quand ce corps se replaçoit derriere cette membrane, ces violens accidens cessoient aussi-tôt, ce qui lui rendoit la tranquilité.

Enfin il nous dit que ce glaucoma se plongeoit tantôt dans le bas de l'humeur aqueuse, & que tantôt il venoit,

en se relevant, en occuper le milieu; qu'en cette derniere situation il ne pouvoit avoir de son œil malade aucun sentiment de lumiere : mais que quand il abandonnoit ce milieu, en se replongeant, son œil étoit frapé d'une sombre lueur sans pourtant appercevoir les objets qui lui étoient presentez, de même qu'il arrive à ceux, qui ayant l'œil sain, en tiennent les paupieres fermées à la lumiere.

Pour guerir à fond l'ophtalmie douloureuse dont ce pauvre homme étoit affligé, nous jugeâmes à propos de lui ôter ce glaucoma placé alors entre l'iris & la cornée transparente, afin d'empêcher les récidives de cette fâcheuse inflammation qui le tourmentoit.

Pour le tirer sans peine, Frere Charles S. Yves fit d'abord une incision à la cornée qui traversoit presqu'entierement cette membrane; il se servit ensuite de l'éguille pour tirer ce glaucoma en dehors par l'ouverture qu'il avoit faite : mais comme ce corps ne pût soûtenir l'effort de cet instrument, & qu'il se brisa en plusieurs fragmens, parceque ses parties avoient peu de liaison les unes avec les autres, il fut obligé d'emploïer une petite curette pour l'enlever, & ce moïen lui réüssit fort heureusement. Ce fut le 20 Fevrier 1707 qu'il fit cette operation, pendant laquelle trois choses arriverent.

1°. L'humeur aqueuse s'écoula toute par l'ouverture faite à la cornée transparente. 2°. Cette membrane devint concave en dehors & convexe en dedans de l'œil, ce qu'on ne peut attribuer qu'à la sortie du glaucoma & à l'écoulement de l'humeur aqueuse; mais la cornée reprenoit sa figure ordinaire quand on pressoit le globe de l'œil par les côtez, & elle la perdoit si-tôt qu'on cessoit de le comprimer. 3°. Le corps vitré se presenta au trou de la prunelle.

L'operation étant faite, on appliqua seulement sur l'œil malade une compresse trempée dans deux parties d'eau pure, & une partie d'eau de vie mêlées ensemble, ce qu'on continua de faire jusqu'à parfaite guerison.

Le second Mars, qui fut l'onziéme jour d'aprés l'operation, je revis le malade, & je trouvay que la cornée qui avoit été divisée par la lancette, s'étoit déja réünie, qu'elle avoit repris sa convexité ordinaire, parceque l'humeur aqueuse s'étoit renouvellée; ce qu'on m'assura être arrivé deux jours aprés l'incision qui y fut faite, & le dix-septiéme du même mois de Mars le malade vint me voir, étant prêt de s'en retourner à Sedan où il avoit son établissement.

J'examinay alors avec plus d'attention que je n'avois fait auparavant l'œil d'où le glaucoma avoit été tiré, & je vis qu'à la division de la cornée transparente avoit succedé une petite cicatrice blanche & opaque qui n'avoit pas un quart de ligne de large, mais dont la longueur occupoit presque tout le diametre de cette membrane. La rougeur de la conjonctive ne s'étoit point encore dissipée entierement, quoique la douleur eut cessé tout à fait bien-tôt aprés l'operation.

Enfin comparant son œil malade avec le sain, je trouvay celui-cy un peu plus gros que l'autre, & sa cornée transparente moins relevée en dehors que celle de l'œil malade; mais je ne remarquay aucune difference entre les prunelles de ces deux yeux. La couleur qui paroissoit au-delà de ces deux trous, étoit la même dans l'un & dans l'autre, le malade ne voyoit cependant que de son œil sain les objets qui lui étoient presentez, & n'en pouvoit distinguer aucun de l'œil d'où on lui avoit tiré le glaucoma; ce qui donne lieu de croire que le cristalin est absolument necessaire à la vision, & que ce n'est pas ce corps qu'on a abattu, mais une cataracte quand les malades recouvrent la vûë. Le glaucoma & la cataracte sont donc deux maladies essentiellement differentes. C'est ce que je vais démontrer par la seconde Observation.

Seconde Observation. Le 28 May 1707 M. Litre apporta à l'Academie la portion de la cornée opaque jointe à toute sa partie transparente, & fit voir à l'Assemblée le trou de la prunelle fermé par une cataracte ou pellicule

unie à toute la circonference interne du cercle de l'iris qui est opaque, & assura la Compagnie que le cristalin de l'œil de la personne d'où il avoit separé ces membranes, avoit conservé même jusqu'aprés la mort toute sa transparence. Il est donc indubitable que le glaucoma, qui n'est qu'un obscurcissement du cristalin, est une maladie essentiellement differente de la cataracte. C'est ce que confirme encore cette troisiéme observation.

Troisiéme Observation. Il y a quelque tems qu'un Prêtre m'étant venu consulter pour une inflammation de l'œil, j'y remarquay une cataracte membraneuse de trois lignes de diametre ou environ, exactement ronde, mais platte, placée entre l'iris & la cornée transparente. Cette cataracte flotoit au moindre mouvement de l'œil, dans l'humeur aqueuse au-dessous de la prunelle qu'elle bouchoit en partie, & causoit à la conjonctive une ophtalmie douloureuse, comme faisoit le glaucoma de l'homme de Sedan dont j'ay parlé dans la premiere Observation.

D'ailleurs j'appris de ce Prêtre que sa cataracte avoit été située autrefois derriere l'iris, qu'elle lui a été abatuë, & a demeuré cachée pendant une espace de tems considerable ; & qu'elle n'est remontée, n'a paru, & n'a passé par le trou de la prunelle que deux ans aprés l'operation. Cette troisiéme Observation, de même que la seconde, sont donc deux preuves de fait qui montrent évidemment que le glaucoma est une maladie essentiellement differente de la cataracte, puisque celle-cy est une pellicule ou taye qui se forme dans l'humeur aqueuse, & se place ordinairement au derriere de la prunelle. Aussi voit-on souvent la cataracte se rouler pendant l'operation autour de l'éguille qui l'abat, & se déveloper ensuite ; ce qui ne peut jamais arriver au glaucoma à cause de sa solidité qu'on trouve toûjours plus grande que celle du cristalin dans son état naturel.

L'opinion des anciens est donc vraïe, & leur methode d'autant plus sûre qu'on rendra la vûë aux aveugles toutes les fois que sans blesser les membranes de l'œil, on ôtera

ôtera de devant la prunelle la cataracte seule sans toucher au cristalin, pourvû que les humeurs conservent leur transparence.

L'opinion des modernes est donc fausse, & leur methode d'autant plus dangereuse qu'en la suivant, on ne peut pas manquer de rendre aveugles pour toûjours, tous ceux à qui on déplacera le cristalin; d'où je tire cette consequence, que si la cataracte n'étoit autre chose que le cristalin même obscurci, il seroit inutile de l'abatre, puisqu'étant abattu, les malades restent privez de la vûë comme auparavant.

Quoique cette consequence soit conforme au sentiment des plus sçavans Opticiens & des plus habiles Operateurs, je n'oserois pas cependant assurer que le déplacement du cristalin cause toûjours la perte de la vûë, comme ils se l'imaginent.

M. Anthoine, homme trop sincere pour en imposer au public, & trop habile Anatomiste pour se tromper dans une dissection d'œil qu'il a faite, où il ne s'agissoit que d'examiner quelle place occupoit le glaucoma qu'il avoit abattu, nous rapporte dans le troisiéme Chap. de son Traité des maladies de l'œil, cinq operations, par lesquelles il démontre effectivement que le cristalin n'est pas absolument necessaire à la vision; puisqu'aprés l'avoir abattu, tous ces malades ont recouvert la vûë. Et pour prévenir l'objection qu'on auroit pû lui faire, qu'il se seroit mépris en prenant une taye pour un glaucoma, il assure dans le rapport qu'il fait de la quatriéme & cinquiéme operation, avoir trouvé aprés la mort d'une pauvre femme, deux cristalins glaucomatiques qu'il lui avoit abattus deux mois auparavant, hors de leur place naturelle, & situez en dessous entre le corps vitré & l'uvée, où il les avoit rangez avec l'éguille. Or comme cette femme a toûjours vû depuis l'operation jusqu'à sa mort, on ne peut donc pas douter d'un fait si circonstantié, ni dire, sans soupçonner M. Anthoine de mauvaise foy, qu'il est impossible; d'autant moins qu'il prétend même en

avoir démontré la possibilité par les regles de l'Optique.

Mais de ce que les malades à qui il a abattu le cristalin ont vû aprés l'avoir déplacé, il ne s'ensuit nullement que le glaucoma & la cataracte ne soient qu'une seule & même maladie, comme il le prétend, puisque M. Litre a fait voir à l'Academie une cataracte fermant le trou de la prunelle, sans aucun obscurcissement du cristalin. A ces trois Observations que je viens de rapporter, j'en ajoûteray une quatriéme, qui me paroît curieuse par des circonstances particulieres dont on peut tirer quelque lumiere pour se conduire dans la cure de ces sortes de maladies.

Quatriéme Observation. Sur la fin du mois d'Avril, une pauvre femme vint à l'Hôtel-Dieu affligée d'un bubonocelle; on en fit l'operation, ce qui ne l'empêcha pas de mourir quelques jours aprés, quoique l'operation eût été parfaitement bien faite. Elle avoit d'ailleurs un *glaucoma* à l'œil gauche. Aprés sa mort je lui enlevay cet œil, pour examiner plus particulierement cette maladie que je n'avois fait la premiere fois. Voici le procedé que j'ay tenu dans cette recherche & mes Observations.

J'enlevay d'abord toute la cornée transparente par une incision circulaire, & je fus surpris de ne point voir l'humeur aqueuse s'écouler comme dans l'operation que fit Frere Charles de S. Yves à l'homme de Sedan, dont il a été parlé, qui avoit une semblable maladie. Mais ma surprise cessa, quand ayant fait ensuite une pareille coupe à la cornée opaque, à la coroïde & à la retine, je vis cette humeur se répandre en abondance, & la partie anterieure de l'iris si intimement unie à la surface posterieure de ce glaucoma, qu'ayant voulu le tirer de sa place, l'iris se separa tout entier de la coroïde, & le suivit.

Je reconnus aussi-tôt que l'union de l'iris avec ce glaucoma qui bouchoit entierement le trou de la prunelle, étoit l'unique cause qui empêchoit l'humeur aqueuse de passer du derriere au devant de l'iris, pour remplir la place de celle qui s'étoit dissipée par insensible transpira-

tion depuis leur adherence ; au lieu que dans l'œil de l'homme de Sedan le cristalin n'étant point adherant à l'iris, mais flottant dans l'humeur aqueuse, cette liqueur pouvoit passer librement par le trou de la prunelle ; delà vint que pendant l'operation elle s'écoula toute par l'ouverture qui fut faite à la cornée transparente.

Aprés avoir enlevé le cristalin glaucomatique de l'œil de cette femme, je remarquay que sa partie posterieure n'étoit découverte que de la grandeur de la prunelle. Ce trou n'avoit tout au plus qu'une ligne & demie de diametre ; de sorte que l'iris qui étoit unie au glaucoma en couvroit la plus grande partie. Par devant ce corps étoit tout à nud, ce qui me fit connoître qu'il avoit passé par le trou de la prunelle avant de se joindre à l'iris. Le volume de ce cristalin glaucomatique s'étoit diminué de plus de moitié en se dessechant ; sa surface étoit devenuë toute raboteuse, sa consistance approchoit de celle de la pierre, & il n'avoit rien conservé de sa premiere transparence, elle avoit toute dégeneré en un blanc tout à fait opaque.

Cet examen fini, faisant ensuite reflexion sur ce qu'il ne se trouva point d'humeur aqueuse entre la cornée transparente & le devant de l'iris, je conjecturay que la source en devoit être au-delà de l'iris. Cette conjecture excita ma curiosité, & je me mis à en rechercher l'origine.

Pour la découvrir je parcourus dans un autre sujet toutes les membranes propres de l'œil ; mais je n'y trouvay rien qui pût me satisfaire. A la fin je remarquay autour du cristalin, par derriere, un grand nombre de tres-petites glandes jointes aux fibres cilieres ; mais toutes détachées du cristalin autour duquel elles forment une espece de couronne. Ces petites glandes sont de couleur blanche, elles ont toutes une ligne de long ou environ sur un quart de large.

La découverte de ces petites glandes que j'avois toûjours confonduës jusqu'icy, avec les fibres cilieres, me

donna cette idée qu'elles pouvoient bien être la source d'où coule l'humeur aqueuse. Si cela est, comme il y a bien de l'apparence, il faut supposer que leurs petits vaisseaux excretoires percent l'uvée dans l'endroit où cette membrane paroît s'unir avec les fibres cilieres au cristalin, sans quoy ils ne peuvent décharger cette liqueur entre le cristalin & la cornée transparente, où se rencontre l'espace qui lui sert de réservoir.

Mais comme dans la recherche que j'ay faite de ces petits tuyaux qui ne peuvent avoir de long que l'épaisseur de l'uvée, qui est extrêmement mince, je n'ay pû les découvrir ; je ne donne cette idée que comme une conjecture fort probable, & non-pas pour une verité démontrée.

Tâchons maintenant de tirer de ces Observations quelque lumiere qui puisse servir à nous conduire avec sûreté dans l'operation qu'il faut faire pour ôter *le glaucoma* & abattre la cataracte. Le détachement de l'un & de l'autre d'avec l'iris, qu'on reconnoît par la dilatation & le rétrecissement de la prunelle, nous indique la possibilité de l'operation ; leur adherence à cette membrane qui nous est marquée par son immobilité, nous prescrit de ne la point entreprendre. C'est ce que je vais mieux faire remarquer par un détail un peu plus long.

J'ay fait voir dans la premiere Observation un glaucoma flottant dans la partie de l'humeur aqueuse contenuë entre l'iris & la cornée transparente. Ce cristalin obscurci a été tiré en dehors par une ouverture faite à la cornée, sans qu'il soit arrivé à l'œil aucun accident. On peut donc faire cette operation toutes les fois que le glaucoma se trouvera libre & en pareille situation, puisque l'humeur aqueuse se renouvelle aisément la playe étant réünie, & que la difformité que laisse à l'œil la cicatrice qui lui succede, est beaucoup moins considerable que celle qu'y cause le glaucoma. On pourroit aussi tanter la même operation lorsque le glaucoma est placé derriere l'iris sans y être adherant, quand même son diametre se-

roit plus grand que celui de la prunelle, parceque ce trou de l'iris s'élargit aisément.

Dans la quatriéme Observation j'ay montré encore un glaucoma dans la même situation que le premier; mais si fort adherant à l'iris, qu'en voulant le tirer, l'iris s'est détachée de l'uvée plutôt que d'abandonner le cristalin. Il faut donc bien se donner de garde, en pareille circonstance, de déplacer le glaucoma; parceque l'œil sans l'iris seroit beaucoup plus difforme qu'avec le glaucoma.

Enfin dans la seconde Observation j'ay fait mention d'une cataracte unie à toute la circonference interne du cercle que forme l'iris. On doit donc aussi en ce rencontre abandonner la cataracte, de crainte de ruïner l'iris. Mais si la cataracte ne lui est point unie, on peut l'abattre comme à l'ordinaire, ou la tirer en dehors par une ouverture faite au bas de la cornée transparente, pour éviter que la cicatrice ne se trouve vis à vis la prunelle.

Ce dernier moïen, bien qu'inusité, mais que j'ay vû réüssir en tirant hors de l'œil un glaucoma avec l'effusion de toute l'humeur aqueuse, me paroît du moins aussi sûr que le premier, dont on se sert pour abattre la cataracte, puisqu'on risque moins à tirer la cataracte en dehors qu'à l'abattre au dedans de l'œil, où on ne peut la retenir sûrement qu'en la poussant par bas au-delà de l'attache des fibres cilieres avec le cristalin, ce qui cause ordinairement des accidens fort fâcheux; au lieu qu'il ne paroît pas que l'incision de la cornée, ni la perte de l'humeur aqueuse en puisse produire; parceque cette liqueur se répare aisément, & que la membrane que l'on coupe n'ayant point de vaisseaux, elle n'est pas sujette à l'inflammation comme les autres qui en sont remplis. Aussi ne voit-on point, de la cornée transparente coupée, sortir aucune goutte de sang.

OBSERVATION
SUR
UNE HYDROPISIE DE PERITOINE.

PAR M. LITRE.

1707. 27. Aoust. UNe Dame morte le mois de Mars dernier à l'âge de 43 ans, qui étoit née avec une bonne conſtitution, & qui avoit toûjours eu de l'embonpoint, s'étant apperçûë 4 ans avant ſa mort que ſon ventre groſſiſſoit peu à peu, fit pendant 2 ans pluſieurs ſortes de remedes qu'on lui conſeilla, ſans pourtant connoître la nature de ſon mal : elle prit entr'autres les Eaux de forges, & celles de Vic le Comte ſur les lieux.

Son ventre ayant beaucoup groſſi pendant ces 2 années, & perſonne n'en démêlant encore la cauſe, elle fit appeller M. Gelly mon confrere, qui l'ayant examinée, reconnut que ſa maladie étoit une hydropiſie humorale de ventre, & jugea dés-lors que l'amas de l'humeur qui la formoit, ſe faiſoit dans une poche particuliere, qu'il croyoit être le peritoine. Fondé ſur ce que la malade avoit conſervé preſque tout ſon embonpoint, qu'elle avoit le teint fleuri & les yeux brillans, qu'elle n'étoit nullement alterée, qu'elle avoit bon appetit, digeroit bien ſes alimens, alloit tous les jours à la garderobe, & rendoit des matieres loüables, urinoit à l'ordinaire, & les urines étoient bien conditionnées : elle avoit auſſi ſes regles & dans le temps & en la quantité & qualité requiſes ; dormoit bien, ne ſentoit aucune douleur, n'ayant en un mot d'autre incommodité que celle que lui pouvoient cauſer le poids & le volume extraordinaires de ſon ventre.

Cette Dame fut enſuite vûë par beaucoup d'autres Medecins, qui convenoient tous alors que ſa maladie

étoit à la verité une hydropisie de ventre; mais qui soûtenoient que l'humeur étoit contenuë dans la capacité comme dans la vraie ascite.

Dans cette vûë ils lui ordonnerent plusieurs remedes & differens regimes, dont elle ne tira aucun avantage, son ventre grossissant toûjours de plus en plus; de sorte qu'étant parvenu à une grosseur démesurée, on fut obligé d'en venir à la ponction, qu'on reïtera jusqu'à 13 fois durant les 2 dernieres années de sa vie.

Dans la premiere ponction on lui tira 18 pintes de liqueur, qui avoit été plus de 2 ans à s'amasser: Elle étoit de la couleur d'un caphé fort leger & sans mauvaise odeur, sa consistance étoit tenuë; mais elle devenoit épaisse comme de la gelée lorsqu'on en faisoit évaporer sur le feu.

Dans chacune des 8 ponctions suivantes on ne tira que 13 à 14 pintes de liqueur, qui ne differoit de celle de la premiere ponction, qu'en ce que la couleur alloit toûjours en s'éclaircissant; de maniere que dans la quatriéme elle ressembloit à du petit lait clarifié.

Les 4 dernieres ponctions ont été faites plus prés les unes des autres, quoique la collection de la liqueur fut encore moindre de 2 à 3 pintes que dans les 8 précédentes, parceque la malade en étoit beaucoup incommodée. Cette liqueur étoit épaisse, puante & presque aussi blanche que du lait. L'épaisseur de la liqueur nous obligea à nous servir d'un troiquart fort gros, & sa puanteur à faire des injections vulneraires dans le ventre par la canule même, immediatement aprés avoir vuidé la liqueur qui faisoit l'hydropisie.

Un peu avant la neuviéme ponction les regles manquerent à la malade pour la premiere fois, & ne revinrent plus. Elle commença à sentir de grandes douleurs dans le ventre & à avoir la fiévre, & ces deux accidens continuerent jusqu'à la mort.

Nous avons toûjours observé qu'avant chaque ponction la tension du ventre étoit uniforme dans toute son étenduë, & qu'aprés les 4 dernieres principalement, on

ſentoit & on voyoit même qu'il y avoit au-deſſous des tegumens, à la partie ſuperieure anterieure de la region umbilicale, une tumeur dure, groſſe d'environ 2 pouces, de figure demi-circulaire, & qui s'étendoit en travers d'un côté du ventre à l'autre.

Lorſqu'avant la ponction on frappoit le ventre au-deſſus de la tumeur demi-circulaire, on n'y ſentoit point de contre-coup, & on en ſentoit au deſſous. La liqueur qui faiſoit l'hydropiſie étant vuidée par la ponction, les tegumens & les muſcles du ventre dans toute la region umbilicale & dans les parties ſuperieure & moïenne de la region hypogaſtrique s'affaiſſoient & ſe ridoient beaucoup, & alors cette tumeur devenoit fort ſenſible.

La Dame étant morte, on fit l'ouverture de ſon cadavre. Nous trouvâmes dans le ventre pluſieurs pintes de liqueur ſemblable à celle qu'on lui avoit tirée dans les dernieres ponctions : elle étoit contenuë dans *un ſac* qui occupoit le devant du ventre depuis la partie inferieure juſqu'à 4 travers de doigt au-deſſus du nombril.

La partie du peritoine qui tapiſſe interieurement le ventre dans l'étenduë cy-deſſus marquée, étoit diviſée ſuivant ſon épaiſſeur en 2 membranes, & formoit par cette diviſion le ſac dont il s'agit. Ces 2 membranes étoient de couleur un peu livide. L'exterieure avoit une épaiſſeur uniforme, qui étoit d'environ une ligne, & étoit reſtée attachée à la ſurface interieure des muſcles tranſverſes. L'interieure étoit d'une épaiſſeur inégale ; dans les endroits les plus minces, qui étoient les moins alterés, elle n'avoit qu'une demi-ligne ; & dans les plus épais & les plus alterés, elle alloit juſqu'à une ligne & demie. Cette membrane étoit libre par tout, excepté à l'endroit de la trompe gauche de la matrice, au bout de laquelle elle étoit fortement attachée.

La ſurface exterieure du ſac, à la couleur prés, étoit dans l'état naturel, & l'interieure étoit inégale & ulcerée en pluſieurs endroits, ſur tout dans la partie qui étoit du côté de la cavité du ventre.

A la

A la ſurface interieure du ſac, 2 pouces au-deſſous du rein gauche, il y avoit une eſpece de tumeur, à peu prés de la groſſeur & de la figure d'un œuf de poule, compoſée de veſicules de figure preſque ovale, groſſes de 4 à 5 lignes, & pleines d'une humeur glaireuſe & tranſparente.

Les tegumens & les muſcles du ventre étoient flaſques, & beaucoup plus minces à l'endroit du ſac qu'ailleurs. La tumeur demi-circulaire, qui paroiſſoit ſi ſenſiblement avant l'ouverture du ventre, ne parut plus du tout aprés qu'elle eut été faite.

Ayant examiné le ſac, nous paſſâmes aux parties qui étoient contenuës dans la capacité du ventre. Nous les trouvâmes toutes dans leur état naturel, excepté que la trompe gauche de la matrice étoit fort attachée au ſac, & de la moitié plus longue que la droite; & que les parties des inteſtins ileon & colon, qui couvrent naturellement le corps des 3 vertebres inferieures des lombes & la partie ſuperieure de la cavité du baſſin de l'hypogaſtre, étoient déplacées, & pouſſées à droit & à gauche, & principalement vers le côté droit.

Conjectures ſur la formation du ſac & de l'hydropiſie de cette Dame.

Il y a beaucoup d'apparence, que la maladie de cette Dame a commencé par la tumeur que nous avons remarquée dans le ſac, & qui étoit ſituée du côté du rein gauche. Cette tumeur vrai-ſemblablement n'étoit autre choſe, que quelques-unes des glandes contenuës dans l'épaiſſeur du peritoine, qui ayant peu à peu groſſi à l'occaſion de quelque obſtruction, compreſſion, &c. avoient inſenſiblement écarté les plans des fibres du peritoine, entre leſquels elles étoient placées. D'où il eſt arrivé, que le conduit excretoire de pluſieurs glandes s'eſt apparemment rompu, le corps de ces glandes demeurant attaché avec une portion de leur conduit excretoire à la partie du peritoine, qui étoit adherante aux muſcles tranſverſes, pendant que l'extrémité des mêmes conduits étoit reſtée unie à l'autre partie du peritoine.

Cela étant ſuppoſé, il eſt aiſé de comprendre que la li-

queur filtrée par les glandes du peritoine, ne tomboit plus dans la capacité du ventre, mais dans le vuide formé par la ſeparation des fibres du peritoine; qu'elle y tomboit dans une quantité d'autant plus grande, que ces glandes étoient tumefiées, & que la partie des conduits excretoires, qui étoit reſtée continuë au corps des glandes, n'avoit point cette maniere de ſphincter qu'ils ont à leur extrémité pour en moderer l'écoulement. Ainſi la liqueur devoit s'échaper, à meſure qu'elle étoit filtrée, ce qui rendoit la filtration beaucoup plus abondante.

A proportion que cette liqueur s'épanchoit, elle écartoit par ſon volume les 2 plans des fibres, dont la ſeparation étoit déja commencée. A meſure que cette ſeparation augmentoit, il ſe rompoit des conduits excretoires d'autres glandes; de ſorte que les 2 plans des fibres du peritoine s'écartoient à proportion qu'il s'épanchoit plus de liqueur, & qu'il s'épanchoit plus de liqueur à meſure que la ſeparation de ces fibres devenoit plus grande. Ainſi l'épanchement de liqueur entre les 2 plans des fibres du peritoine, faiſoit l'hydropiſie de cette Dame.

La collection de la liqueur dans le ſac du peritoine juſqu'à la premiere ponction, a été plus de 2 ans à ſe faire; parceque les conduits excretoires des glandes de cette membrane ne ſe ſont rompus que lentement & ſucceſſivement les uns aprés les autres, à cauſe que la réſiſtance que ces conduits faiſoient à leur rupture, étoit ſecondée par celle que les fibres du peritoine, entre leſquelles ils étoient placés, apportoient à leur diviſion.

Mais ces conduits excretoires ayant une fois été rompus dans l'étenduë du peritoine, où les 2 plans des fibres avoient été diviſés, la collection d'une pareille quantité de liqueur a dû pour lors ſe faire en beaucoup moins de temps; auſſi a-t-on été obligé de faire les ponctions ſuivantes beaucoup plus prés les unes des autres, puiſqu'il y avoit plus de 2 ans que l'hydropiſie avoit commencé lorſqu'on a fait la premiere ponction, & qu'on a fait les 12 ſuivantes dans l'eſpace de 2 autres années.

La liqueur qu'on a tirée par la premiere ponction étoit brune, apparemment à cause du long séjour qu'elle avoit fait dans le sac. Ce qui paroît confirmer cette conjecture est, que la liqueur tirée dans les 8 ponctions suivantes, qu'on faisoit toûjours de plus prés en plus prés, étoit toûjours de plus claire en plus claire.

Enfin la liqueur qu'on a tirée par les 4 dernieres ponctions, étoit blanche, épaisse & puante. Elle étoit blanche & épaisse, principalement à cause du pus & des glaires qu'elle contenoit en grande quantité. Elle étoit puante par l'exaltation de ses souffres salins, que le long séjour & la chaleur des parties voisines y avoient causée.

Les ulceres du sac du peritoine étoient la cause du pus contenu dans sa cavité, & ils étoient eux-mêmes l'effet des sels dissous & dégagés de la liqueur enfermée dans la même cavité. Ces sels irritant & rongeant les fibres du sac, étoient encore la cause de la douleur que la malade sentoit dans le ventre; & une partie des mêmes sels refluant dans la masse du sang, y produisoit la fiévre, en y excitant une fermentation contre nature.

Tous ces accidens n'ont commencé qu'entre la neuviéme & la dixiéme ponction; parceque les liqueurs qui se sont amassées dans le sac entre les 8 ponctions précédentes, ont eu besoin de tout ce temps-là pour acquerir une aigreur capable de les produire. Voici comme je conçois que la chose a pû arriver.

Quoique la liqueur qui s'est amassée dans le sac du peritoine avant la premiere ponction fut douce en y tombant, que d'abord elle n'y en ait point trouvé d'aigre, & que le sac ne fut pas non-plus empreint d'aucune aigreur, il n'est pas aisé de comprendre, que cette liqueur y ait séjourné pendant plus de 2 ans, sans que quelques-unes de ses parties salines se soient enfin dégagées des autres principes par la longueur de son séjour & par la chaleur des parties voisines, & que par-là elles lui aïent imprimé quelque aigreur.

D'ailleurs parce qu'aprés toutes les ponctions des hy-

dropiques, il reste toûjours une portion de la liqueur, quelque soin qu'on prenne pour la vuider entierement; & que celle qui resta aprés la premiere ponction de cette Dame étant aigre, elle a dû aigrir la liqueur qui s'est amassée dans le sac entre cette ponction & la seconde, à mesure qu'elle y est tombée. Par consequent celle-cy a contracté en peu de temps plus d'aigreur que celles-là dans l'espace d'environ 2 années. D'autant plus que dans le temps qu'on vuidoit la liqueur du sac par la canule, il s'y est glissé de l'air, dont une partie s'étant trouvée mêlée avec la liqueur qui étoit restée dans le sac aprés la premiere ponction, l'a dû alterer & en augmenter l'aigreur; ce qui est sans doute arrivé aussi dans les ponctions suivantes.

Or la liqueur de la seconde collection ayant plus d'aigreur que celle de la premiere, ce qui en est resté dans le sac aprés la seconde ponction, a dû avoir *plus d'aigreur* que le résidu de la premiere, & par consequent aigrir davantage la liqueur qui s'est amassée entre la seconde & la troisiéme ponction; & les liqueurs qui se sont amassées entre les ponctions suivantes s'aigrissant ainsi de plus en plus, on ne doit pas être surpris si celle qui s'est amassée entre la neuviéme & la dixiéme ponction, étoit parvenuë à un degré d'aigreur capable de causer les ulceres, la douleur, la fiévre, &c. de la malade.

Ce qu'on appelle le contre-coup, & qui est le principal signe de la vraïe hydropisie ascite, étoit fort sensible dans les regions hypogastrique & umbilicale, & on ne le sentoit point du tout dans la region epigastrique; parceque le sac qui contenoit la liqueur, & qui auroit dû transmettre le coup d'un côté à l'autre, se terminoit à la partie superieure de la region umbilicale.

A l'égard de la tumeur demi-circulaire, qui étoit si sensible immediatement aprés chacune des 3 dernieres ponctions, ausquelles seulement j'ay assisté, & dont nous n'avons cependant observé aucun vestige aprés l'ouverture du ventre, elle étoit vrai-semblablement formée par

le ſac du peritoine, qui ſe fronçoit & ſe ramaſſoit en ſa partie ſuperieure, à meſure qu'on en vuidoit la liqueur.

Ce froncement pouvoit être cauſé par la contraction & l'affaiſſement des muſcles & des tegumens du ventre, & par la réſiſtance des parties enfermées au dedans de la region epigaſtrique, qui étant plus grande que celle des parties contenuës dans les 2 autres regions, empêchoit la partie ſuperieure du ſac de s'applatir en s'étendant de ce côté-là ; ce qui donnoit occaſion au ſac de ſe ramaſſer, & de faire paroître la tumeur demi-circulaire.

D'ailleurs les tegumens & les muſcles du ventre étant plus épais & plus fermes dans cette malade à l'endroit de la region epigaſtrique, que dans les deux autres regions, devoient concourir à la production du même effet.

Pour ce qui eſt de l'adherance de la trompe gauche au ſac du peritoine, elle pouvoit être l'effet d'une inflammation, que ce ſac y avoit cauſée en la preſſant à nud contre l'os ſacrum ou l'os des iles du même côté. La même choſe n'eſt point arrivée à la trompe droite, parceque les boyaux qui étoient rangés en plus grande quantité de ce côté-là, ſoûtenoient davantage le ſac, & empêchoient qu'il ne preſſât aſſez cette trompe pour y cauſer de même une inflammation, & conſequemment une adherance.

Le ſac du peritoine continuant à s'accroître & trouvant plus de réſiſtance du côté de l'hypogaſtre, s'étoit étendu davantage du côté des lombes, où elle étoit moindre, avoit entraîné avec lui la trompe qui y étoit attachée, & l'avoit forcée de s'allonger au point qu'elle l'étoit. D'où on pourroit inferer que la tumeur, qui s'eſt trouvée dans le ſac, & le ſac même, ont eu tous deux leur commencement dans l'hypogaſtre ; & qu'à meſure que la tumeur a augmenté, elle s'eſt inſenſiblement avancée avec la partie du ſac, où elle s'eſt d'abord formée, juſqu'au deſſous du rein gauche, où nous l'avons trouvée.

Enfin les autres parties contenuës dans la capacité du ventre étoient ſaines, parceque la liqueur qui faiſoit l'hy-

dropiſie étant toute renfermée dans le ſac du peritoine, n'avoit pû leur donner aucune atteinte.

Aprés avoir fait l'hiſtoire de la maladie de cette Dame, pour rendre l'obſervation plus utile, je vais rapporter les ſignes qui la peuvent faire connoître, & propoſer les moïens qu'on peut emploïer pour la traiter.

Signes diagnoſtics. Une perſonne ſera cenſée atteinte d'une hydropiſie de peritoine, 1°. Si cette hydropiſie a été pluſieurs années à ſe former, & ſi ſon progrés a été tres-lent, ſur tout dans ſon commencement.

2°. Si le ventre garde toûjours à peu prés la même figure, quoique le corps change de ſituation.

3°. Si la tumeur du ventre a une circonſcription particuliere, c'eſt à dire differente de celle du ventre.

4°. S'il y a quelque endroit, où on ne ſente ni contrecoup ni fluctuation.

5°. Si les extrémités inferieures n'enflent point, *ou que* peu & fort tard.

6°. Si immediatement aprés la ponction, ayant introduit par la canule une longue ſonde dans le ventre avant que d'en vuider la liqueur, on ne peut la porter dans toute l'étenduë de ſa capacité.

7°. Si avec la même ſonde on ne ſent point dans le ventre les inégalités que forment les inteſtins & les autres parties enfermées dans ſa cavité.

8°. S'il reſte fort peu de liqueur dans le ventre aprés la ponction.

9°. Si la liqueur étant vuidée, & le malade couché ſur le dos, on injecte dans le ventre une mediocre quantité de quelque liqueur, & qu'elle ſe preſente pour en ſortir preſqu'en même temps par la canule; parceque la capacité du ventre eſt capable d'en contenir une quantité fort conſiderable, avant qu'elle doive ſe preſenter pour en ſortir.

Enfin ſi le ſujet s'eſt long-temps conſervé ſain, n'ayant preſque d'autre incommodité, que celle qui lui vient du poids & du volume du ventre.

Lorſque cette eſpece d'hydropiſie eſt recente ou peu inveterée, que le ſujet eſt fort, qu'il fait bien encore ſes principales fonctions, que la circonſcription de la tumeur n'a pas beaucoup d'étenduë, & que la liqueur qu'on tire par la ponction eſt tenuë, d'une bonne couleur, & ſans puanteur, on peut eſperer de la guerir. *Signes prognoſtics.*

Au contraire le ſuccés en eſt tres-douteux, ſi elle eſt fort vieille, ſi le ſujet eſt foible, ſi la circonſcription de la tumeur eſt fort grande, ſi la liqueur tirée par les ponctions eſt épaiſſe, puante, de mauvaiſe couleur, &c. & ſi on ſent quelque groſſeur ou de la dureté en quelque endroit du ſac du peritoine.

L'hydropiſie du peritoine étant une fois bien connuë par les ſignes qu'on vient de rapporter, la principale indication, & pour ainſi dire la ſeule qui ſe preſente à remplir, eſt celle de reünir les 2 portions diviſées du peritoine. *Cure de cette hydropiſie.*

Or pendant qu'il y aura quelque matiere contenuë entre les 2 portions diviſées du peritoine, ſoit liqueur, marc de liqueur, ou tumeur, la reünion en ſera tout à fait impoſſible. C'eſt-pourquoy il y a deux moïens, qui ſont d'une neceſſité abſoluë pour ſatisfaire à cette indication.

Le premier eſt de faire, & d'entretenir à la partie la plus baſſe du ſac, une ouverture par où l'on vuide d'abord la liqueur qui y eſt contenuë, & par où puiſſe s'écouler celle qui y tombera dans la ſuite. On entretiendra cette ouverture avec une tente, dont on attachera la tête avec un fil. On continuëra l'uſage de la tente juſqu'à ce que la reünion des 2 portions diviſées du peritoine ſoit faite.

Le ſecond moïen eſt de faire tous les jours des injections vulneraires & déterſives dans le ſac par l'ouverture, dont on vient de parler, pour détremper & détacher le limon ou ſediment, que la liqueur y peut avoir depoſé pendant ſon ſéjour, & qui y eſt reſté aprés l'évacuation de la liqueur.

S'il y a des ulceres dans le ſac, ce qu'on connoîtra par le pus & la ſanie qui en ſortiront, on pourra aiguiſer les

injections de quelque teinture de myrrhe, d'aloës, d'aristoloche, &c. pour les modifier & déterger.

Des compresses soûtenuës par un bandage convenable, pourroient contribuer à la même réünion, en secondant l'action des muscles du ventre; pourvû qu'on ne les mît en usage, que lorsqu'on ne remarqueroit plus de pus ni de sanie dans la liqueur qui s'écouleroit par l'ouverture du sac.

Enfin s'il y avoit quelque tumeur formée par des glandes gonflées, des chairs fongueuses, &c. que les injections n'eussent pû fondre ni résoudre; il faudroit alors faire une incision précisément sur la tumeur afin de la découvrir, de la faire suppurer, ou de la consumer. Mais on doit bien prendre garde à ne pas confondre ces sortes de tumeurs avec la tumeur demi-circulaire, dont nous avons parlé. Car alors l'on feroit une operation infructueuse, dangereuse & cruelle, ou peut-être l'on resteroit mal à propos dans l'inaction, croïant la *maladie* absolument incurable.

EXPERIENCES

Pour connoître la résistance des bois de Chêne & de Sapin.

PAR M. PARENT.

PREMIERE EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

1707. Septembre. UN parallelepipede rectangle moïennement dur & sec, large de 5 lignes, épais de 6, & long de 5 pouces $\frac{1}{2}$, étant retenu par un de ses bouts, a soûtenu avant de se rompre à son autre extrémité 23 liv. étant posé sur le chan.

SECONDE

SECONDE EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un autre tout pareil, mais double en longueur, posé sur le chan sur deux appuis, a soûtenu à son milieu 34 livres $\frac{1}{2}$ avant l'instant de sa rupture.

TROISIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un troisiéme semblable au précédent, & égal, posé de même, mais serré par les deux bouts, a soûtenu dans son milieu 51 liv. avant sa rupture.

QUATRIE'ME EXPERIENCE.

Sur du Chêne plus dur.

Un quatriéme tout égal au premier, posé & tiré de même, mais d'un Chêne plus dur, a soûtenu 52 liv.

CINQUIE'ME EXPERIENCE.

Sur un Chêne plus dur.

Un cinquiéme tout égal au second, posé & tiré de même, mais de même bois que le précédent, a soûtenu 92 livres.

SIXIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Sapin.

Un sixiéme de Sapin moïennement dur, tout égal au premier, posé & soûtenu de même, a soûtenu 37 livres avant de se rompre, & aprés s'être beaucoup plus courbé que ceux de Chêne.

SEPTIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Sapin.

Un septiéme de Sapin pareil au précédent, & égal en

tout au second, posé & tiré de même, a soûtenu au milieu 68 liv. avant la rupture.

HUITIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Sapin.

Un huitiéme tout égal au troisiéme, posé & tiré de même, & de même bois que les deux précédens, a soûtenu dans son milieu avant sa rupture 106 liv.

On peut de ces différentes Experiences tirer trois principes d'experience, sçavoir, que la force d'un solide retenu par un bout, & tiré par l'autre perpendiculairement à sa longueur, est à la force d'un pareil solide double en longueur, posé de même sur deux appuis, & tiré par le milieu, environ ou moïennement comme 7 à 12.

Et que cette premiere force est à celle d'un autre solide égal en tout au second, posé & tiré de même, & de même matiere, moïennement comme 7 à 18.

D'où l'on conclud aussi que les résistances des deux derniers sont entr'elles (tout le reste étant égal) environ comme 12 à 18, ou comme 2 à 3. Ce qu'on examinera dans quelqu'autre Memoire plus particulierement.

Dans les solides retenus par un bout, la courbure accourcit le levier environ de sa 49 partie ; & dans ceux qui sont retenus par les deux bouts, elle l'accourcit d'$\frac{1}{20}$ environ.

NEUVIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne dur.

Un neuviéme solide parallelepipede de Chêne fort dur & sec, de 3 lignes $\frac{1}{2}$ d'épaisseur, sous 13 lignes $\frac{1}{2}$ de largeur, & 6 pouces $\frac{1}{2}$ de longueur, retenu par un bout sur le plat, étant tiré perpendiculairement, a soûtenu avant de se rompre 38 livres $\frac{1}{2}$.

DIXIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un dixiéme parallelepipede bien moins dur, de 4 lignes $\frac{1}{3}$ d'épaisseur, sur 5 $\frac{2}{3}$ de largeur, & de 10 pouces de longueur, posé sur le plat, & tiré perpendiculairement par le milieu, a soûtenu 25 liv. étant posé sur ses deux bouts.

ONZIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un onziéme de même bois que le précédent, de 4 lignes $\frac{2}{3}$ d'épaisseur, de 5 lignes $\frac{2}{3}$ de largeur, sous 14 pouces en longueur, posé sur deux appuis à plat & horizontalement, a soûtenu à son milieu 28 liv. $\frac{1}{3}$.

DOUZIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne moyen.

Un douziéme de même bois, large & épais d'un pouce, & long de 2 pieds, posé sur deux appuis de niveau, & tiré à plomb, a soûtenu 300 liv. juste avant de se rompre.

Cette Experience peut aisément servir de modele pour toutes les autres de même bois, à cause de sa simplicité.

TREIZIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un treiziéme de 14 pouces de longueur, de 5 lignes $\frac{2}{3}$ d'épaisseur, & de 4 lignes $\frac{1}{3}$ de largeur, soûtenu sur le chan, & posé sur deux appuis, a supporté avant de se rompre 25 liv. comme celui de la dixiéme Experience.

QUATORZIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un quatorziéme de Chêne tendre, de même longueur,

soûtenu & tiré de même, ayant 6 lignes d'épaisseur, & 5 lignes de largeur, a soûtenu 37 livres ½ étant posé sur le chan.

QUINZIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un quinziéme de même matiere & longueur, soûtenu & tiré de même que le précédent, de 4 lignes ½ d'épaisseur, sous 5 lignes ½ de largeur, posé sur le plat, a soûtenu 22 liv. en son milieu.

SEIZIE'ME EXPERIENCE.

Sur le Chêne tendre.

Un seiziéme de même matiere & longueur, de 5 lignes ¾ d'épaisseur, & de 4 lignes ½ de largeur, soûtenu & tiré comme les précédens, a soûtenu 27 liv. ¼ dans son milieu avant de se rompre.

En comparant toutes les Experiences faites sur differentes especes de Chêne, & se souvenant que les résistances proportionnelles sont entr'elles comme les produits des quarrés de leurs hauteurs par leurs largeurs (comme je l'ay démontré à l'Academie dans un Memoire lû le 12 Avril 1704, & comme on peut le déduire aussi du Memoire de M. Varignon donné à l'Academie en 1702), on trouve que le modele de Chêne de la douziéme Experience devoit soûtenir 296 liv. au lieu de 300 liv. ce qui confirme cette proportion.

Comparant de même les Experiences faites sur le Sapin, on trouve qu'un pareil modele de ce bois devroit soûtenir 358 liv. & qu'ainsi la force moïenne du Sapin est à celle du Chêne environ comme 358 à 300, ou comme 119 à 100.

OBSERVATIONS

Sur les Huiles essentielles, avec quelques conjectures sur la cause des couleurs des feüilles & des fleurs des Plantes.

PAR M. GEOFFROY le jeune.

ENtre les differens projets que l'Academie a formés pour perfectionner la Botanique, elle a entrepris de faire une Analyse exacte des Plantes, qui pût servir à en faire connoître la nature, les proprietés & les usages. C'est ce qui a déja été executé sur plus de 1400 Plantes. 1707. 12. Novembre.

Il semble d'abord que les substances que l'on retire par l'analyse des differentes Plantes soient d'une même nature. Cependant il y en a plusieurs qui varient beaucoup entr'elles, selon la diversité des Plantes dont on les tire. Car quoy qu'à parler en general on retire de presque toutes les Plantes un phlegme, un esprit acide, un esprit alcali, du sel volatil de l'huile, du sel fixe, & de la terre, & que ces substances, malgré la varieté des Plantes, semblent être dans toutes à peu prés les mêmes; il est pourtant certain qu'elles sont souvent aussi differentes entr'elles que le sont les Plantes dont on les a retirez. Ainsi il y a telle substance, qui tirée d'une certaine Plante, ne laisse pas de differer beaucoup d'une substance pareille tirée d'une autre Plante.

Pour découvrir cette difference, on a mêlé des substances pareilles extraites de Plantes differentes avec d'autres matieres moyennes, afin de connoître par les effets qui résulteroient de ces mêlanges, la nature particuliere des substances qu'on examinoit.

On est arrivé par ce moyen à la connoissance des differentes natures de sels tant volatils que fixes.

On découvre les ſels acides & leurs differens degrez de force aux differens degrez de rougeur qu'ils donnent à la ſolution du Tourneſol. Les ſels alcalis fixes ſe font remarquer à ce qu'ils précipitent en jaune orangé la ſolution du Sublimé corroſif, & les ſels alcalis volatils à ce qu'ils la précipitent en blanc. D'où il eſt aiſé de connoître la difference ſenſible qui ſe trouve entre les matieres ſalines.

Il ſeroit à ſouhaiter que l'on eût autant avancé dans la connoiſſance des differentes ſubſtances huileuſes qu'on retire des Plantes.

Ces huiles varient toutes entr'elles preſqu'autant que les ſujets qui les ont fournies, particulierement celles que les Chimiſtes appellent *Huiles eſſentielles*. Ce ſont des ſubſtances inflammables, que les Plantes odorantes nous fourniſſent en les diſtilant avec beaucoup d'eau. Ces huiles ont l'odeur, le goût & ſouvent les autres proprietés des Plantes dont elles ſont tirées, ce qui leur a fait donner le nom d'*Huiles eſſentielles*.

On ne doit donc point regarder ces ſubſtances comme un ſeul principe homogene, mais comme des compoſez qui peuvent être encore analyſés de nouveau.

On a travaillé à ces ſecondes analyſes dans cette Academie, & on a ſeparé de ces huiles un phlegme chargé de ſel volatil urineux, & une aſſez grande quantité de terre. Mais la difficulté de retirer exactement ces principes dans leur juſte proportion, a fait croire que ce travail ne pouvoit pas être d'une grande utilité pour diſtinguer la differente nature de ces huiles; d'autant plus que cette difference ne paroît pas tant dépendre de la differente quantité des principes qui ſont mêlez enſemble, que de la maniere dont ils le ſont. Voici un exemple aſſez ſenſible de ce que j'avance. Le Mercure & le Souffre ſimplement unis, ne font qu'une poudre noire qu'on appelle *Æthiops mineralis*; & ſi on les ſublime enſemble, ils formeront une maſſe rouge compacte, & diſpoſée en aiguilles brillantes qu'on nomme *Cinabre*. On peut donc

dire de même que dans les huiles essentielles le sel volatil, le phlegme & la terre, quoiqu'en même proportion, peuvent former des composez de nature differente, selon la maniere dont ils sont unis ; aussi voïons-nous que la substance huileuse contenuë dans la graine d'une Plante, étant traitée differemment, donne trois sortes d'huiles differentes. L'anis, par exemple, qu'on échauffe & qu'on exprime ensuite, fournit une huile qu'on nomme *Huile par expression*. Si on le fait macerer & distiler avec beaucoup d'eau, il donne une huile plus subtile qu'on nomme *Huile essentielle* ; & quand on le distile par la Cornuë à feu nud, il donne une *Huile fetide* ou *Empireumatique*. Or ces trois huiles sont toutes differentes, quoique selon toutes les apparences elles soient composées des mêmes principes.

Voïant donc que pour découvrir quelque chose sur la nature des huiles qu'on retire des Plantes, je ne devois rien attendre de l'analyse particuliere de ces huiles ; je me suis proposé une autre methode, qui est de les mêler avec differentes matieres, de les faire digerer seules ou avec d'autres substances, & d'observer tout ce qui pourroit arriver de ces mêlanges & de ces digestions pour en tirer, s'il étoit possible, quelques nouvelles connoissances. Ce travail peut conduire encore plus loin qu'à ce que je me propose ici pour but principal, comme on en verra un exemple dans la suite de ce Memoire.

Je vais donc exposer les experiences que j'ay faites à ce dessein sur quelques huiles, & particulierement sur l'huile essentielle de Thym, & je rapporteray les conjectures que j'en ay tirées touchant les causes des differentes couleurs qui se remarquent dans les Plantes.

J'ay pris une bonne quantité de Thym bien sec, que j'ay fait macerer & distiler ensuite avec sept ou huit fois autant d'eau dans des vaisseaux de grais à un feu moderé : il en est sorti beaucoup d'eau fort odorante, avec une huile jaune foncée, que j'ay distilé une seconde fois en grande eau ; j'en ay retiré une huile citrine, dont je me

fuis servi pour faire les experiences suivantes.

1°. J'ay mêlé partie de cette huile avec du vinaigre distilé, & partie avec les esprits acides de nitre, de vitriol & de sel marin, que j'avois adoucis par l'eau & réduits environ à l'acidité du vinaigre ordinaire, qui est à peu prés le point d'acidité qui se trouve dans les sucs acides des Plantes. J'ay fait digerer tous ces mêlanges, l'huile est devenuë par la digestion fort haute en couleur tirant sur l'orangé ou sur le rouge de safran.

J'ay affoibli considerablement dans cette experience les esprits acides mineraux; parceque si on les emploïe trop vifs, ils brûlent l'huile sur le champ ou en peu de tems, & la changent en une masse résineuse d'une couleur tres foncée : souvent même ils la réduisent en une espece de charbon tout à fait noir.

2°. J'ay encore fait digerer une portion d'huile de Thym avec l'esprit volatil de sel ammoniac tiré par *l'intermede* de la chaux, & j'ay observé que la *couleur de l'huile* se fonçoit d'abord un peu, puis tiroit sur le rouge, passoit ensuite au couleur de feu, se tournoit peu à peu au pourpre, qui se fonçant de plus en plus approchoit enfin du violet.

3°. J'ay fait digerer de même de l'huile de Thym avec l'esprit volatil de sel ammoniac tiré par le moïen du sel de Tartre, & j'en ay mis d'autre avec l'esprit d'urine; je n'ay trouvé entre ces deux mêlanges d'autres differences que quelques nuances de couleurs que je ne puis pas même attribuer à la qualité differente des sels, mais qui semblent plutôt venir de leurs differens degrés de force.

4°. J'ay outre cela fait digerer une portion d'huile de Thym avec de l'huile de Tartre par défaillance, l'huile essentielle s'est un peu obscurcie, & est devenuë d'un gris brun fort foncé tirant sur le feüille-morte.

5°. De cette huile de Thym qui par l'esprit de sel ammoniac étoit devenuë d'une couleur de pourpre tirant sur le violet, j'en ay fait digerer de nouveau une portion avec l'huile de Tartre, & elle a pris une belle couleur bleuë.

6°. Cette

6°. Cette même huile de couleur de violet pourpre, digerée avec le vinaigre distilé, s'est fort foncée, & a paru tirer sur le noir.

7°. J'en ay mêlé aussi dans de l'esprit de vin, la couleur s'est étenduë avec l'huile, & la liqueur a paru gris de lin. J'y ay jetté quelques goutes d'huile de Tartre, & la liqueur a verdi aussi-tôt, & a conservé sa couleur verte.

Je n'ay jamais pû verdir l'huile de Thym qu'aprés l'avoir fait passer au violet, & l'avoir étenduë dans l'esprit de vin; car cette huile digerée avec l'huile de Tartre sans esprit de vin ne verdit point, mais prend une couleur de gris brun qui tire quelquefois sur le feüille-morte.

8°. Sur cette liqueur verte j'ay versé du vinaigre distilé, il a effacé la couleur verte, & a rendu à la liqueur la couleur rouge qu'elle avoit auparavant.

9°. J'ay voulu voir s'il arriveroit quelques changemens à l'huile de Thym, qui a pris la couleur bleuë sur l'huile de Tartre. Pour cela j'ay étendu un peu de cette huile dans l'esprit de vin, & la liqueur a paru gris de lin; j'y ay versé ensuite de l'huile de Tartre, la liqueur est devenuë bleuë, à la difference de celle dont on vient de parler, qui a pris la couleur verte. J'ay versé sur cette liqueur bleuë du vinaigre distilé qui l'a rougie, & par un nouveau mêlange d'huile de Tartre je lui ay renduë sa couleur bleuë.

Il paroît par ces deux experiences que l'huile de Tartre agit differemment sur l'huile de Thym; car selon que celle-cy a été ou concentrée ou rarefiée, elle la rend ou bleuë ou verte.

On pourroit conjecturer aussi de la derniere experience, que l'esprit de vin contient un acide caché, qui se fait appercevoir par la rougeur qu'il donne à l'huile de Thym de couleur bleuë, d'autant qu'il ne lui donne point sa couleur rouge pour peu qu'il soit mêlé avec l'huile de Tartre.

J'ay tenté toutes ces experiences sur differentes huiles essentielles de Plantes, comme celles de Lavande, de

Sauge, de Genievre, de Menthe, de Terebentine; mais elles n'ont point produit les mêmes effets. Ce qui fait voir une difference considerable entre ces huiles & l'huile de Thym.

J'ay essayé de faire la même chose sur des huiles differentes de celles que fournit le regne vegetal, & je n'ay encore trouvé que l'huile d'Ambre jaune qui approchât des effets de l'huile de Thym.

J'ay distilé de l'Ambre jaune par la Cornuë de grais, il m'a rendu du phlegme, de l'esprit, de l'huile jaune, du sel volatil, & une huile noire & épaisse. J'ay rectifié toute l'huile qui en est sortie, en la distilant plusieurs fois avec beaucoup d'eau, jusqu'à ce qu'elle soit devenuë claire & belle.

Cette huile est grasse, & ne se mêle pas aisément avec l'esprit de vin, en quoy elle differe de l'huile de Thym qui paroît plus résineuse, & qui s'y mêle tres-facilement.

10°. J'ay donc fait digerer une portion de cette huile de Succin avec l'esprit de sel ammoniac, & elle a pris aprés une longue digestion une couleur rouge tirant sur le pourpre.

11°. J'ay mêlé de cette huile de Succin pourprée avec de l'huile de Tartre, aucune de ces deux liqueurs n'a changé de couleur; mais aprés avoir jetté de l'esprit de vin dessus, cet esprit uni à l'huile de Tartre a pris une couleur bleüatre, pendant que les goutes d'huile de Succin ont conservé leur couleur purpurine.

Si j'ose hazarder mes conjectures, pour rendre raison de ce que toutes les huiles ne produisent pas le même effet que l'huile de Thym & l'huile d'Ambre jaune, je diray que je crois qu'il faut dans les parties d'un corps pour le colorer, certains degrés de densité ou de rarefaction hors desquels il n'y a plus de couleurs.

L'huile de Thym & l'huile d'Ambre jaune ont apparemment leurs molecules dans la latitude de ces degrés necessaires pour produire toutes ces couleurs, & ces molecules sont susceptibles d'une certaine condensation ou

d'une certaine rarefaction, qui peut passer par degrés depuis la transparence jusqu'au noir. Ainsi si on étend l'huile de Thym dans l'esprit de vin, elle est sans couleur; & si on en condense tres-considerablement les molecules comme dans la sixiéme experience que j'ay rapportée, elle devient d'une couleur violette si foncée qu'elle paroît noire; au lieu que les autres huiles, comme l'huile de Terebentine, ayant leurs molecules plus rarefiées paroissent fort claires, & ne peuvent prendre aucune couleur, parceque par leur composition particuliere elles ne s'unissent pas aisément avec les sels. Il n'y a que les acides violens, tel que l'huile de Vitriol, qui les peuvent condenser si fortement, qu'ils les changent en une raisine fort brune, & enfin en une masse noire comme du charbon.

Peut-être qu'à force d'experience nous trouverons le moïen de modifier ces molecules, de maniere qu'elles puissent prendre les diverses couleurs que prend l'huile de Thym.

Conjectures sur les couleurs des feüilles & des fleurs des Plantes.

Les couleurs que donnent les experiences que je viens de rapporter étant les mêmes qui se rencontrent dans les Plantes, & les principes qui les fournissent étant les mêmes que l'on retire des vegetaux, j'ay crû que l'on pouvoit tirer delà quelques conjectures touchant la formation des couleurs que l'on remarque dans les Plantes.

L'on convient assez generalement parmi les Chimistes que les couleurs dépendent des souffres, & que c'est de leur different mêlange avec les sels que résultent leurs differences.

L'on sçait que les infusions des fleurs, ou de quelques parties des Plantes rougissent par des acides, verdissent par des alcalis: & l'on ne doute point que ce ne soient les parties sulphureuses dont les teintures ou les infusions sont chargées, qui par le mêlange des sels produisent ces differentes couleurs: mais quelque vrai-semblable

que parût ce sentiment, il sembloit demander d'être confirmé par des experiences plus sensibles & plus simples. Celles que je viens de rapporter donnent le moïen de former differentes couleurs par le simple mêlange des huiles & des sels. Elles font voir outre cela quelles en sont les differentes combinaisons. D'où je conjecture que ces combinaisons peuvent être les mêmes dans les Plantes où l'on remarque les mêmes couleurs.

Les principales couleurs qui s'observent dans les Plantes & dans les fleurs sont le verd, le jaune de citron, le jaune orangé, le rouge, le pourpre, le violet, le bleu, le noir & le transparent, ou le blanc : de ces couleurs diversément combinées sont composées toutes les autres.

Le verd qui est la couleur la plus ordinaire des feüilles, est vrai-semblablement l'effet d'une huile rarefiée dans les feüilles, & mêlée avec les sels volatiles & fixes de la seve, lesquels restent engagés dans les parties terreuses, pendant que la plus grande partie de la portion aqueuse se dissipe. Une preuve de cela, c'est que si l'on couvre ces feüilles ensorte que la partie aqueuse de la seve ne puisse se dissiper, & qu'elle reste au contraire avec les autres principes dans les canaux des feüilles, l'huile se trouve si fort étenduë dans cette grande quantité de phlegme, qu'elle paroît transparente & sans couleur, & c'est ce qui produit apparemment la blancheur de la Chicorée, du Sellery, &c. Car cette blancheur me paroît n'être dans ces Plantes & dans la plûpart des fleurs blanches, que l'effet d'un amas de plusieurs petites parties transparentes & sans couleur chacune en particulier, dont les surfaces inégales reflechissent en une infinité de points une fort grande quantité de rayons de lumiere.

Les feüilles deviennent rouges pour la plûpart sur la fin de l'Automne dans les premiers froids ; ce qui peut venir de ce que tous les pores & les canaux des Plantes étant resserrez par le froid, la seve est retenuë dans les feüilles où la circulation est interrompuë. Cette seve ar-

rêtée dans les fibres & les cellules des feüilles, s'y aigrit par son séjour; & cet acide dévelopé détruisant l'alcali fixe resté dans ces fibres, en détruit aussi l'effet qui est la couleur verte, & laisse par-là les souffres dans leur propre couleur qui est le rouge; de même que nous avons vû dans la huitiéme Experience le vinaigre distilé effacer la couleur verte de l'huile de Thym, & rétablir la couleur rouge qu'elle avoit auparavant.

Quand les acides rendent aux infusions des fleurs, & aux solutions de Tournesol la couleur rouge; il y a tout lieu de croire que ce n'est qu'en détruisant l'alcali fixe, qui donnoit aux souffres dans ces teintures la couleur bleuë ou brune.

Dans les fleurs toutes les nuances jaunes depuis le citron jusqu'à l'orangé ou rouge de safran, paroissent venir d'un mêlange d'acides avec l'huile, comme nous avons vû que dans la premiere Experience l'huile de Thym digerée avec le vinaigre distilé produit le jaune orangé ou le rouge de safran.

Il paroît par la seconde Experience que toutes les nuances du rouge depuis le couleur de chair jusqu'au pourpre & au violet foncé, sont les produits d'un sel volatil urineux uni avec l'huile, puisque nous avons vû que le mêlange de l'huile de Thym avec l'esprit volatil de sel ammoniac a passé par toutes les nuances depuis le couleur de chair jusqu'au pourpre & au violet foncé.

Le noir qui dans les fleurs peut être regardé comme un violet trés foncé, me paroît être l'effet d'un mêlange d'acide par dessus le violet pourpre du sel volatil urineux, comme il est arrivé dans la sixiéme Experience, où l'huile de Thym devenuë violette par l'esprit volatil de sel ammoniac, a pris une couleur noirâtre par le mêlange du vinaigre distilé.

Il paroît par la cinquiéme Experience que toutes les nuances du bleu proviennent du mêlange des sels alcalis fixes avec les sels volatils urineux & les huiles concentrées, puisque l'huile de Thym devenuë de couleur de

pourpre par l'esprit volatil de sel ammoniac digerée avec l'huile de Tartre, a pris une belle couleur bleuë.

Pour ce qui est du verd, il me paroît produit par les mêmes sels, & par des huiles beaucoup plus rarefiées, comme le prouve la septiéme Experience, où l'huile de Thym couleur de violet pourpre étenduë dans l'esprit de vin rectifié & uni à l'huile de Tartre, nous a donné une couleur verte.

Je ne propose encore ceci que comme des conjectures qui me paroissent d'autant mieux fondées, qu'il ne semble pas probable que differentes causes puissent produire les mêmes couleurs dans la matiere dont il s'agit. Cependant je les verifieray encore avec toute l'attention possible, soit dans les autres huiles, soit dans les differentes fleurs, & j'auray l'honneur d'en rendre compte à la Compagnie.

DES EFFETS DE LA POUDRE A CANON, PRINCIPALEMENT DANS LES MINES.

PAR M. CHEVALIER.

1707. 12. Novembre. LEs choses les plus merveilleuses & dont les causes sont les plus impénétrables à l'esprit humain, cessent de nous surprendre lorsqu'elles se presentent souvent à nos yeux. Les effets extraordinaires de la Poudre à Canon sont du nombre de ces choses, dont un frequent & funeste usage a fait cesser l'admiration.

Personne n'ignore que la Poudre est un composé de salpetre, de souffre & de charbon battus & mêlés ensemble; qu'il y a une certaine proportion à garder dans le mélange de ces matieres, des précautions à prendre pour leur choix, & pour la maniere de fabriquer la Poudre,

qui contribuënt à sa bonté. Mais ce n'est pas ce que nous voulons examiner ici. C'est des effets de la Poudre, surtout dans les Mines, dont je me suis proposé de parler.

Feu M. le Maréchal de Vauban m'a communiqué un grand nombre d'experiences sur cette matiere. Ce grand homme toûjours occupé de la gloire du Roy & de la grandeur de l'Etat, ayant observé dans plusieurs occasions que le succés des Mines ne répondoit pas toûjours à ce que l'on en attendoit, crut qu'il étoit necessaire de déterminer par des experiences exactes les differens effets des Mines dans toutes les diverses circonstances où elles peuvent être emploïées, pour en conclure des regles sûres que l'on observât dans des occasions importantes. Le succés a justifié ces regles; mais avant que de les proposer, je dois expliquer comment la Poudre allumée devient capable de faire de si grands efforts.

Premierement. Je considere que l'air est necessaire pour l'action de la Poudre, puisque par des experiences faites dans la Machine pneumatique, elle ne s'enflame point dans le vuide au feu d'une pierre à fusil; & si elle s'allume aux rayons du Soleil par le moïen d'une loupe, elle se fait presque sans détonation & sans effort.

Secondement. Les matieres qui entrent dans la composition de la Poudre n'ont pas une égale facilité à s'enflamer: le souffre s'enflame plus aisément que le charbon, & le charbon plus aisément que le salpetre, qui est la matiere qui domine dans la poudre; il y a ordinairement trois parties de salpetre contre une des deux autres prises ensemble. L'on doit encore supposer que chacune de ces matieres est composée de parties inégalement promptes à s'enflamer.

Troisiémement. Il faut que la Poudre soit bien seche, afin qu'elle prenne feu promptement, qu'elle soit grenée pour que la flame se communique trés-subitement par les intervalles que les grains laissent entr'eux; & que tous ses grains fassent leur effort presque en même tems.

I. Cela supposé, l'on peut concevoir, 1°. Que les diffe-

rentes matieres dont la Poudre est composée s'allumant successivement, le feu imprime d'abord son action sur la premiere ou la plus subtile, qui communique ensuite un certain degré de vitesse à la seconde, & la seconde à la troisiéme, & ainsi de suite, jusqu'à ce que toute la matiere allumée ait fait son effort.

2°. La plûpart des corps contre lesquels la Poudre agit, ont aussi des parties d'inégale solidité capables de se communiquer successivement le mouvement des parties de la Poudre; & l'effort des parties de la Poudre sera d'autant plus considerable, qu'il y aura un plus grand nombre de parties d'inégale solidité, tant dans les matieres de la Poudre, que dans les corps contre lesquels elle agit (toutes choses d'ailleurs étant égales) & que ces parties auront entr'elles des raports les plus approchans d'une progression geometrique, à commencer par la plus subtile jusqu'à la plus grosse; comme il a été démontré par le sçavant M. Hugens dans ses *Loix du Mouvement*, & depuis lui par M. Carré.

L'on peut donc conclure que les seules matieres qui composent la Poudre, étant mises en mouvement par le feu, deviennent capables de contribuer par leur choc aux grands effets qu'elle produit: mais je ne crois pas qu'il soit possible de réduire au calcul la part qu'elles y ont, parceque l'on ne connoît point la proportion des diverses parties des matieres qui composent la Poudre, ni celles des corps sur lesquels elle agit.

II. Examinons maintenant l'effort que l'air enfermé dans les grains de Poudre, & celui qui remplit tous les petits intervalles que ces grains laissent entr'eux, est capable de produire par son ressort lorsqu'il se dilate par l'action du feu. L'experience a fait connoître que le ressort de l'air devient capable par la chaleur de l'eau boüillante de soûtenir un poids d'un tiers plus grand que celui qu'il soûtient dans un degré de chaleur temperé.

Je suppose qu'un certain volume de Poudre renferme autant d'air tant dans ses pores que dans les intervalles de

ses

ſes grains, qu'il contient de matieres propres de la Poudre ; ainſi deux pieds cubes de Poudre qui peſent environ 140 liv. renferment un pied cube d'air. Si l'on conçoit une Mine chargée de 140 liv. de Poudre, & que l'ouverture de cette Mine ſoit d'un pied quarré, l'air renfermé dans cette Mine ſoûtient par la preſſion de l'air exterieur avec lequel il eſt en équilibre un poids de plus de 2200 liv. qui eſt le poids d'un priſme de mercure, qui auroit un pied quarré de baſe, & 28 pouces de hauteur. Si on communiquoit à cet air ainſi renfermé dans la Mine un degré de chaleur égal à celui de l'eau boüillante, il deviendroit capable de ſoûtenir par ſon reſſort un poids d'environ 2900 liv. c'eſt à dire d'un tiers plus grand qu'auparavant ; ainſi ſi le poids qui réſiſte à l'effort de cet air eſt moindre que 700 liv. il ſera enlevé. Et ſi l'on ſuppoſe que l'action du feu imprime à l'air un degré de chaleur 100 fois plus grand que celui qu'il reçoit de l'eau boüillante, il deviendra capable de ſoûtenir un poids 100 fois plus grand. Dans ce cas un pied cube d'air ſoûtiendroit un poids de prés de 290000 liv.

L'on a ſuppoſé que l'action du feu n'augmente la force du reſſort de l'air que 100 fois plus que la chaleur de l'eau boüillante : mais il y a apparence qu'il l'augmente conſiderablement davantage ; car il eſt conſtant que la force du reſſort de l'air chargé, augmente dans le même raport qu'il augmenteroit ſon volume, s'il n'étoit point chargé ; ainſi l'air n'augmenteroit ſon volume par la chaleur de l'eau boüillante que d'un tiers : mais la poudre allumée, par les Experiences de M. Amontons, augmente 4000 fois ſon volume, & l'on doit penſer que l'air renfermé dans la poudre a une grande part à cette augmentation, ce que je ne crois pas cependant que l'on puiſſe déterminer exactement.

Quoiqu'il en ſoit, ſans avoir égard au mouvement que peut produire le choc des differentes matieres dont la Poudre eſt compoſée, parceque l'on ne peut les raporter au calcul ; & ſuppoſant ſeulement que l'action du feu

augmente la force du ressort de l'air 100 fois plus que la chaleur de l'eau boüillante, on vient de faire voir qu'un pied cube d'air renfermé dans deux pieds cubes de Poudre, est capable de soûtenir un poids de prés de 290000 liv. mais cet effort se faisant de toutes parts contre la superficie de tous les corps qui entourent la Poudre, comme d'un centre à la circonference, cet effort se partage entre tous ces corps ; de sorte que si l'on supposoit une Mine cubique & dont les six faces cedassent également, chacune des faces de la Mine soûtiendroit la sixiéme partie de tout l'effort de la Poudre qu'elle renferme ; ainsi dans la supposition précédente chaque face soûtiendroit un poids d'environ 48000 liv. mais s'il y avoit cinq faces de cette Mine immobiles, l'effort se feroit tout entier sur la sixiéme qui soûtiendroit alors le poids entier de 290000 liv. Cet effort est beaucoup plus grand que celui que l'on trouve par experience, puisque 140 *liv. de Poudre* n'enlevent qu'environ 30000 liv. pesant de terre, comme il résulte des Experiences que l'on donnera dans la suite.

La raison de cette difference vient de plusieurs causes. 1°. De ce que la Poudre ne s'allumant pas toute à la fois, l'action de la premiere allumée a fini, ou au moins a diminué considerablement lorsque la seconde fait son effort.

2°. Une partie de cet effort se perd par le canal qui porte le feu dans la Mine, & par les pores des matieres qui entourent les Mines. L'experience fait connoître que dans des contre-Mines éloignées de 15 à 20 pieds des Mines qui ont joüé, on y sent une odeur tres forte de Poudre brûlée insupportable, & même que la fumée s'y communique au travers des terres.

3°. La tenacité des parties à détacher est un obstacle à vaincre ; de sorte qu'il faut un plus grand effort pour enlever par exemple 1000 liv. de vieille maçonnerie bien liée, que pour en enlever la même quantité de nouvelle ou mal liée, parce qu'outre le poids à enlever il y a encore cette liaison à rompre.

4°. Il ne s'agit pas seulement de soûtenir le poids des terres, mais une grande partie de l'effort de la Poudre est emploïée à les enlever avec une certaine vitesse.

5°. La résistance de l'air environnant est encore un obstacle à surmonter, auquel on n'a point d'égard dans la pratique, quoiqu'il soit tres-considerable & peut être le plus considerable de tous.

III. Pour se former une idée nette de la maniere dont la poudre agit sur un corps, supposons un canon immobile posé verticalement la bouche en haut d'une longueur indéfinie, ou du moins assez long pour qu'un boulet y puisse faire tout le chemin que l'effort de la Poudre lui peut faire parcourir; & n'ayant point d'égard au frotement du boulet dans l'ame de ce canon, supposons qu'il s'applique immediatement sur la Poudre, & qu'il soit d'un calibre si parfait qu'il remplisse exactement l'ame du canon, ensorte que l'air ne puisse passer entre-deux; afin de considerer seulement ce qui arrive de la part de la résistance de l'air & de celle de l'effort de la Poudre.

Dans cette hypothese, si l'on met le feu à la poudre, elle s'allumera successivement, & le boulet ne partira point qu'il n'y en ait une assez grande quantité pour vaincre non-seulement le poids du boulet, mais encore celui de la colomne d'air qui s'appuïe dessus. De sorte que si le boulet est de six pouces de diametre, il pesera à peu prés 33 liv. & la colomne d'air en pesera environ 440. Ainsi le boulet ne s'ébranlera point sensiblement que la quantité de la Poudre allumée ne puisse mouvoir un poids de 473 liv. La poudre continuant de s'allumer, elle augmentera successivement la vitesse de ce boulet, jusqu'à ce qu'il ait acquis sa plus grande vitesse, qui seroit la vitesse même des parties enflamées de la Poudre, si l'air ne résistoit point; mais comme les résistances de l'air que le boulet chasse augmentent dans la proportion des quarres des vitesses du boulet, il y a un certain terme où cette résistance devient égale au nouvel effort que le boulet reçoit de la part de la poudre; ainsi quand il y auroit da-

vantage de Poudre dans le canon, elle n'augmenteroit plus la viteſſe du boulet. Suppoſant donc qu'il n'y ait dans le canon que la quantité de Poudre neceſſaire pour lui communiquer la plus grande viteſſe qu'il puiſſe acquerir, l'effort de la Poudre diminuëra enſuite ſucceſſivement juſqu'à ceſſer entierement ; & alors ſi l'air ne réſiſtoit point au mouvement du boulet, il continuëroit de ſe mouvoir avec une viteſſe uniforme égale à ſa plus grande viteſſe acquiſe : mais l'air réſiſtant continuellement, la viteſſe du boulet diminuë dans chaque inſtant, enſorte qu'il y a un terme où ce qui reſte de l'impreſſion que la Poudre avoit donnée au boulet, eſt égale à la réſiſtance de l'air, & alors le boulet eſt immobile. Mais le poids de l'air & celui du boulet agiſſant alors ſur lui avec un effort de 473 liv. comme nous l'avons dit, il repoufferoit le boulet au fond du canon en accelerant ſa viteſſe, comme font tous les corps peſants.

De ce que l'on a dit cy-deſſus l'on peut *conclure*,

1°. Que la meilleure Poudre (toutes choſes d'ailleurs étant égales) eſt celle qui s'enflame le plus promptement.

2°. Que l'ame du canon vers la culaſſe doit être telle qu'une plus grande quantité de Poudre s'y puiſſe enflamer avant que le boulet parte. C'eſt la raiſon pour laquelle les canons chambrés portent plus loin avec une égale quantité de Poudre, ou auſſi loin avec une moindre quantité que ceux dont l'ame eſt entierement cylindrique.

3°. Que dans un canon dont l'ame eſt cylindrique, d'une longueur donnée, il y a une quantité déterminée de Poudre qui chaſſe le boulet le plus loin qu'il eſt poſſible ; & cette quantité eſt celle qui a le tems de s'enflamer tandis que le boulet eſt dans le canon. Mais plus il y a de Poudre qui s'enflame dans le canon, plus il eſt en danger de crever, parcequ'il ſe fait un plus grand effort & plus long-tems continué contre ſes parois.

4°. Que plus la partie du canon que le boulet parcourt eſt longue, ſuppoſé qu'il n'acquiere point ſa plus grande viteſſe, plus l'on peut mettre de Poudre ; parceque le

boulet emploïant plus de tems à la parcourir, une plus grande quantité de Poudre a le tems de s'enflamer dont il reçoit l'impression. C'est apparemment ce qui fait que quelques canons fort longs, comme la Coulevrine de Nancy, portent beaucoup plus loin que les canons ordinaires de même calibre.

5°. Que la quantité de Poudre dont on charge un canon, & la figure de son ame étant déterminée, il y a aussi une longueur de canon la plus avantageuse qu'il soit possible; ensorte qu'une plus grande longueur diminuëroit la portée du boulet. Cette longueur est telle que le boulet sorte de la bouche du canon, lorsque toute la Poudre a fait son effort; & si la quantité de Poudre est indéterminée, cette longueur est telle que le boulet sorte de sa bouche lorsqu'il a acquis sa plus grande vitesse. C'est pourquoi les canons de nouvelle invention, dont l'ame vers la culasse est spherique ou spheroïde, dans lesquels la Poudre étant plus ramassée s'enflame plus promptement, sont moins longs que ceux dont toute l'ame est cylindrique.

6°. Que l'effort de la Poudre vers un certain côté est d'autant plus grand qu'elle trouve plus de résistance vers les autres; & qu'ainsi plus un canon recule difficilement; soit à cause de son poids, soit par quelques autres empêchemens, plus il poussera loin son boulet. La difficulté de transporter par terre des canons fort pesans, & les frais qu'il faut faire pour cela, font que l'on les fait les plus légers que l'on peut, pourvû qu'ils puissent résister à l'effort de la Poudre; mais l'on fait ordinairement les canons pour les Vaisseaux beaucoup plus pesants que ceux qui sont destinez pour servir à terre.

APPLIQUONS maintenant ce que l'on vient de dire de l'action de la Poudre en general, à son effort particulier dans les Mines.

Je suppose que l'on sçache ce que c'est qu'une Mine & ses differentes especes, comme Fourneaux, Fougasses &c.

Les précautions que l'on doit prendre pour la creuser, la charger, étançonner les galeries & rameaux qui y conduisent, les boucher, la maniere de disposer le saucisson qui y porte le feu : toutes ces choses sont assez bien décrites par ceux qui ont traité des Mines. C'est principalement pour déterminer leur disposition la plus avantageuse, & la quantité de Poudre dont elles doivent être chargées pour faire l'effet que l'on se propose, que l'on a été obligé de faire plusieurs experiences.

Les Mines se font ou en pleine terre, comme celles que les assiegés font pour faire sauter les batteries & les travaux des assiegeans, avant qu'ils soient logés sur le chemin couvert ; ou dans des terres élevées & isolées à droit & à gauche, comme pour faire breche à des remparts de terre ; ou pour faire sauter des murailles, qui peuvent être seches ou terrassées ; enfin on emploie quelquefois les Mines pour rompre des rochers.

Toutes les Experiences ont fait connoître,

I. Que l'effet de la Mine se faisoit toûjours du côté le plus foible ; qu'ainsi la disposition de la chambre des Mines ne contribuoit point à déterminer cet effet d'un côté ou d'un autre, comme les Mineurs se l'étoient faussement persuadé.

II. Qu'il faut une quantité de Poudre plus ou moins grande selon l'inégalité du poids des corps que la Mine doit enlever, & selon l'inégalité de leur liaison, & le résultat de toutes les Experiences que l'on a faites pour connoître quelle quantité de Poudre l'on doit emploïer selon les differens corps, est qu'il faut pour chaque toise cube,

De terre remuée	9 ou 10 liv. de Poud.
De terre ferme & sable fort	11 ou 12 liv.
D'argille	15 ou 16 liv.
De maçonnerie nouvelle ou de peu de liaison	15 ou 20 liv.
De vieille maçonnerie bien liée	25 ou 30 liv.

III. Que l'ouverture d'une Mine qui a joüé en pleine

terre étant chargée à propos, se fait en cone, dont le diametre de la base est double de la hauteur prise depuis le centre de la Mine.

IV. Que lorsqu'une Mine est trop chargée, elle ne fait qu'un trou ou puits, dont l'ouverture superieure n'est gueres plus grande que celle de la chambre où étoit la Poudre.

V. Qu'outre l'effort de la Poudre contre les corps qu'elle enleve, elle foule encore & meurtrit toutes les terres qui l'avoisinent, tant au-dessous qu'aux côtés, & ces foulures ou meurtrissures s'étendent d'autant plus que ces matieres environnantes font moins de résistance.

POUR rendre raison de tous les effets résultans de ces Experiences, & déterminer ensuite la quantité de Poudre dont on doit charger les Mines, & leur disposition la plus avantageuse pour produire les effets que l'on se propose.

Concevons, 1°. Une Mine dont toutes les parties qui la renferment soient incapables de compression, & fassent une égale résistance, telle que seroit une bombe d'égale épaisseur partout, suspenduë en l'air; il est évident que dans ce cas, outre la résistance du corps, il faut encore que l'effort de la Poudre surmonte le poids de l'air environnant; & alors le corps se réduiroit en poussiere, ou du moins en tres-petits morceaux.

L'on remarquera en passant qu'une bombe ne differe de la Mine que l'on vient de supposer, qu'en ce qu'elle est un peu plus épaisse par le fond opposé à la fusée qu'ailleurs.

L'on fait le fond de la bombe plus solide que le reste pour deux raisons. Premierement afin que cette partie étant plus pesante soit tournée vers la terre lorsque la bombe tombe, de crainte qu'elle ne se brise par son choc contre les corps qu'elle rencontre. Secondement afin qu'elle ne tombe point sur la fusée, ce qui pourroit l'éteindre; l'un ou l'autre cas arrivant, la bombe ne feroit point le principal effet auquel elle est destinée, qui est de

porter le feu dans les magazins des ennemis, aprés avoir rompu par sa chute les voutes ou planchers des lieux qui les renferment.

On emploïe aussi dans plusieurs occasions des bombes dans les Mines, comme pour faire sauter les contreforts des murailles d'un rempart, lorsque l'on veut faire breche à un rempart revêtu, & dans les fougasses que l'on fait pour la défense des dehors d'une place.

Proposons-nous en second lieu une Mine dont tous les corps environnans soient également capables de compression, & résistent avec des forces égales de toutes parts. Alors le premier effet de la Poudre enflamée seroit de fouler & comprimer également tous ces corps, & ils ne seroient écartés & détachés que lorsque par leur compression ils deviendroient capables de résister à son effort; de sorte que la Poudre y pourroit être en si petite quantité, que tout son effet se termineroit à la seule compression des corps environnans. C'est la raison pourquoi l'on renferme la chambre d'une Mine que l'on fait dans les terres de forts madriers bien étançonnés; quelquefois même on la maçonne, afin que les parties environnantes résistent davantage. Il est aisé de concevoir que si les corps environnans la chambre d'une Mine, telle que l'on vient de la supposer, étoient inégalement capables de compression, au lieu que dans le premier cas la compression s'étendoit également en sphere, elle s'étendroit inégalement dans le second cas.

Enfin si l'on conçoit une Mine dont tous les corps environnans soient également capables de compression, mais qu'il y ait moins de résistance d'un côté que d'un autre, comme il arrive à toutes les Mines que l'on fait dans les terres, il se fera d'abord une sphere de compression, dont le diametre sera d'autant plus grand que la partie la plus foible résistera davantage à être enlevée; surquoi l'on peut remarquer trois choses:

Premierement, si l'effort de la Poudre est tres-grand par raport à la résistance du côté foible, la compression

s'étendra

s'étendra peu; & cette partie sera enlevée si promptement, que les parties voisines n'ayant pas le tems de s'ébranler, il ne fera qu'un trou ou puits dont le diametre sera à peu prés égal à celui de la chambre de la Mine, & dont les terres seront poussées fort loin. C'est ce qui arriva au siege de Veruë fait par M. de Vendôme. Les assiegés firent joüer deux Mines apparemment trop chargées pour faire sauter des batteries qui les incommodoient : ces Mines firent des puits dans lesquels l'assiegeant fit des logemens où il fut à couvert.

Secondement, si la Mine est trop peu chargée, elle ne fait qu'une simple compression, ou au plus un petit soulevement vers la partie la plus foible, comme il vient d'arriver au siege de Ciudad Rodrigo.

Enfin si la Mine est chargée d'une quantité de Poudre qui soit entre ces deux extremités, elle enlevera un cone de terre, dont le diametre de la base aura un raport plus ou moins grand à sa hauteur depuis le centre de la Mine, selon que l'effort de la Poudre sera plus ou moins grand. Et l'effet le plus avantageux est lorsque le diametre de la base de ce cone est double de sa hauteur : alors les terres enlevées retombant presque toutes dans le trou de la Mine, l'ennemi n'en peut profiter pour s'y établir. C'est pour produire cet effet que l'on a déterminé par des experiences la quantité de Poudre necessaire par raport aux differens corps que l'on doit enlever par les Mines.

Il faut donc pour charger une Mine ensorte qu'elle fasse l'effet le plus avantageux qu'il est possible, sçavoir le poids des matieres qu'elle doit enlever; c'est à dire qu'il faut trouver la solidité du cone droit, dont la base est double de la hauteur de la terre au-dessus du centre de la Mine, ce qui est aisé à trouver par les regles que la Geometrie prescrit; on en ôtera, si l'on veut, le petit cone compris dans la chambre de la Mine : mais ce sont des minuties de nulle consequence, & l'on peut même prendre pour la solidité de ce cone le cube de sa hauteur; ces solidités sont assez approchantes pour ne causer aucune

difference sensible dans l'effet de la Mine. Ayant trouvé la solidité de ce cone en toises cubes, on multipliera le nombre de ces toises par le nombre des livres de Poudre necessaires pour enlever les matieres qu'il renferme, que l'on a marqués dans les Experiences; & si le cone à enlever renferme des corps de differens poids, on prendra un poids moïen entre tous, ayant aussi égard à ceux qui ont plus de liaison. Il vaut generalement mieux mettre un peu plus de Poudre que d'en mettre moins.

Quant à la disposition des Mines, on doit observer pour regle generale que la partie vers laquelle on veut déterminer son effet soit la plus foible. Nous n'entrerons point icy dans le détail de cette disposition, elle varie selon la diversité des circonstances dans lesquelles on les emploïe, & des effets que l'on veut qu'elles produisent; outre qu'il est aisé de la conclure des principes que l'on vient d'établir.

ECLAIRCISSEMENT

Sur la composition des differentes especes de Vitriols naturels, & explication Physique & sensible de la maniere dont se forment les Ancres vitrioliques.

PAR M. LEMERY le fils.

1707. 12. Novembre. LEs remedes dont on se sert communément & avec succés dans la pratique de Medecine, ne peuvent être trop étudiez, ni trop connus. Le Vitriol y étant dans un grand usage, tant interieurement qu'exterieurement, je me suis appliqué par plusieurs experiences & observations à découvrir la composition particuliere des differentes especes de ce mineral; & comme une connoissance en amene souvent une autre, le premier fruit de mon travail sur les Vitriols a été une explication Physique & tres-

naturelle de la maniere dont se forment les Ancres vitrioliques : mais quelque vrai-semblable que me parut d'abord cette explication, comme elle n'avoit particulierement été imaginée que sur la connoissance du Vitriol, sans avoir autant examiné la nature des matieres vegetales propres à agir sur ce mineral, & à produire les Ancres dont il s'agit ; j'ay fait plusieurs autres experiences pour verifier mon explication, & j'ay tâché de ne rien avancer qui ne fut fondé & établi sur des faits.

Le Vitriol peut être divisé en cinq especes, qui different entr'elles par leur couleur ; sçavoir, le Vitriol verd, celui qui tire un peu sur le bleu, le Vitriol blanc, le Vitriol rouge, & enfin celui qui est veritablement bleu, & qui est appellé Vitriol de Cipre ou d'Hongrie.

J'ay déja fait voir dans un Memoire lû le 14 Avril 1706, que le Vitriol verd poussé par le feu donnoit un acide, & une matiere noire & ferrugineuse que l'aiman attiroit entierement, & avec la derniere facilité. J'ay aussi prouvé dans le même Memoire que le vitriol artificiel fait avec la limaille de fer & l'esprit de vitriol, ressembloit parfaitement au Vitriol verd naturel, & qu'étant analysé de la même maniere, il rendoit des substances semblables. Ces deux épreuves fondées sur la décomposition & la récomposition du même mineral, montrent évidemment qu'il est effectivement composé d'acide & de fer. Voïons si les autres Vitriols n'ont rien de particulier.

Je commence par celui qui tire un peu sur le bleu. Sa couleur a fait croire qu'il participoit du cuivre ; & ce qui a encore confirmé cette opinion, c'est que quand on en frote une lame de coûteau, il la rougit. J'ay distilé ce Vitriol, j'en ay eu un esprit & une huile qui ne different point essentiellement des liqueurs qui viennent du vitriol verd. J'ay ensuite poussé par un feu de fonte la matiere restée dans la cornuë, & quand elle a été tout à fait dépoüillée de ses acides, j'y ay présenté une lame d'acier aimantée qui en a également attiré toutes les parties. J'ay fait plusieurs experiences pour découvrir s'il n'y avoit

point de cuivre caché dans cette matiere, mais je n'en ay point découvert; je ne conclus pourtant pas delà qu'il n'y en a point, puisque ce Vitriol donne des marques de cuivre, & qu'il se peut faire que pendant mon operation le cuivre qui vrai-semblablement étoit en petite quantité, se soit uni intimement par la violence du feu à toute la matiere ferrugineuse, & n'ait plus été reconnoissable. Toute la consequence que je tire de mon experience, c'est que le fer faisoit la base principale du Vitriol dont il s'agit; car si le cuivre y eut été en aussi grande quantité que le fer, outre qu'il y en auroit toûjours eu quelques parties qui se seroient fait reconnoître aprés la fonte de la matiere, ce metal auroit encore donné au vitriol une couleur bien plus bleuë que celle qu'il a naturellement, comme je l'ay remarqué en dissolvant une égale quantité de cuivre & de fer, & mêlant ensemble les deux dissolutions, dont l'assemblage étoit tres-bleu.

J'ay examiné avec la même attention le *Vitriol blanc*, & le Chalcitis ou Vitriol rouge, & ils m'ont donné précisément les mêmes substances que le Vitriol verd; ce qui est aisé à concevoir dés qu'on fait attention que ces vitriols ne different point essentiellement du vitriol verd, auquel il est aisé de donner une couleur blanche & une couleur rouge, sans rien ajoûter à sa composition.

Voilà donc quatre Vitriols dont la base principale est du fer, & dont la difference est tres-peu considerable. Il n'en est pas de même du Vitriol de Cipre; car au lieu que les Vitriols Romains, d'Angleterre & d'Allemagne deviennent d'abord gris blancs par l'action du feu, & ensuite rouges comme du sang; celui-ci calciné par un bon feu & un assez long tems, n'a jamais acquis qu'une couleur noirâtre en dessous, & jaune en dessus; j'ay mis cette masse calcinée dans un creuset d'Allemagne que j'ay placé dans un fourneau de forges; j'ay poussé la matiere par une derniere violence de feu, & au lieu que le colcotar des autres Vitriols acquiert par la même operation une couleur noire, & s'attache ensuite tres-aisément à une la-

me d'acier aimantée, la maſſe au contraire du Vitriol bleu eſt devenuë griſe en deſſus, rougeâtre en deſſous, s'eſt fonduë beaucoup plus vîte & plus parfaitement, & s'eſt fortement attachée au creuſet; j'en ay ſeparé une portion que j'ay réduit en poudre; j'ay preſenté une lame aimantée à cette poudre, dont aucunes parties n'ont été enlevées, ce qui marque qu'il n'eſt point entré de fer dans la compoſition du Vitriol de Cipre, ou du moins qu'il en eſt entré tres-peu. Sa baſe principale, par l'examen que j'en ay fait, m'a paru être du cuivre mêlé peut-être à quelqu'autre matiere metallique ou minerale. On prétend que ce Vitriol eſt artificiel : mais quoiqu'il en ſoit, je ne voudrois pas en faire prendre interieurement, à cauſe du cuivre qu'il contient, & dont l'experience n'a que trop ſouvent prouvé les mauvais effets.

Voilà ce que j'ay remarqué de plus eſſentiel ſur la compoſition des differens Vitriols; je paſſe preſentement aux Ancres vitrioliques.

Tout le monde ſçait que la noix de galle mêlée avec le Vitriol, produit ſur le champ une Ancre tres-noire, & dont on ſe ſert communément pour écrire; on ſçait encore qu'un des meilleurs moïens pour découvrir tout d'un coup & ſans analyſe s'il y a du Vitriol dans quelque matiere où l'on en ſoupçonne, c'eſt d'y verſer de la teinture de noix de galle, ou celle de quelqu'autre matiere de même nature; car s'il en réſulte une couleur noire, c'eſt un indice de Vitriol.

En comparant cet effet du Vitriol à celui de la limaille de fer, verſée ſur pluſieurs ſucs de vegetaux qu'elle rend auſſi noirs que l'Ancre commune, je me ſuis imaginé que le Vitriol n'étoit propre à faire de l'Ancre, que parcequ'il contient du fer, qui revivifié dans ſa couleur naturelle, produit une eſpece de teinture ferrugineuſe d'autant plus noire, que les parties de ce metal ont été fortement attenuées par les acides vitrioliques; car je feray voir une autre fois en parlant des differentes teintures du fer, que ſa couleur noire augmente fort conſiderablement, &

qu'elle devient tres foncée quand il a été réduit, & divisé en une poussiere subtile par une manipulation particuliere.

Si mon raisonnement sur le principe ou le metal auquel j'attribuë la noirceur des Ancres vitrioliques est juste & veritable, les quatre Vitriols naturels, dont l'analyse m'a appris que la base étoit une matiere noire & ferrugineuse, & en general toutes les dissolutions de fer faites par les esprits de nitre, de sel, de Vitriol, d'alun, de souffre & de vinaigre, doivent faire de l'Ancre avec la noix de galle, ce que j'ay aussi reconnu par experience. Suivant ce même raisonnement le Vitriol de Cipre qui ne m'a donné aucune marque de fer, & toutes les dissolutions de cuivre, ne doivent point faire de l'Ancre avec la noix de galle, ce qui est encore conforme à l'experience.

Voici encore deux experiences qui confirment mon sentiment sur la matiere qui donne la couleur noire aux Ancres vitrioliques.

J'ay examiné séparément les deux substances dont le Vitriol propre à faire de l'Ancre est composé, sçavoir son acide, & sa base qui est du fer; j'ay versé de la teinture de noix de galle sur de l'esprit de Vitriol, qui n'en a reçû aucun changement; j'ay ensuite versé de cette teinture sur de la limaille de fer, qui dans un espace de tems assez mediocre a fait une Ancre fort noire; d'où il me paroît que j'ay tout lieu de conclure que c'est le fer contenu dans le Vitriol qui en se revivifiant donne la noirceur aux Ancres vitrioliques; reste à sçavoir par quelle mécanique se fait cette revivification.

L'idée la plus naturelle qui se presente d'abord, c'est que la noix de galle ou les autres matieres semblables agissent sur le Vitriol comme des absorbans, c'est à dire qu'elles se chargent de sa partie acide, & que le fer du Vitriol dépoüillé par ce moïen des acides qui cachoient sa couleur propre, reparoît dans cette couleur qu'il communique à toutes les parties du liquide, en les couvrant & s'y soûtenant de la même maniere qu'il fait dans

plusieurs autres liqueurs vegetales.

Une preuve que les acides du Vitriol passent du fer dans les pores de la noix de galle, & que c'est ce passage qui donne lieu à la couleur noire, c'est que si aprés que l'Ancre est faite on y verse quelques goutes d'esprit de Vitriol, les parties ferrugineuses de la liqueur reçoivent & admettent dans leurs pores les nouveaux acides qui se presentent, ce qu'elles n'auroient pû faire si les anciens acides n'en eussent pas été détachez; & par ce moïen le fer dissous une seconde fois, & redevenu vitriol, ne peut plus donner en cet état de couleur noire, aussi s'éteint-elle absolument dans la liqueur.

C'est par la mécanique qui vient d'être expliquée que le verjus, qui est un acide, enleve de dessus le linge les taches d'ancre qui s'y sont formées, & qui sans ce secours y resteroient d'autant plus opiniâtrement, que le fer qui fait la matiere de ces taches est un metal fort gras & fort sulphureux, & qui par-là tient fortement aux corps où il a été étendu, & où ses parties rameuses l'ont accroché.

Il suit assez clairement de tout ce qui a été dit, que la noix de galle & les autres matieres semblables sont de veritables absorbans, & qu'elles agissent comme telles sur le vitriol; & pour prouver encore que ces matieres ont effectivement la qualité absorbante que je leur attribuë, c'est qu'aprés en avoir fait plusieurs décoctions, & en avoir versé sur differentes dissolutions de metaux, ils ont été précipitez de même que quand on se sert pour cela du sel de tartre, de l'esprit de sel ammoniac, de l'eau de chaux, ou de quelqu'autre absorbant pareil. Mais il est bon de remarquer que comme la noix de galle mêlée avec le Vitriol fait une Ancre bien plus noire que la plûpart des autres matieres vegetales de même nature, aussi précipite-t-elle mieux & plus abondamment les metaux.

Peut-être, me dira-t-on: Si la noix de galle agit sur les metaux dissous, comme l'huile de tartre, l'eau de chaux, & les autres absorbans pareils; pourquoy ces absorbans-là ne font-ils pas aussi de l'Ancre quand on les mêle avec du vitriol?

Je réponds que la noix de galle agit comme ces absorbans, mais que son action est encore plus efficace que la leur; car au lieu que ces absorbans mêlez avec le Vitriol s'unissent seulement à ses acides, & produisent avec eux un coagulum verdâtre, la noix de galle non seulement s'unit aux acides de ce mineral, mais encore les détache des pores du fer. La raison de cette difference consiste en ce que ces absorbans sont purement salins ou terreux, & que les parties absorbantes de la noix de galle sont unies intimement à des parties sulphureuses qui en augmentent la force & la vertu, & qui sont propres elles-mêmes à absorber les acides. On n'aura aucun lieu de douter de cette explication, si je prouve que les mêmes absorbans salins & terreux dont il a été parlé, & qui sont reconnus par l'experience incapables de faire de l'Ancre avec le Vitriol, deviennent propres à cet effet, en les unissant intimement à des souffres. C'est ce que l'on va voir par les deux experiences suivantes.

J'ay fait fondre dans beaucoup d'eau, des scories de regule d'antimoine simple & sans mars, j'ay eu une liqueur claire, chargée d'un sel alkali, & des souffres brûlans de l'antimoine qui se font bien sentir dans la liqueur par la mauvaise odeur qu'ils lui communiquent. J'ay versé de cette liqueur sur la dissolution de Vitriol, & il s'est fait aussi-tôt une Ancre fort noire.

J'ay ensuite versé de l'eau chaude sur un mêlange de chaux & d'orpiment, & aprés cinq ou six heures j'ay eu une eau de chaux suffisamment chargée des souffres de l'orpiment, qui s'y faisoient sentir comme ceux de l'antimoine dans la liqueur précedente. J'ay versé de cette eau de chaux & d'orpiment sur de la dissolution de vitriol, & il s'est encore fait une Ancre.

Aprés cela je croy être en droit d'assurer qu'il faut un absorbant sulphureux pour faire de l'Ancre, & que la noix de galle & en general toutes les matieres qui produisent cet effet, sont des absorbans sulphureux. Ce sentiment paroît encore confirmé par la connoissance du

fer;

fer; car ce metal étant tres-ſulphureux, & étant par cela même tres-propre à recevoir & à retenir dans ſes pores les acides qui s'y ſont introduits, comme pluſieurs experiences que j'ay données dans d'autres Memoires le font aſſez connoître, il faut que le corps qui lui dérobe & lui enleve ſes acides ſoit du moins auſſi propre que le fer même à les recevoir, & par conſequent qu'il ſoit auſſi tres-ſulphureux.

Ce paſſage des acides du Vitriol dans les pores de la noix de galle, ou des autres matieres ſemblables, pourroit être comparé à ce qui arrive quand on verſe une diſſolution d'argent faite par l'eſprit de nitre, ſur une plaque de cuivre; car alors les acides du nitre trouvant un metal ſulphureux bien plus propre à les recevoir que n'eſt l'argent, ils s'inſinuënt & ſe logent inſenſiblement dans ſes pores, & à meſure qu'ils s'y enfoncent, ils ſe dépoüillent des parties de l'argent dont ils étoient revêtus, & qui tombent au fond de la liqueur.

Peut-être m'objectera-t-on que ſi les acides du Vitriol ſortoient du fer, comme ceux du nitre ſortent de l'argent, le fer ſe précipiteroit comme l'argent, & il ne ſe ſoûtiendroit pas comme il fait dans toute l'étenduë du liquide dont il colore également le haut & le bas.

Je réponds que quoique la maniere dont les acides paſſent d'un corps dans un autre ſoit ſemblable dans l'un & dans l'autre cas, cependant les ſuites n'en ſont pas toûjours les mêmes; ce qui vient & de la difference des metaux qui perdent leurs acides, & de la diverſité des corps qui les leur enlevent. Car 1°. le fer ſe diſſout & ſe ſoûtient dans preſque toutes ſortes de liqueurs; ce qui n'arrive point à l'argent, & ce qui eſt à remarquer dans la comparaiſon des deux experiences dont il s'agit. En ſecond lieu dans l'experience de l'argent, quand le cuivre lui a enlevé les acides qui le ſoûtenoient dans le liquide, il n'y trouve plus rien qui ſoit capable de le ſoûtenir contre ſon propre poids. Au lieu que la noix de galle qui eſt une matiere vegetale, contient toûjours des parties hui-

leuses & gluantes, qui servent comme de colle pour arrêter la poudre du fer, & pour l'empêcher de se précipiter. Cependant il m'est souvent arrivé qu'aprés avoir fait de l'Ancre vitriolique avec d'autres matieres vegetales que la noix de galle, & avoir ensuite laissé reposer la liqueur, la poudre du fer s'est précipitée au fond du vaisseau, & le haut du liquide est devenu clair & transparent. Or en ce cas-cy il est arrivé la même chose en tout que dans l'experience de l'argent & du cuivre, & cela comme je le conjecture, parceque les matieres vegetales emploïées au lieu de la noix de galle ne contenoient pas la glu necessaire pour soûtenir & pour arrêter la poudre du fer. Cette explication paroît confirmée, parceque j'ay remarqué qu'en ajoûtant au dernier mêlange, dont il a été parlé, des parties gluantes, comme celles de la gomme Arabique, la poudre du fer ne se précipite point, & toute la liqueur conserve sa couleur noire.

J'ay dit dans ce Memoire que la teinture *de noix de* galle faisoit tout d'un coup une Ancre avec le Vitriol, & qu'il lui falloit un peu de tems pour en faire avec la limaille de fer. La raison en est que cette limaille contient des parties grossieres, qu'il faut que la teinture de noix de galle commence par diviser, pour les pouvoir ensuite enlever & soûtenir ; au lieu que cette teinture trouve dans la solution du Vitriol, un fer non-seulement divisé par les acides de ce mineral en une poussiere tres-subtile, mais encore tout étendu & dispersé dans le liquide, & par conséquent tout prêt à le colorer de sa propre substance, dés que les acides en seront separez.

Mais, me dira-t-on : Si la teinture de noix de galle trouve dans le Vitriol les parties du fer toutes divisées, elle trouve aussi des acides, dont il faut qu'elle débarrasse le fer du Vitriol, ce qu'elle ne trouve point dans la limaille de fer. Cela étant l'Ancre vitriolique ne se devroit point faire plus vîte que l'Ancre de la limaille.

Je réponds que comme la noix de galle est un puissant absorbant, elle a bien plus de facilité & par consequent

elle emploïe bien moins de tems à se charger des acides du Vitriol, qu'à diviser & à enlever les parties de la limaille.

Je finirai ce Memoire par quelques observations que j'ay faites sur differentes matieres, & qui semblent encore s'accorder parfaitement avec ce que j'ay avancé sur la nature des vegetaux propres à faire de l'Ancre avec le Vitriol.

Ces observations sont, 1°. Qu'aprés avoir fait un grand nombre de teintures de differens vegetaux, & les avoir mêlées avec du Vitriol, tous ceux qui m'ont paru les plus propres à faire de l'Ancre, sont dans la classe des remedes astringens d'une certaine espece, c'est à dire de ceux qui sont reconnus par l'experience propres à donner plus de consistance aux liqueurs, à fortifier les parties, & à mortifier les aigres qui les irritoient, & les picottoient trop fortement. Tels sont l'écorce de Grenade, les Balaustes, le Sumac, les Roses, les Glans, les feüilles & le bois de Chêne, la noix de Galle & plusieurs autres. Or il est certain que la vertu astringente de ces vegetaux se conçoit parfaitement en leur supposant des parties absorbantes & sulphureuses, comme je croi l'avoir prouvé.

En second lieu j'ay fait plusieurs infusions & dissolutions de purgatifs, comme du Senné, de la Manne, de l'Agaric, du Jalap, de la Coloquinte, du Tabac, des racines d'Ellebore blanc & noir, & aucune de ces liqueurs mêlées à la dissolution du Vitriol n'a produit de couleur noire, ni même rien qui en approchât; ce qui est encore conforme à nôtre raisonnement : car ces purgatifs bien loin d'avoir des parties absorbantes, comme les astringens dont je viens de parler, sont chargez de sels vifs & actifs par le moïen desquels ils picottent, & produisent leur action.

En troisiéme lieu comme la Rubarbe & les Mirabolans sont de doux purgatifs, qui aprés avoir produit leur action de purgatif resserrent & fortifient, ce qu'on attribuë communément à des parties terreuses & absorbantes; j'ay

voulu voir si l'infusion de ces deux vegetaux feroit quelque effet sur le Vitriol, & elles ont effectivement produit une Ancre.

Quoique les observations qui viennent d'être rapportées semblent prouver que les matieres vegetales qui font de l'Ancre avec le Vitriol ont une vertu astringente, cependant je ne propose ce sentiment que comme une conjecture que je verifierai par d'autres observations : mais si dans la suite il se trouvoit veritable, il auroit son utilité, puisqu'il pourroit quelquefois servir de regle pour découvrir par le secours du Vitriol, si certains vegetaux inconnus ou peu connus ont une vertu astringente.

Mais si le mêlange du Vitriol avec certains vegetaux peut quelquefois faire connoître leur vertu medicinale, le mêlange des absorbans sulphureux avec le Vitriol peut aussi servir sans le secours de l'analyse à découvrir les substances qui sont entrées dans la composition de ce mineral. Car premierement j'ay fait voir que les *Vitriols* naturels qui contiennent du fer sont propres à faire de l'Ancre, & que le Vitriol de Cypre qui n'en contient point ne produit point cet effet : d'où l'on peut conclure que tout Vitriol qui mêlé avec la noix de galle fait de l'Ancre, contient réellement du fer.

En second lieu j'ay fait differens Vitriols, les uns avec du fer & differentes doses de cuivre, les autres avec du fer tout pur. J'ay mêlé séparément tous ces Vitriols avec la solution des scories de regule d'antimoine, & il s'est fait plusieurs Ancres que j'ay comparées les unes aux autres, & avec chacune desquelles j'ay écrit sur du papier; j'ay remarqué que la plus noire étoit celle du Vitriol où le fer seul étoit entré, & que les autres Ancres avoient une couleur rouceâtre plus ou moins forte suivant la quantité du cuivre qui avoit été emploïé dans la composition de leur Vitriol. J'ay fait la même experience sur plusieurs Vitriols naturels dont l'analyse n'y fait appercevoir que du fer, & comme quelques-uns de ces Vitriols m'ont donné une Ancre un peu rouceâtre & moins noire

que celle du Vitriol purement ferrugineux, il y a lieu de croire que ces Vitriols contiennent effectivement un peu de cuivre.

Voilà des regles assez faciles pour découvrir tout d'un coup les differentes substances dont le Vitriol est composé; ce qui prouve que des experiences qui ne paroissent que curieuses, peuvent avoir leur utilité suivant l'usage qu'on en sçait faire.

NOUVELLE CONSTRUCTION DES PERTUIS.

PAR M. DE LA HIRE.

LEs Pertuis se font ordinairement sur de petites rivieres qui n'ont qu'une pente mediocre avec peu d'eau, & l'on barre la riviere en quelque endroit commode pour laisser amasser une assez grande quantité d'eau au-dessus pour porter bateau; & lorsque les bateaux sont arrivez aux Pertuis, on l'ouvre promptement, & les bateaux passent alors par le Pertuis, étant soûtenus par l'eau ramassée. 1707. 3. Decembre.

La maniere la plus ordinaire de fermer les Pertuis qui est fort simple & qui coûte peu, est de placer plusieurs pieces de bois quarré contre un seüil arrêté en travers sur le fond de la riviere, & par le haut contre une autre piece de bois qui traverse aussi la largeur de la riviere & qui est parallele au seüil, mais qui se meut aisément par l'une de ses extremités sur une grosse cheville, & par l'autre extremité elle s'arrête contre quelque corps solide & ferme, quand elle est dans la situation parallele au seüil. Toutes les pieces de bois qui ferment le Pertuis, & qui sont appliquées contre le seüil & contre la traverse du haut s'appellent *Aiguilles*, & elles n'y sont retenuës & arrêtées que par l'eau qui s'éleve peu à peu dans le ca-

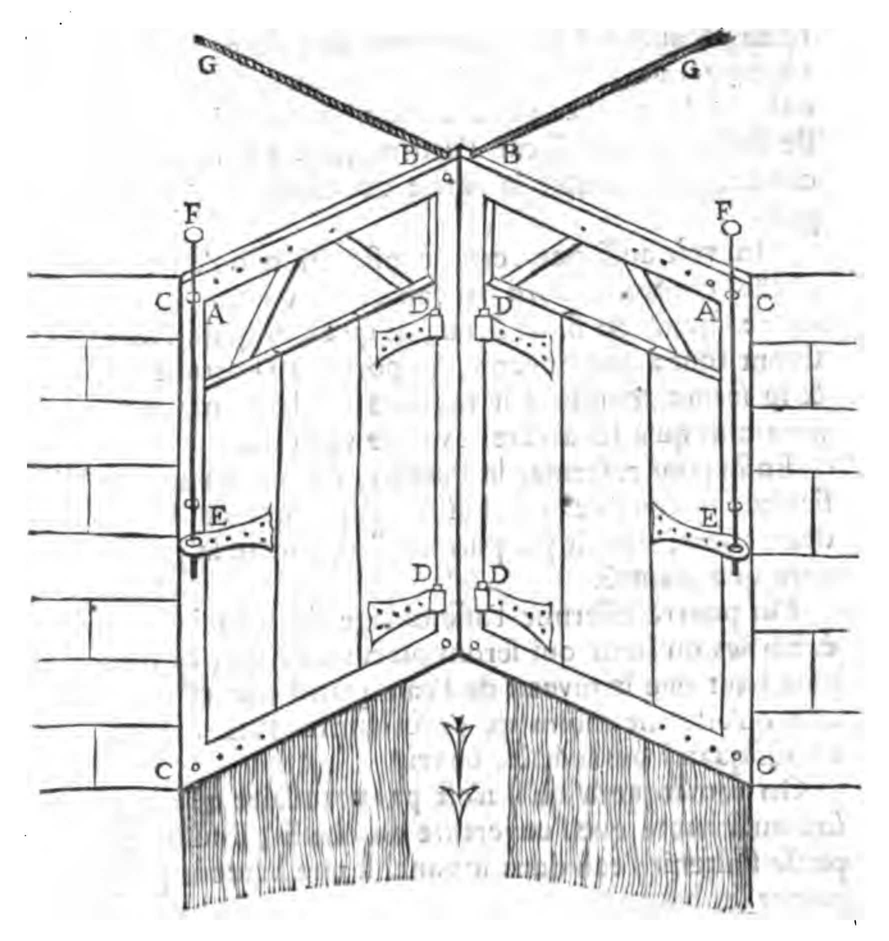
nal de la riviere au-dessus du Pertuis : mais toutes ces aiguilles ne sont jamais si bien ajustées les unes proche des autres, qu'il ne s'échape beaucoup d'eau entre-deux ; ce qui est un défaut considerable dans cette maniere de fermer les Pertuis.

Lorsqu'on veut ouvrir le Pertuis, on tire promptement toutes les aiguilles, & l'on détourne aussi la traverse du haut, afin de laisser le passage libre aux bateaux ; mais on ne sçauroit faire cette manœuvre si vîte, qu'il ne s'échape beaucoup d'eau avant que les bateaux aïent le passage tout libre, ce qui les peut mettre en danger de demeurer à sec & de ne pouvoir passer, & même d'être arrêtez sur le seüil au milieu du Pertuis. C'est-pourquoy on pratique en quelques lieux d'attacher des cordes à toutes les aiguilles par le haut, afin de les pouvoir tirer de dessus le bord de l'eau plus aisément, & plus promptement que si l'on étoit sur la traverse.

Mais voici une maniere pour ouvrir les Pertuis tout d'un coup & sans peine, & les fermer de même.

On ferme ou on barre le Pertuis avec deux portes semblables à celles dont on se sert ordinairement à l'entrée & à la sortie des Ecluses. Ces portes sont à deux battans ou venteaux qui se soûtiennent l'un contre l'autre, & qui font un angle saillant du côté d'amont de la riviere : mais tout l'artifice ne consiste que dans la construction de la porte.

Chaque battant ou venteau *AB* n'est qu'un chassis de pieces de bois assemblées, & assez fortes pour l'usage & pour le lieu. Ces chassis sont arrêtez pour tourner sur leurs gonds en *C* dans les piés-droits ou jambages qui sont aux deux côtés du Pertuis à l'ordinaire des portes, & ils s'ouvrent du côté d'amont l'eau : mais les veritables portes qui ferment les ouvertures des chassis sont arrêtées sur leurs gonds en *D* aux traverses montantes des chassis, lesquelles se doivent joindre ou rencontrer quand les portes sont fermées, & ces portes s'ouvrent du côté de l'aval de l'eau au contraire des chassis. Elles ont vers *E*



chacune une eſpece de loquet, ou bien un moraillon percé pour entrer dans un crampon, où l'on peut ficher une cheville *F* qui a une longue queuë, comme ſont les verroüils qu'on appelle à queuë, afin de les pouvoir placer dans le trou ou œil du crampon quand on eſt au haut de la porte.

On voit par cette conſtruction que les portes *ED* étant attachées & arrêtées dans les chaſſis *AB*; & les chaſſis étant l'un contre l'autre, le canal de la riviere ſera fermé ou barré, & l'eau s'élevera contre ces portes du côté d'amont; & lorſqu'on voudra ouvrir les Pertuis, on tirera

ſeulement les deux chevilles ou verroüils dans le même tems ; & auſſi-tôt les deux portes s'en allant au fil de l'eau, on rangera facilement les chaſſis contre les bords du canal, en les tirant chacun avec une chaîne ou corde *GB* de deſſus le bord ; car l'eau ne peut pas faire un effort conſiderable contre la partie des chaſſis qui y eſt plongée.

On voit auſſi par cette conſtruction qu'en tirant les chaſſis contre le bord du canal, les portes *ED* demeurent toûjours au fil de l'eau, & qu'enfin quand les chaſſis ſeront tout à fait ouverts, les portes *ED* ſeront fermées & ſe ſeront remiſes à leur place d'elle-même, où il n'y aura plus qu'à les arrêter avec le verroüil.

Enfin pour refermer le Pertuis, il n'y aura aucune difficulté, puiſque l'eau qui eſt alors preſque de niveau des deux côtés, ne fait pas plus d'effort contre la porte d'un côté que d'autre.

On pourra affermir l'aſſemblage des chaſſis par deux écharpes ou liens qui ſeront placés au haut, & toûjours plus haut que le niveau de l'eau quand elle eſt retenuë, afin qu'elle ait moins de priſe contre l'aſſemblage des chaſſis quand on veut les ouvrir.

On remarquera qu'il n'eſt pas neceſſaire que la porte ſoit auſſi haute que l'ouverture du chaſſis, il ſuffit qu'elle puiſſe ſoûtenir l'eau dans le canal à une hauteur propre à porter les bateaux.

On remarquera auſſi que l'on pourra mettre deux gros loqueteaux à la place du ſeul moraillon qui eſt dans la Figure, pour faire mieux joindre la porte & la retenir plus fermé contre le montant du chaſſis. Ces loqueteaux s'arrêteront dans leurs mantonets qui ſeront fichez dans le montant de la porte, & ils auront chacun un bouton engagé dans une même verge qui montera juſqu'au haut de la porte, & qui coulera dans deux crampons ou anneaux qui y ſeront arrêtez ; enſorte qu'en tirant cette verge on levera les deux loqueteaux tout à la fois, & la même verge ſervira à les refermer quand la porte ſera remiſe

remise à sa place, si les loqueteaux ne peuvent pas retomber d'eux-mêmes dans leurs mantonets par leur propre pesanteur jointe à celle de la verge.

REMARQUES

SUR LA

CATARACTE ET LE GLAUCOMA.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

QUoique je ne pusse douter que la Cataracte & le Glaucoma ne fussent des maladies fort differentes, j'ay été bien aise cependant de voir abattre la Cataracte, afin d'être entierement confirmé dans mon sentiment, par l'operation que je vis faire par M. de Wolhouse Oculiste Anglois le 22 Novembre 1707, & à laquelle furent presens Mrs Jeaugeon & Geoffroy de cette Academie, & plusieurs autres personnes qui aussi-bien que moi demeurerent d'accord que ce qu'il abattoit dans l'œil sur lequel il operoit, n'étoit qu'une peau fort dure assez blanche, & ayant beaucoup de ressort; ce qu'on jugeoit par les plis qu'on y remarquoit, & par la difficulté qu'il eut à l'assujettir au fond de l'humeur aqueuse; & aussi-tôt qu'elle y fut assujettie, le malade reconnut plusieurs objets, quoiqu'ils fussent à 6 ou 7 pouces de distance de l'œil, & que ce fut un vieillard, & qu'il eut les yeux fort enfoncez. 1707. 7. Decembre.

Ces circonstances sont à remarquer; car pour peu qu'on ait de connoissance de la structure de l'œil, on doit sçavoir que la distance de 6 ou 7 pouces n'est pas celle où un vieillard à qui on auroit abattu le cristalin pourroit reconnoître des objets, puisque ceux qui avoient la vûë courte, & à qui on a abattu la Cataracte, ont été obligez de se servir de Lunetes convexes aprés l'operation pour pouvoir lire; soit que cette foiblesse de vûë vienne de la

diminution de l'humeur aqueuſe cauſée par l'operation, ce qui a rendu l'œil plus plat, ſoit qu'il le ſoit devenu par les compreſſions qu'il a ſouffert qui ne laiſſent pas d'être conſiderables, ou par toutes les deux cauſes enſemble; ce que M. de Wolhouſe m'a aſſuré avoir vû pluſieurs fois.

Si en abattant ſeulement la Cataracte on change ſi fort la configuration de l'œil, ce qu'on remarque par la réünion des rayons qui ſe fait beaucoup plus loin qu'elle ne ſe faiſoit auparavant; quel changement n'y feroit-on pas ſi on abattoit le criſtalin, qui (comme l'on ſçait) cauſe une tres-grande refraction aux rayons qui paſſent au travers, & qui doit détruire entierement la viſion ſelon les regles d'Optique? Mais je crois cependant qu'avec quelques ſecours étrangers on peut rétablir la viſion, quand même on auroit abattu le criſtalin, comme on le verra dans la ſuite, pourvû que les humeurs aqueuſes & vitrées conſervaſſent leur tranſparence, & qu'il n'y eût point de goutte ſerenne: car la ſeule raiſon qui *avoit em*pêché de croire que la choſe fût poſſible, étoit le mêlange de l'humeur aqueuſe avec la vitrée, qui devoit ſe faire aprés que le criſtalin étoit abattu; & comme on croïoit que ces deux humeurs cauſoient des differentes refractions aux rayons, on avoit conclu qu'étant preſque impoſſible qu'elles ſe mêlaſſent parfaitement ou qu'elles priſſent une figure reguliere, les rayons ſouffriroient beaucoup d'écart, & par conſequent qu'il ne ſe pouvoit faire de peinture diſtincte de l'objet: mais l'experience que nous avons faite détruit cette raiſon, & confirme ce que j'ay avancé.

Nous avons pris l'humeur vitrée d'un œil de bœuf, & nous l'avons miſe dans une phiole ſpherique qui avoit environ un pouce de diametre, & ayant rempli d'eau le reſte de cette phiole, nous n'avons point trouvé qu'il y eût aucune difference de refraction entre l'humeur vitrée & l'eau; car quoique cette humeur fût plus peſante que l'eau, on ne laiſſoit pas cependant de voir au travers de ces deux liqueurs les objets dans leur figure naturelle en

quelque ſens qu'on les y regardât ; & ainſi on ne peut douter qu'une perſonne à qui on auroit abattu le criſtalin ne pût voir, pourvû qu'il ſe ſervît de verres convexes, & diſpoſez de telle façon qu'ils ſuppléaſſent au défaut du criſtalin. C'eſt ce que je me ſuis propoſé d'executer à la premiere occaſion que je pourrai trouver, ne doutant nullement de réüſſir, pourvû (comme je l'ay déja dit) que les humeurs aqueuſes & vitrées ne ſoient point troubles ; ce qu'on connoîtra aiſément en les regardant par le trou de la prunelle, ou que l'œil n'ait point une goutte ſerenne. Ce qu'on peut auſſi reconnoître en le regardant ; car il paroît fort net, & cependant il ne reçoit aucune impreſſion de la lumiere.

OBSERVATION

De l'Eclipſe de Lune faite à Zurich par Meſſieurs Scheuchſer, & comparée à la même Eclipſe faite à Rome.

PAR M. MARALDI.

LEs Phaſes de l'Eclipſe de Lune du 17 Avril de cette 1707.
année 1707, que M[rs] Scheuchſer ont obſervé à Zu- 14. Decembre.
rich, & qu'ils ont envoyé dernierement à l'Academie, ont été marquées à minutes, à tiers & à quarts de minutes. Ils ont obſervé le commencement de l'Eclipſe à 18 minutes $\frac{2}{3}$ aprés minuit, l'Immerſion totale de la Lune dans l'ombre à $1^h\ 23'\frac{1}{3}$, le commencement de l'Emerſion à $3^h\ 9'\frac{2}{3}$, & la fin de l'Eclipſe à $4^h\ 14'\frac{1}{3}$.

En comparant le commencement avec la fin de l'Eclipſe, ſa durée totale réſulte de $3^h\ 55'\frac{2}{3}$; & par la comparaiſon de l'Immerſion totale avec le commencement de l'Emerſion, on trouve la durée de l'obſcurité totale de $1^h\ 46'\frac{1}{3}$, & le milieu de l'Eclipſe à Zurich à $2^h\ 16'\frac{1}{2}$.

La durée de l'Eclipse totale, & de l'obscurité totale s'accorde assez précisément avec celle qui a été déterminée à Rome par M. Bianchini, qui eut le Ciel favorable durant cette Eclipse.

Outre ces Phases principales, Mrs Scheuchser ont observé l'entrée & la sortie de plusieurs taches de l'ombre, qu'ils ont nommées suivant la dénomination d'Hevelius, & que nous avons réduites à celle du P. Riccioli, pour les comparer avec les Observations des mêmes Phases faites à Rome par M. Bianchini, & en tirer la difference des meridiens entre ces deux Villes.

0^h	$32'$	$0''$	Commencement de l'Eclipse à Rome.
	18	$\frac{2}{3}$	à Zurich.
	13	$\frac{1}{3}$	Difference des meridiens.
0	34	20	Tout Grimaldi dans l'ombre.
	20	$\frac{1}{4}$	Grimaldi dans l'ombre.
	14	$\frac{1}{12}$	Difference.
0	50	34	Commencement de Copernic à Rome.
	37	$\frac{2}{3}$	à Zurich.
	12	54	Difference.
	53	34	Fin de Copernic à Rome.
	39	$\frac{1}{4}$	à Zurich.
	14	$\frac{1}{4}$	Difference.
	56	39	Commencement de Tycho à Rome.
	43	$\frac{2}{3}$	à Zurich.
	13	0	Difference.
	58	44	Tout Tycho à Rome.
	45	$\frac{1}{4}$	à Zurich.
	13	$\frac{1}{3}$	Difference.
1	6	28	Commencement de Plato à Rome.
	52	$\frac{2}{3}$	à Zurich.
	13	$\frac{3}{4}$	Difference.
1	8	24	Manilius dans l'ombre à Rome.
	54	$\frac{1}{2}$	à Zurich.
	13	54	Difference des meridiens.

1h	12′	28″	Commencement de Menelaus à Rome.
	58	0	à Zurich.
	14	28	Difference des meridiens.
	12	58	Tout Menelaus à Rome.
	59	$\frac{1}{6}$	à Zurich.
	13	$\frac{3}{4}$	Difference.
	35	40	Immersion totale à Rome.
	23	$\frac{1}{3}$	à Zurich.
	12	$\frac{1}{3}$	Difference.
3	22	50	Commencement de l'Emersion à Rome.
	9	$\frac{2}{3}$	à Zurich.
0	13	$\frac{5}{6}$	Difference des meridiens.
4	4	0	Menelaus à Rome.
4	52	0	à Zurich.
	12	0	Difference.
4	26	20	Fin de l'Eclipse à Rome.
	14	$\frac{1}{2}$	à Zurich.
	12		Difference des meridiens.

La difference des meridiens qui résulte de ces differentes Observations varie de deux minutes & demi, la plus grande étant de 14′ $\frac{1}{2}$, & la plus petite de 12. En prenant un milieu on aura la difference des meridiens entre Rome & Zurich de 13′ $\frac{1}{4}$, comme elle résulte de la comparaison des taches les plus distinctes & les plus remarquables.

La difference des meridiens entre Rome & Paris étant de 41′ 20″, comme on l'a trouvée par la comparaison de plusieurs Eclipses des Satellites de Jupiter, & comme elle est marquée dans la Connoissance des Temps, la difference des meridiens entre Paris & Zurich par les Observations de cette Eclipse sera de 28 minutes. Cette détermination est plus conforme à la difference des meridiens entre Paris & Zurich, que M. Cassini le fils a tiré du commencement de l'Eclipse du Soleil de l'an 1706 qui résulte de 27 minutes, que du milieu & de la fin qui n'est que de 24′.

degrés & demi. Nous ne remarquâmes dans cette Comete aucun mouvement ſenſible à la vûë ſimple pendant environ trois quarts-d'heure que nous fûmes attentifs à la conſiderer ; & lorſque nous nous préparions à déterminer ſa ſituation avec des Inſtrumens, le Ciel ſe couvrit.

Aprés les premieres Obſervations que nous fîmes de la Comete le 28 du mois de Novembre, dont nous donnâmes part le jour ſuivant à l'Academie, nous avons continué ces Obſervations autant que les nuages l'ont pû permettre. 24. Decembre.

Quoïque le premier jour que nous vîmes la Comete, on ne pût diſtinguer ſon mouvement, à cauſe du peu de temps que les nuages nous permirent de l'obſerver, on reconnut par l'Obſervation du jour ſuivant, qui fut le 29 Novembre, que ce mouvement en un jour étoit conſiderable. Car au lieu qu'elle avoit été le 28 un peu plus meridionale que la plus meridionale de trois petites étoiles qui ſont au-deſſus de la tête du Capricorne, & qui ſont éloignées entr'elles de prés de quatre degrés en declinaiſon ; le 29 Novembre elle ſe trouva à peu prés dans le parallele de la plus Septentrionale de ces étoiles, de ſorte qu'elle avoit parcouru en un jour plus de 4 degrés d'un grand cercle.

Pour déterminer précisément la ſituation de la Comete, nous avons emploïé une Lunete poſée ſur la machine parallatique. Cette Lunete avoit à ſon foyer des fils qui ſe croiſent à angles de 45 degrés, par le moyen deſquels on a déterminé les differences d'aſcenſion droite & de declinaiſon entre la Comete, & quelques étoiles fixes qui ſe rencontroient proche de ſon parallele. Le même jour 29 Novembre à $8^h\ 7'\ 50''$ la Comete paſſa par un cercle horaire qui étoit perpendiculaire à un fil qu'elle parcouroit par ſon mouvement à l'Occident. Ayant laiſſé la Lunete immobile dans cette ſituation, la plus Septentrionale des trois petites étoiles qui ſont au-deſſus de la tête du Capricorne paſſa par le même cercle horaire à

8h 14' 20"; donc la difference d'aſcenſion droite entre la Comete & l'étoile étoit de 6' 30" de temps, qui font un degré 37' 50", dont l'aſcenſion droite de la Comete étoit moindre que celle de l'étoile. Par le paſſage de l'étoile par les fils obliques, la difference de declinaiſon entre la Comete & l'étoile fut trouvée de 57 ſecondes de temps, ou 14' 15" de degré dont la Comete étoit plus Septentrionale. L'aſcenſion droite de l'étoile étant ſuppoſée pour cette année de 306° 9' 0", & ſa declinaiſon meridionale de 0° 30' 0", comme elles réſultent de nos Obſervations faites auparavant, l'aſcenſion droite de la Comete ſera de 304° 31' 10", & ſa declinaiſon meridionale de 0° 16' 45"; d'où l'on calcule ſa longitude de 6° 48' d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 18° 53' 40". Cette détermination eſt plus préciſe que celle du jour précédent, dans laquelle nous avions eu ſeulement le temps de comparer à la vûë ſimple la Comete avec les étoiles fixes prochaines.

Le 30 Novembre on détermina par la methode du jour précédent la difference d'aſcenſion droite & de declinaiſon entre la Comete & une petite étoile de la ſixiéme grandeur qui précéde la tête du petit Cheval, & qui n'eſt point marquée dans les Globes & dans les Cartes ordinaires. La difference d'aſcenſion droite fut obſervée de 28' 34" de temps, ou 7° 9' 40", dont l'aſcenſion droite de la Comete étoit moindre. La difference de declinaiſon réduite à un grand cercle fut de 7' 30", dont la Comete étoit plus Septentrionale. L'aſcenſion droite de l'étoile étant ſuppoſée de 311° 7' 50", & ſa declinaiſon de 3° 10', l'aſcenſion droite de la Comete réſulte de 303° 58' 10", & ſa declinaiſon de 3° 17' 30", d'où nous avons calculé ſa longitude de 7° 8' 30" d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 22° 29'.

Par la comparaiſon des Obſervations précédentes, il paroît que le mouvement de la Comete eſt du Midy vers le Septentrion, & que ſa trace n'eſt guere differente d'un cercle de latitude; & par la comparaiſon de l'Obſerva-

tion

tion du 29 Novembre avec celle du 30, il paroît qu'elle passa par l'Equinoxial la nuit du 29 au 30, & que sa trace le coupa à 304° d'ascension droite, que son mouvement est retrograde à l'égard de l'Equinoxial, mais direct à l'égard de l'Ecliptique.

Le premier Decembre les nuages qui ne laissérent pas le Ciel long-temps découvert, ne nous permirent pas de faire des observations fort exactes de la Comete. On détermina sa situation par des allignemens que nous prîmes avec les étoiles voisines. A 6 heures & demie elle étoit en ligne droite avec la luisante du petit Cheval, & avec la luisante de l'Aigle : elle paroissoit aussi en ligne droite avec les deux étoiles plus meridionales du Dauphin, la Comete étant un peu plus éloignée de la queuë du Dauphin que cette étoile l'est de celle qui est marquée β.

Le 2 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 3 Decembre à 7h 24′ nous déterminânes la situation de la Comete par rapport à l'étoile luisante qui est dans la queuë du Dauphin. La difference d'ascension droite entre la Comete qui étoit plus occidentale & cette étoile fut de 8′ 25″ qui font 2° 6′ 30″, & la difference de declinaison réduite à un grand cercle fut de 25′ 30″ dont la Comete étoit Septentrionale. L'ascension droite de l'étoile étant de 304° 50′ 20″, & sa declinaison Septentrionale de 10° 20′ 0″, on trouve l'ascension droite de la Comete de 302° 43′ 45″, & sa declinaison Septentrionale de 10° 55′ 30″, d'où l'on calcule sa longitude de 7° 52′ 30″ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 30d 12′.

Le 4 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 5 Decembre on voïoit assez bien la Comete nonobstant le clair de la Lune : elle étoit un peu plus à l'Orient que l'étoile marquée ρ par Bayer dans l'aîle de l'Aigle. Le Ciel qui ne resta pas long-temps découvert ne nous donna pas le temps de faire d'autres Observations.

Depuis le 5 Decembre les nuages ne nous permirent pas de faire des Observations jusqu'au 10 du même mois.

Ce jour-là à 6 heures du soir, le Ciel étant serein, on voïoit la Comete à la vûë simple, nonobstant le grand clair de Lune qui avoit été dans son plein le jour précédent. Par la Lunete de 17 pieds elle paroissoit grande à peu prés comme le disque de Jupiter vû par la même Lunete: elle paroissoit assez claire principalement vers le milieu, mais mal terminée. Pour déterminer sa situation nous la comparâmes ce jour-là à plusieurs petites étoiles, parmi lesquelles il y en a une fort petite dans la constellation de la Fleche qui précédoit la Comete, & qui étant vûë par la Lunete, est composée de deux petites étoiles inégales fort peu éloignées entr'elles. Nous la comparâmes aussi à une autre étoile de la sixiéme grandeur qui est immediatement au-dessus de la tête du Dauphin. La difference d'ascension droite entre l'étoile de la Fleche & la Comete fut de 5′ 56″ de temps qui font 1° 29′, & la difference de declinaison réduite à un grand cercle étoit de 3′ dont la Comete étoit plus Septentrionale. L'ascension droite de l'étoile par nos observations est de 299° 17′, & sa declinaison est de 20° 5′; donc l'ascension droite de la Comete étoit de 300° 46′ 0″, & sa declinaison de 20° 8′. Par la comparaison de la Comete avec l'étoile proche du Dauphin, nous trouvons l'ascension droite de la Comete de 300° 46′ 40″, & sa declinaison de 20° 8′ 40″, d'où nous avons calculé sa longitude de 8° 33′ 40″ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 39° 36′.

Le 11 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 12 Decembre à cause des nuages on ne pût voir la Comete que par un petit intervalle de temps. On reconnut qu'elle étoit à peu prés dans le parallele d'une étoile de la cinquiéme grandeur, qui est au-dessus des étoiles de la Fleche; mais on ne pût pas déterminer sa difference en ascension droite à cause des nuages. Les deux jours suivans le Ciel fut couvert.

Le 15 Decembre à 7h 20′ on observa la difference d'ascension droite entre la Comete & une étoile de la cinquiéme grandeur qui est au-dessus de la Fleche de 17′ 40″

de temps, ou 4° 25′ 42″ dont l'ascension droite de la Comete étoit plus grande. La difference de declinaison dont la Comete étoit plus Septentrionale, étoit d'une minute d'un grand cercle. L'ascension droite de cette étoile est de 295° 18′ 15″, & sa declinaison Septentrionale de 23° 21′ 10″; donc l'ascension droite de la Comete étoit de 299° 43′ 55″, & sa declinaison Septentrionale de 23° 22′ 10″, d'où nous avons calculé sa longitude en 8° 28′ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 42° 57′ 40″.

La Comete qui avoit été directe à l'égard de l'Ecliptique, est à present retrograde de quelques minutes à son égard, comme elle l'est à l'égard de l'Equinoxial; ce qui paroît par la comparaison de l'Observation du 10 avec celle du 15 Decembre.

Le 16 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 17 Decembre à 6 heures & demie du soir, on voïoit la Comete à la vûë simple comme les étoiles de la sixiéme grandeur; mais avec les Lunetes elle paroissoit assez grande & claire. Nous la comparâmes à une étoile de la sixiéme grandeur qui est entre la Fleche & le col du Cigne, & qui paroît avec la Lunete composée de deux étoiles; entre la plus claire de ces deux étoiles & la Comete, nous trouvâmes 7′ 40″ de difference d'ascension droite qui font 1° 55′ 20″, & la difference de declinaison de 9′ 30″ dont la Comete est plus Septentrionale. L'ascension droite de cette étoile est de 297′ 27″, & sa declinaison de 24° 10′ 10″; donc l'ascension droite de la Comete étoit de 299° 22′ 20″, & sa declinaison Septentrionale de 24° 19′ 40″; d'où l'on calcule sa longitude de 8° 23′ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 43° 57′ 50″.

Depuis le 17 le Ciel n'a été favorable pour observer la Comete que le 21. Ce jour-là elle étoit fort petite à la vûë simple; mais avec les Lunetes on la voïoit encore assez grande & claire. Elle étoit proche du parallele d'une étoile de la sixiéme grandeur, qui avec la Lunete paroît composée de plusieurs petites, dont trois sont plus remar-

quables, à l'égard desquelles nous déterminâmes sa situation. Sa difference d'ascension droite à l'égard de la plus Occidentale de ces trois étoiles étoit de 3′ 49″ de temps qui font 57′ 30″ de degré, & la difference de declinaison dont la Comete étoit plus meridionale étoit de 23′ d'un grand cercle. L'ascension droite de l'étoile est de 299° 39′ 0″, & sa declinaison Septentrionale de 25° 57′; donc l'ascension droite de la Comete étoit de 298° 41′ 30″, & sa declinaison de 25° 34′; d'où nous avons calculé sa longitude de 7° 59′ 20″ d'Aquarius, & sa latitude de 45° 46′ 40″.

Le 22 quoiqu'on eut beaucoup de peine à voir la Comete à la vûë simple, elle se voïoit encore fort bien & assez grande avec la Lunete, mais bien moindre que dans les Observations du 17, ses bords paroissoient toûjours mal terminés. Elle se trouva encore proche du parallele de ces trois étoiles avec lesquelles nous l'avions comparée le jour précédent, étant presque dans le *parallele* de la moïenne, & plus meridionale de 4′ 20″ d'un grand cercle que la plus Occidentale à laquelle nous la comparâmes le 22. La difference d'ascension droite entre cette étoile & la Comete étoit d'un degré 8′ 10″ dont la Comete étoit plus à l'Occident. Donc l'ascension droite de la Comete étoit de 298° 30′ 50″, & sa declinaison Septentrionale de 25° 52′ 40″, & par consequent sa longitude de 7° 56′ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 45° 40′ 30″.

Le 23 Decembre au soir le Ciel a été couvert.

Le 24 Decembre à 6^h 22′ du soir la Comete étoit plus Occidentale en ascension droite de 5′ 48″ de temps, qui font 1° 27′ 13″, que l'étoile la plus Septentrionale de trois avec lesquelles nous l'avions comparée les jours précédens, & elle étoit plus Septentrionale que la même étoile de 23′ de degré d'un grand cercle. Les nuages qui interrompirent souvent cette observation ne nous permirent pas de la faire exactement.

Le 25 Decembre nous comparâmes la Comete avec

une étoile de la sixiéme grandeur qui la précédoit en ascension droite de 2′ 51″ de temps, qui font 42′ 50″ de degré, & la Comete étoit plus meridionale que l'étoile de 17′ 0″ d'un grand cercle. L'ascension droite de l'étoile par nos observations est de 297° 18′ 15″, & sa declinaison Septentrionale 26° 58′ 10″, donc l'ascension droite de la Comete étoit de 298° 1′ 10″, & sa declinaison Septentrionale de 26° 41′ 10″, d'où l'on calcule sa longitude en 7° 37′ 40″ d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 46° 34′ 10″. La Comete se voïoit encore ce jour-là par la Lunete assez distinctement, ce qui faisoit esperer de la pouvoir suivre encore pendant plusieurs jours; mais le Ciel ayant été couvert le soir pendant dix jours de suite, & la Lune approchant ensuite de son plein, on ne pût plus l'observer.

Ces observations de la Comete étant portées sur un Globe tombent sur une ligne peu differente d'un arc d'un grand cercle, qui étant continuée vers le Septentrion & vers le Midy, coupe l'Ecliptique au cinquiéme degré & trois quarts d'Aquarius, & passe obliquement entre les poles de l'Ecliptique & ceux de l'Equinoxial; sa plus petite distance aux poles de l'Ecliptique étant environ de 4 degrés, & sa plus petite distance des poles de l'Equinoxial étant de 9 degrés.

Depuis la premiere observation que nous en fîmes, le mouvement journalier apparent sur son cercle est toûjours allé en diminuant, la Comete ayant fait le premier jour 4 degrés & demi environ, & le second ayant fait 3 degrés & demi seulement, ce qui fait connoître qu'elle avoit passé son Perigée.

Pour connoître le jour qu'elle y est arrivée, & les differens degrés de vitesse apparente qu'elle a parcouru sur sa route, nous nous sommes servis de la methode expliquée dans la Theorie de la Comete de l'an 1664.

Suivant cette methode ayant pris trois intervalles entre nos premieres observations les plus exactes, & supposant que la portion de cercle qu'elle décrit durant le

temps de ſon apparition n'eſt pas ſenſiblement differente d'une ligne droite, & qu'elle ſe meut également ſur cette ligne, nous trouvons ſon mouvement journalier de $\frac{1838}{10000}$ de ſa plus petite diſtance à la Terre. Nous trouvons auſſi qu'elle eſt arrivée à ſon Perigée le 22 de Novembre à 6 heures du ſoir, & que pour lors ſon mouvement apparent étoit de 10° 24′ par jour; d'où il réſulte que dans la premiere obſervation que nous en fîmes le 28 Novembre, il y avoit ſix jours qu'elle avoit paſſé ſon Perigée, & que dans l'obſervation du 29 que nous préferons à la premiere à cauſe de ſa plus grande préciſion, elle étoit éloignée de ce terme de 52° 25′. Suivant ces hypotheſes on repreſente les obſervations les plus exactes que nous avons faites à quelques minutes prés, en donnant au Perigée un mouvement égal d'une minute par jour contre le cours de la Comete.

La diſtance de 52° que nous avons trouvé entre l'Obſervation du 29 Novembre & le Perigée de la *Comete*, étant portée ſur le grand cercle qui repreſente ſa route, donne la ſituation du Perigée entre la conſtellation de l'Indien & celle de la Gruë dans l'hémiſphere auſtral du Ciel qui reſte toûjours ſous nôtre horiſon & nous eſt caché. Comme le chemin de la Comete étoit du Midy vers le Septentrion, & qu'en ce temps-là ſon mouvement journalier étoit aſſez vîte, deux jours aprés ſon arrivée au Perigée, c'eſt à dire le 24 Novembre, elle aura été ſur nôtre hémiſphere élevée aprés le crepuſcule du ſoir de quelques degrés, & les jours ſuivans cette élevation aura été plus conſiderable: mais comme dans cette ſaiſon les broüillards s'élevent ſouvent juſqu'à pluſieurs degrés ſur l'horiſon, même dans le temps ſerein, il n'y a pas lieu de s'étonner qu'on ne l'ait apperçûë que le 28 Novembre, quoique par la Theorie elle eût pû être viſible ſur nôtre horiſon quelques jours auparavant.

Dans la premiere obſervation du 28 Novembre la Comete étoit éloignée de l'Ecliptique vers le Septentrion un peu plus de 14 degrés, & la Theorie montre qu'elle

l'avoit passée deux jours auparavant, c'est à dire le 26 Novembre à 5 degrés & $\frac{3}{4}$ d'Aquarius lorsque le Soleil étoit à 4 degrés du Sagitaire, ce qui fait voir que le Soleil étoit pour lors éloigné de la Comete de plus de 60 degrés. Cette circonstance, aussi-bien que celle d'être dirigée par son mouvement propre du Midy vers le Septentrion, ne paroissent pas favorables pour les sentimens de ceux qui supposent que les Cometes tirent leur origine du Soleil.

Cette Comete paroissoit plus grande dans les premieres Observations que nous en fimes lorsque son mouvement apparent étoit plus grand : à mesure que son mouvement ralentissoit, on voïoit aussi diminuer son diametre ; ce qui est assez conforme à la Theorie, qui dans l'observation du 21 Decembre represente la distance de la Comete à la Terre quatre fois plus grande que dans la seconde Observation que nous fimes le 29 Novembre.

La Comete de cette année, qui dans les premieres observations étoit éloignée d'environ 48° de son Perigée, nous a paru plus grande que celle de l'année derniere, quand même elle étoit dans sa plus petite distance à la Terre.

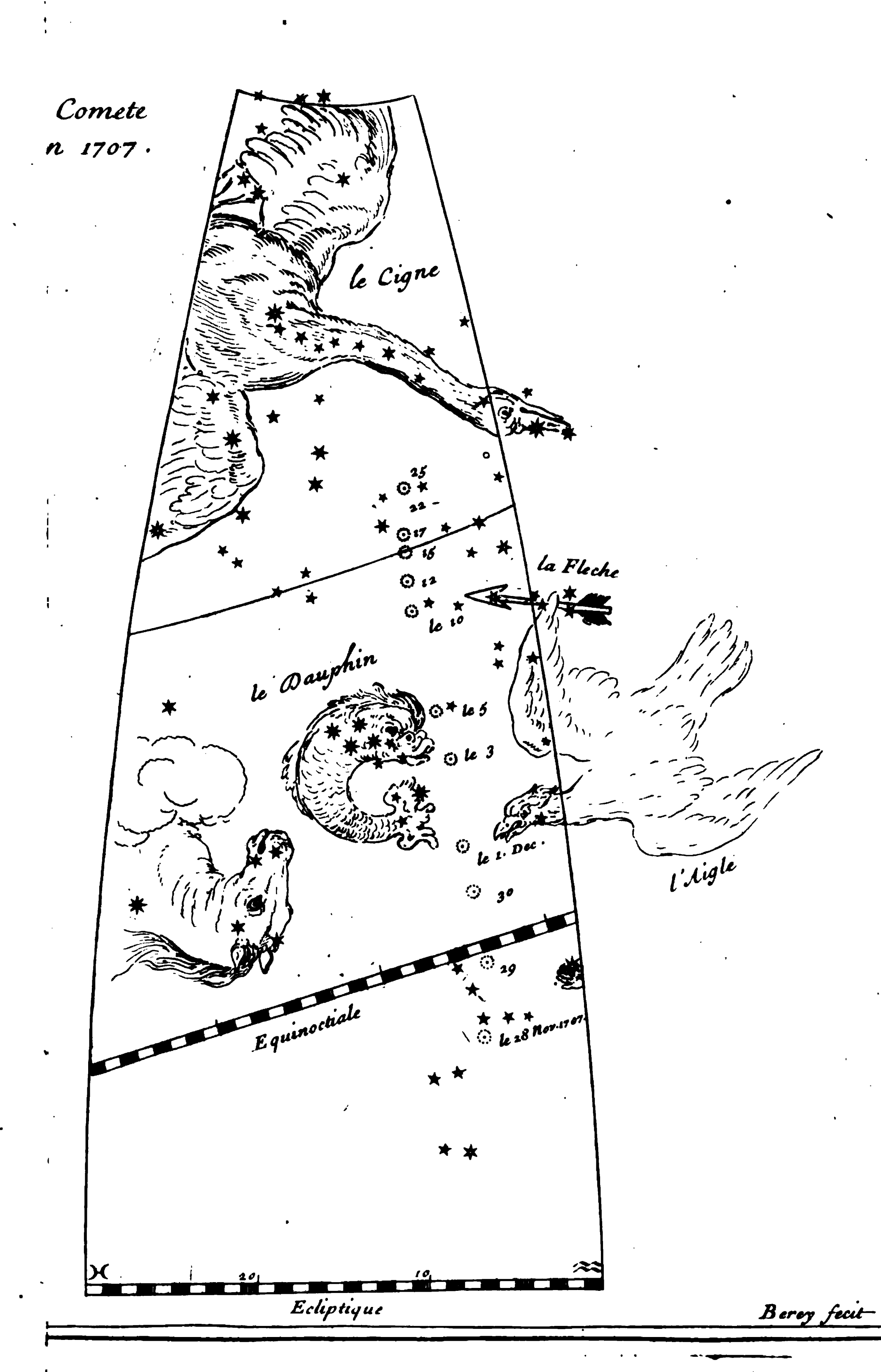
Si l'on suppose qu'avant que d'arriver au Perigée elle ait parcouru une portion de cercle égale à celle qu'elle a parcouru aprés son Perigée, elle aura pû être visible à la vûë simple vers la fin du mois d'Octobre aux Observateurs qui sont dans la partie australe de la Terre, lorsqu'elle étoit dans la partie meridionale de la constellation du Navire. Elle sera passée à 4 degrés de distance du Pole meridional de l'Ecliptique le 14 de Novembre, & dans cet endroit elle aura varié en un jour de plus de 60 degrés en longitude. Delà elle sera allée vers le Pole austral de l'Equinoxial, où elle sera arrivée à sa plus petite distance le 18 de Novembre. Ensuite elle aura suivi sa route au travers de la constellation de l'Hydre, proche du Toucan, entre l'Indien & la Gruë, où elle sera arrivée à son Perigée. Son mouvement l'aura portée trois

jours aprés sur la constellation du Capricorne, où elle aura coupé le Tropique le 25 Novembre. Le 26 aprés avoir traversé l'Ecliptique, elle sera passée proche de la main orientale d'Aquarius; & delà elle est allée proche des petites étoiles qui sont au-dessus de la tête du Capricorne où nous commençâmes de l'observer.

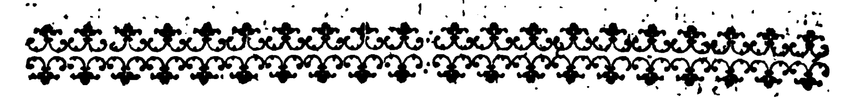


MESSIEURS

Comete
n 1707.



Berey fecit



MESSIEURS DE LA SOCIETÉ Royale des Sciences établie par le Roy à Montpellier en 1706, étant obligés par l'Art. 40 de leurs Statuts d'envoyer tous les ans à l'Academie Royale des Sciences celui de leurs Ouvrages de l'année, qu'ils en jugeroient le plus digne, pour être imprimé avec les Mémoires de cette Academie, ils ont commencé à satisfaire à cette obligation, & ont envoyé l'Ouvrage qui suit.

ANALOGIES

Pour les Angles faits au centre des Cadrans Solaires, tant horizontaux, verticaux, que declinans inclinés, démontrées par l'Analyse des triangles rectilignes.

PAR M. DE CLAPIE'S

De la Societé Royale des Sciences.

LA description des Cadrans Solaires n'étant qu'une projection des grands cercles de la Sphere sur une surface plane sur laquelle ces cercles sont representés par des lignes droites, il paroît plus naturel de trouver les angles que ces lignes forment sur le plan du Cadran par la Trigonometrie rectiligne, que de chercher ceux que les cercles font dans le Ciel par la Trigonometrie sphe-

rique dont les principes sont plus composés, & qui par conséquent est plus communément ignorée.

Dans cette pensée ayant médité pendant quelque tems sur la recherche de ces Angles, j'en ay trouvé la methode non-seulement tres-facile; mais encore plus generale, puisqu'on peut par la même projection & par les mêmes principes donner la solution des Problêmes du premier mobile, pour lesquels la Trigonometrie spherique est employée.

Comme mon dessein n'est pas de donner un Traité complet de Gnomonique, mais seulement les analogies avec leurs démonstrations des Angles faits au centre des Cadrans par la ligne de midy & les lignes horaires; je dois supposer que ceux qui liront ce Memoire sçachent tracer les Cadrans Solaires par la methode ordinaire des Centres diviseurs, & qu'ils soient d'ailleurs versés dans la Trigonometrie rectiligne.

DU CADRAN HORIZONTAL.

L'élevation du pole du lieu étant donnée, trouver les Angles faits au centre du Cadran horizontal par la meridienne & les lignes horaires.

ANALOGIE.

Comme le sinus total
au sinus de l'élevation du pole du lieu
Ainsi la tangente de la distance du Soleil au meridien
pour l'heure cherchée
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

FIG. I. Si l'on prend *AC* pour sinus total dans le triangle rectangle *ABC*, *BC* deviendra sinus de l'angle *CAB* élevation du pole du lieu, & dans le triangle rectangle *ACF*, *FC* sera tangente de l'angle *FAC*, fait par la meridienne *AC* & par la ligne horaire *AF*. Donc dans le trian-

gle rectangle *FCD*, puisque *CD* = *CB* par construction, & que l'angle *FDC* distance du Soleil au meridien est aussi donné, on trouvera le côté *FC* par cette Analogie.

Comme le sinus total
au côté *DC* sinus de l'élevation du pole
Ainsi la tangente de l'angle *FDC* dist. du Sol. au merid.
au côté *FC* tangente de l'angle *FAC*.

DU CADRAN VERTICAL, MERIDIONAL ET SEPTENTIONAL.

Ces Cadrans ne different du Cadran horizontal, qu'en ce que l'angle *CAB* est égal au complément de l'élevation du pole du lieu. On fera donc la même Analogie que du Cadran horizontal, en mettant au second terme le complément de l'élevation du pole du lieu. FIG. I.

DES CADRANS VERTICAUX DECLINANS.

PROBLEME I.

La declinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pole du lieu; trouver l'angle fait au centre du Cadran par la meridienne & la soustylaire.

ANALOGIE.

Comme le sinus total
à la tangente du compl. de la hauteur du pole du lieu,
Ainsi le sinus de la declinaison du plan
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend *AG* pour sinus total dans le triangle rectangle *AGH*, *HG* deviendra tangente de l'angle *HAG* complément de l'élevation du pole du lieu; & dans le triangle rectangle *AGD*, *GD* sera tangente de l'angle *GAD* fait par la ligne de midy *AG* & par la soustylaire *AD*: mais *HG* = *GF* par construction. Donc dans le FIG. II.

triangle rectangle *GDF*, le côté *GF* & l'angle *GFD* de la declinaison du plan étant donné, on trouvera le côté *GD* par cette Analogie.

Comme le sinus total
au côté *GF* tangente du compl. de l'élevat. du pole;
Ainsi le sinus de l'angle *GFD* declinaison du plan
au côté *GD* tangente de l'angle *GAD* requis.

PROBLEME II.

La declinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pole du lieu; trouver l'angle fait au centre du Cadran vertical declinant par la soustylaire & l'axe.

ANALOGIE.

Comme le sinus total
au sinus du complément de l'élevation du pole;
Ainsi le sinus du complément de la declinaison du plan
au sinus de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend *AB* pour sinus total dans le triangle rectangle *ADB*, *BD* sera sinus de l'angle *DAB* fait par la soustylaire *AD* & l'axe *AB*; & parceque *AB* $=$ *AH* comme distances des centres diviseurs *H*, & *B* au centre *A* du Cadran, & que l'angle *HAG* est égal au complément de l'élevation du pole, *HG* deviendra sinus de cet angle par raport au même rayon. Mais *GH* $=$ *GF*, & *FD* $=$ *DB* par construction. Donc si dans le triangle rectangle *GDF* dans lequel l'angle de la declinaison *GFD* est aussi connu, on trouve le côté *DF*, on aura le sinus de l'angle *DAB* de la soustylaire & l'axe, & ce côté est trouvé par cette Analogie.

FIG. II.

Comme le sinus total
au côté *GF* sinus du compl. de l'élevation du pole;
Ainsi le sinus de l'angle *DGF* complément de la declinaison du plan
au côté *DF* ou à son égal *DB* sinus de l'angle *DAB* requis.

PROBLEME III.

La declinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pole du lieu; trouver la difference des longitudes, c'est à dire l'arc de l'équateur compris entre le meridien du lieu, & le meridien du plan.

ANALOGIE.

Comme le sinus total
au sinus de la hauteur du pole du lieu;
Ainsi la tangente du complément de la declinaif. du plan
à la tangente du complém. de la differ. des longitudes.

DEMONSTRATION.

Dans le triangle rectangle *HGN*, l'angle *GHN* étant égal au complément de l'élevation du pole, si l'on prend *HG* pour sinus total, *HN* deviendra secante du complément de l'élevation du pole; mais *HN* = *NM* comme distances des centres diviseurs *H* & *M* au point *N*. FIG. II.
Donc *NM* sera connu; & dans le triangle rectangle *GFP*, parceque *HG* = *GF*, par construction, *FP* sera tangente de l'angle *PGF* complément de l'angle *GFD* declinaison du plan; mais *FP* = *MP* comme distances des centres diviseurs *F*, & *M* au point *P* qui est le point de 6 heures. Donc *PM* sera aussi connu par raport au même rayon.

Donc dans le triangle rectangle *NMP*, les côtés *NM*, *MP* étant connus, on trouvera l'angle *PNM* par cette Analogie. FIG. II.

Comme *NM* secante du complém. de l'élev. du pole
au sinus total;
Ainsi *FP* ou *MP* tangente de l'angle *PGF* complément de la declinaison du plan
à la tangente de l'angle *PNM*, dont le complément donnera l'angle *NPM*, ou son égal *NMC*, mesure de l'arc representé par la ligne *CN* difference de longitudes.

Et si à la place des deux premiers termes de cette Analogie, on substitue le sinus total & le sinus de la hauteur

du pole qui sont en même raison, on aura la premiere Analogie qui étoit à démontrer.

On peut aussi trouver cet angle par l'Analogie suivante.

PROBLEME IV.

L'angle de la soustylaire & de la ligne de midy étant donné, & l'angle de la soustylaire & l'axe; trouver l'angle de la difference des longitudes.

ANALOGIE.

Comme le sinus de l'angle de la soustylaire & l'axe trouvé par le Probleme 2.
au sinus total;
Ainsi la tangente de l'angle de la soustylaire & meridienne trouvée par le Probleme 1.
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

FIG. III. Dans les triangles rectangles *ACN*; *ABC*, si l'on prend le côté commun *AC* pour rayon, le côté *CN* sera tangente de l'angle *NAC* fait par la meridienne *AN* & la soustylaire *AC*, & le côté *BC* sera sinus de l'angle *CAB* fait par la soustylaire *AC* & par l'axe *AB*: mais *BC* = *CM*, par construction. Donc dans le triangle rectangle *NMC* les côtés *NC*, *CM* étant connus, on connoîtra l'angle *NMC* par l'Analogie cy-dessus tirée de la Trigonometrie rectiligne.

PROBLEME V.

L'angle de l'axe avec la soustylaire étant donné, & l'angle de la difference des longitudes; trouver les angles faits au centre des verticaux declinans par la soustylaire & les lignes horaires.

Il y a trois cas dans ce Probleme. Les lignes horaires dont on cherche les angles peuvent être; 1°. Ou entre la meridienne & la soustylaire. 2°. Ou en delà de la soustylaire. 3°. Ou du côté de la meridienne où la soustylaire n'est pas.

Dans les deux premiers cas on prendra la difference de la distance du Soleil au meridien pour l'heure, & de l'angle de la difference des longitudes trouvé par le Probleme 3. & dans le troisiéme on prendra la somme de ces deux angles, & l'on fera cette Analogie. FIG. III.

Comme le sinus total
au sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire;
Ainsi la tangente de la difference ou de la somme de ces deux angles
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans le premier cas si de l'angle *NMC* difference des longitudes, on ôte l'angle *NMP* distance du Soleil au meridien pour l'heure, restera l'angle *PMC*.

Dans le second cas si de l'angle *NMQ* distance du Soleil au meridien pour l'heure, on ôte l'angle *NMC* difference des longitudes, restera l'angle *CMQ*.

Et dans le troisiéme si à l'angle *NMC* difference des longitudes, on ajoûte l'angle *NMO* distance du Soleil au meridien pour l'heure, la somme donnera l'angle *CMO*.

Dans les trois cas si l'on prend *AC* pour rayon, *CP*, *CQ*, *CO*, seront tangentes des angles *CAP*, *CAQ*, *CAO* faits par la soustylaire *AC*, & les lignes horaires *AP*, *AQ*, *AO*; & dans le triangle rectangle *ABC*, *BC* sera sinus de l'angle *CAB* de la soustylaire & l'axe: mais $CB = CM$ par construction. Donc dans les triangles rectangles *PCM*, *QCM*, *OCM*, le côté *CM* étant connu & les angles *CMP*, *CMQ*, *CMO*, on trouvera les côtés *CP*, *CQ*, *CO* par cette Analogie.

Comme le sinus total
est à *CM* sinus de l'angle de la soustylaire & l'axe;
Ainsi la tangente de la difference de la distance du Soleil au merid. & de la diff. des longitudes, ou de la somme de ces deux angles
à la tangente de l'angle requis.

PROBLEME VI.

L'angle de la soustylaire & des lignes horaires étant donné, & l'angle de la soustylaire & de la meridienne; trouver les angles faits par la meridienne & les lignes horaires au centre des verticaux declinans.

1°. Les angles des lignes horaires qui sont entre la meridienne & la soustylaire, seront trouvés en ôtant l'angle de la soustylaire avec la ligne horaire de l'angle de la soustylaire avec meridienne.

2°. Les angles qui sont au-delà de la soustylaire, & du côté opposé à celui de la meridienne, seront trouvés en ajoûtant ces deux angles.

3°. Ceux qui sont de l'autre côté de la meridienne, seront trouvés en prenant leur difference; ce qui n'a pas besoin de démonstration.

Mais ces angles peuvent être trouvés plus facilement par la seule Analogie suivante, qui suppose la connoissance des angles faits au centre du Cadran horizontal par la ligne de midy, & les lignes horaires par l'élevation du pole du lieu.

PROBLEME VII.

Les angles faits au centre du Cadran horizontal pour l'élevation du pole du lieu étant donnés, & la declinaison du plan; trouver les angles faits au centre des verticaux declinans par la ligne de midy & les lignes horaires.

1°. Pour les heures qui sont du côté de la meridienne où est la soustylaire, on prendra la difference de la declinaison du plan & de l'angle fait au centre du Cadran horizontal pour l'heure.

2°. Pour les heures qui sont de l'autre côté de la meridienne, on prendra la somme de ces deux angles.

ANALOGIE.

Comme le sinus du complément de la difference de ces deux

deux angles dans le premier cas, ou comme le sinus du
complément de leur somme dans le second
à la tangente du compl. de l'élevation du pole du lieu;
Ainsi le sinus de l'angle fait au centre de l'horizontal pour l'heure
à la tangente de l'angle fait au centre du vertical declinant.

DEMONSTRATION.

Dans les triangles rectangles *AGP*, *AGM*, *AGN*, si l'on prend *AG* pour sinus total, *GP*, *GM*, *GN* seront tangentes des angles *GAP*, *GAM*, *GAN*, faits par la meridienne *AG* & les lignes horaires *AP*, il s'agit de trouver ces tangentes par raport au rayon *AG*. Le même côté *AG* étant pris pour rayon, *HG* sera tangente de l'angle *HAG* complément de l'élevation du pole du lieu: mais *HG* = *GF* par construction. Donc *GF* sera connu. FIG. IV.

1°. Dans les triangles *GFP*, *GFD*, si de l'angle *GFD* declinaison du plan, on ôte l'angle *GFP* fait au centre de l'horizontal, restera l'angle *PFD*, dont le complément donnera l'angle *FPD*, dont le sinus est égal au sinus de l'angle *GPF*; & dans les triangles *GFM*, *GFD*, si de l'angle *GFM* fait au centre de l'horizontal, on ôte l'angle *GFD* de la declinaison du plan, restera l'angle *DFM* dont le complément donnera l'angle *GMF*.

2°. Enfin dans les triangles *GFD*, *NFD*, si à l'angle *NFG* on ajoûte l'angle *GFD*, la somme donnera l'angle *NFD*, dont le complément sera l'angle *GNF*. Donc dans les triangles *GPF*, *GMF*, *GNF*, on trouvera les côtés *GP*, *GM*, *GN* par cette Analogie.

Comme le sinus du complément de la difference ou de
la somme des angles de la declinaison, & de
l'horizontal pour l'heure cherchée
au côté *GF* tangente du complément de l'élevation
du pole du lieu;
Ainsi le sinus de l'horizontal *GFP*, ou *GFM*, ou *GFN*
aux tangentes requises.

COROLLAIRE.

Il ſuit de cette démonſtration que pour trouver l'angle que fait la meridienne avec la ligne de 6 heures, il faudra faire cette Analogie.

Comme le ſinus de la declinaiſon du plan
à la tangente du complément de l'élevation du lieu;
Ainſi le ſinus total
à la tangente de l'angle requis.

DES CADRANS INCLINE'S.

PROBLEME I.

L'inclinaiſon du plan étant connuë, & l'élevation du pole du lieu; trouver les angles faits au centre d'un Cadran meridional ſuperieur ou incliné ſeptentrional inferieur, par la ligne de midy & les lignes horaires.

Ce Cadran eſt un horizontal pour une latitude égale à l'élevation particuliere du pole ſur le plan du Cadran, & ainſi on en trouvera les angles par l'Analogie du Cadran horizontal, & l'on trouvera l'élevation du pole ſur le plan du Cadran en cette ſorte.

Puiſque le plan eſt incliné, ou ſon inclinaiſon eſt plus grande, que l'élevation du pole du lieu, ou elle eſt plus petite, ou elle lui eſt égale.

Dans les deux premiers cas l'élevation particuliere du pole ſur le plan ſera trouvée, en prenant la difference de l'élevation du pole du lieu & de l'inclinaiſon du plan, & dans le dernier cas le Cadran eſt un polaire dans lequel les lignes horaires ſeront paralleles, à cauſe que le plan étant couché ſur l'axe du monde, aucun des poles n'y peut être repreſenté.

PROBLEME II.

Trouver les angles faits au centre d'un Cadran septentrional superieur, ou meridional inferieur par la ligne de midy, & les lignes horaires.

Ces angles seront trouvés par l'Analogie du Cadran horizontal pour l'élevation particuliere du plan qu'on trouvera en cette sorte ; puisque le plan est incliné, l'inclinaison du plan sera ou plus grande que le complément de l'élevation du pole, ou elle lui sera égale. 1°. Si elle est plus grande, on ajoûtera le complément de l'inclinaison avec le complément de l'élevation du pole. 2°. Si elle est plus petite, on ajoûtera l'inclinaison avec l'élevation du pole. 3°. Si elle est égale, le Cadran sera un équinoxial dans lequel les angles au centre sont égaux à la distance du Soleil au meridien.

DES CADRANS DECLINANS DE L'HORIZON.

Ces Cadrans se construisent de la même maniere que les verticaux declinans, en prenant le complément de l'élevation du pole du lieu au lieu de l'élevation du pole, & les degrés d'inclinaison comme degrés de declinaison, ainsi on fera les mêmes Analogies que pour les verticaux declinans.

DES CADRANS DECLINANS INCLINE'S.

PROBLEME I.

La declinaison d'un plan étant connuë, & son inclinaison ; trouver l'angle fait au centre du Cadran, par la meridienne & la parallele à la verticale.

PREMIERE ANALOGIE.

Comme le sinus total
au sinus du complément de l'inclinaison ;

Ainsi la tangente de la declinaison
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans les Figures 5, 6, 7, 8, 9, 10, dans lesquelles *HD* represente la verticale, *TG* l'horizontale, *N* le centre du Cadran, *NS* la parallele à la verticale, & *ND* la meridienne; si l'on prend *CD* pour rayon dans le triangle rectangle *DCF*, *CF* deviendra tangente de l'angle *FDC*; & dans le triangle rectangle *DBC*, le même côté *DC* étant pris pour rayon, *BC* sera sinus de l'angle *CDB* complément de l'inclinaison: mais *BC* = *CH*, & l'angle *CHF* est égal à la declinaison du plan. Donc le triangle rectangle *FCH*, on trouvera le côté *FC* par cette Analogie.

Comme le sinus total
au côté *CH* sinus du complément de l'inclinaison;
Ainsi la tangente de l'angle *CHF* declinaison du plan
au côté *FC* tangente de l'angle *FDC*, ou (à cause des paralleles) de son égal ou complément *FNS* requis.

PROBLEME II.

La declinaison du plan étant donnée, & son inclinaison; trouver l'arc du meridien compris entre le Zenith du lieu, & le point où le vertical du plan perpendiculaire sur le meridien le coupe.

SECONDE ANALOGIE.

Comme le sinus total
au sinus du complément de la declinaison;
Ainsi la tangente de l'inclinaison
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans les Figures 5, 6, 7, 8, 9, 10; si l'on prend *MF* pour sinus total dans le triangle rectangle *FMD*, *MD*

deviendra tangente de l'angle *MFD*, ou de ſon égal *LMD*, meſure de l'arc requis repreſenté par la ligne *DL* : mais *FM*=*FH* comme diſtances des centres diviſeurs *M* & *H* au même point *F*. Donc dans le triangle rectangle *FCH*, *CH* deviendra ſinus de l'angle *CFH* complément de la declinaiſon : mais *HC*=*CB* par conſtruction. Donc dans le triangle rectangle *CBD* l'angle *DCB* étant égal à l'angle *ABD* inclinaiſon du plan, & le côté *CB* étant connu, on trouvera le côté *BD* par cette Analogie.

Comme le ſinus total
au côté *CB* ſinus du complément de la declinaiſon;
Ainſi la tangente de l'angle *DCB* inclinaiſon du plan
au côté *BD*: mais *BD*=*MD* tangente de l'angle requis, comme diſtances des centres diviſeurs au centre du Cadran. Donc, &c.

PREPARATIONS POUR LES ANGLES faits au centre des Cadrans inclinés par la ſouſtylaire & la meridienne, & par la ſouſtylaire & l'axe.

Aux Cadrans inclinés declinans du Midy ſuperieurs, ou du Septentrion inferieurs.

1°. L'arc trouvé par la ſeconde Analogie ſera ou plus grand que l'élevation du pole Fig. 5.
Ou plus petit Fig. 6.
Ou il lui ſera égal Fig. 7.

Dans le premier cas. Au complément de l'arc trouvé par la ſeconde Analogie, on ajoûtera l'élevation du pole du lieu, & l'on prendra le ſinus du complément de la ſomme qu'on appellera nombre 1, & ſa tangente de complément qu'on appellera nombre 2.

Dans le ſecond cas. A l'arc trouvé par la ſeconde Analogie, on ajoûtera le complément de l'élevation du pole du lieu, & l'on prendra le ſinus du complément de la ſomme qu'on appellera nombre 1; & ſa tangente de complément, nombre 2.

Dans le troisiéme cas. Le Cadran n'aura point de centre, & ce sera un polaire declinant dans la sphere parallele. Dans ce Cadran les lignes horaires sont paralleles.

Aux Cadrans inclinés declinans du Septentrion superieurs, ou inclinés declinans du Midy inferieurs.

1°. L'arc trouvé par la seconde Analogie sera ou plus grand que le complément de l'élevation du pole Fig. 8.
Ou plus petit Fig. 9.
Ou il lui sera égal Fig. 10.

Dans les deux premiers cas. On prendra la difference de l'arc trouvé par la seconde Analogie, & du complément de l'élevation du pole du lieu : le sinus de complément de cette difference sera appellé nombre 1 ; & la tangente du complément, nombre 2.

Et dans le troisiéme cas. Le Cadran sera un équinoxial declinant dans la sphere droite, & la soustylaire representera la ligne de six heures, qui fera un angle droit avec la meridienne.

Dans tous les cas. On fera cette Analogie.

TROISIE'ME ANALOGIE.

Comme le sinus total
à la tangente de l'angle de la verticale & de la merid.
Ainsi la tangente de l'arc trouvé par la seconde Analogie,
au sinus d'un angle qui sera appellé nombre 3, & son sinus de complément nombre 4.

Au Cadran polaire declinant. L'arc trouvé par la derniere Analogie, donne la difference des longitudes.

Au Cadran équinoxial declinant. Le complément de l'arc trouvé par la derniere Analogie, donne l'élevation particuliere du pole sur le plan ; les angles faits au centre de ce Cadran par la ligne de 6 heures & les lignes horaires, sont les mêmes que ceux qui seroient faits au centre du Cadran horizontal pour une élevation égale à l'élevation du pole sur le plan par la meridienne & les lignes horaires.

PROBLEME III.

Trouver l'angle de la meridienne & de la soustylaire.

QUATRIE'ME ANALOGIE.

Comme le sinus total
au nombre deuxiéme ;
Ainsi le nombre troisiéme
à la tangente de l'angle requis.

PROBLEME IV.

Trouver l'angle de la soustylaire & de l'axe.

CINQUIE'ME ANALOGIE.

Comme le sinus total
au nombre premier ;
Ainsi le nombre quatriéme
au sinus de l'angle requis.

DEMONSTRATION DE LA TROISIE'ME ANALOGIE.

Cette Analogie donne l'angle *LIA* mesure de l'arc *AL* distance du Zenith du plan *A* au meridien *FD*, dont on fera la démonstration en cette sorte. Dans le triangle rectangle *LAI*, si l'on prend *LI* pour sinus total, *LA* sera sinus de l'angle requis : mais *LI*=*LM* par construction. Donc dans le triangle rectangle *MLD*, *LD* deviendra tangente de l'angle *LMD* trouvé par la seconde Analogie ; & dans le triangle rectangle *DAL*, le côté *LD* étant connu, & l'angle *LDA* connu par la premiere Analogie, on trouvera le côté *LA* sinus de l'angle requis par cette Analogie. FIG. V. VI. VII. VIII. IX. & X.

Comme le sinus total
est à *LD* tangente de l'arc trouvé par la seconde Analogie ;
Ainsi la tangente de l'angle *LDA* trouvé par la premiere Analogie
au côté *LA* sinus de l'angle *LIA* requis.

Au Cadran polaire declinant. Fig. 7. L'angle *LIA* est la difference des longitudes, & *A* l'équinoxial declinant. Fig. 10. Le complement de l'angle *LIA* donne l'angle de la souftylaire & de l'axe, c'est à dire l'élevation du pole sur le plan sur laquelle on construit le Cadran, comme il a été déja dit.

DEMONSTRATION DE LA IVme ET Vme ANALOGIE.

Par la seconde Analogie. L'angle *LMD* a été connu, & à son complément *LMF* ayant ajoûté l'élevation du pole *FMN* dans le premier cas des inclinés declinans du midy superieurs ou inclinés inferieurs Fig. 5. ou à l'angle *LMD* ayant ajoûté le complément de l'élevation du pole *DMN* Fig. 6. ou ayant pris la difference de l'angle *LMD*, & du complément de l'élevation du pole *DMN* dans les Cadrans inclinés declinans du septentrion superieurs ou inclinés inferieurs Fig. 8. & 9. on trouve l'angle *NML* fait au centre diviseur de la meridienne, dont on a pris le sinus de complément & la tangente de complément pour avoir les nombres 1. & 2.

Par la troisiéme Analogie. L'angle *AIL* a été connu. Donc dans le triangle rectangle *MNL* Fig. 5, 6, 8, 9, si l'on prend *NL* pour sinus total, *ML* sera tangente du complément de l'angle *LNM*; & par consequent *LI*, qui lui est égale par construction, sera donnée dans le triangle rectangle *LAI*, & dans le triangle rectangle *NLA*, *AL* sera tangente de l'angle de la souftylaire, & de la meridienne sur le même rayon: il s'agit de trouver *LA*, ce qu'on fera en cette sorte.

Dans le triangle rectangle *LAI* l'angle *AIL* est connu, & le côté *LI*. Donc,

Comme le sinus total
au côté *LI* tangente du complém. de l'angle *LMN* nombre 2.
Ainsi le sinus de l'angle *LIA* nombre 3.
au côté *AL* tangente de l'angle *LNA* de la souftylaire & de la meridienne.

DEMONSTRATION

DEMONSTRATION DE LA V[me] ANALOGIE.

Dans le triangle rectangle *OAN*, si l'on prend *ON* pour sinus total, *AO* deviendra sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire : mais *NO* = *NM* comme distances du centre *N* du Cadran aux centres diviseurs *M* & *O*. Donc dans le triangle rectangle *NLM*, *LM* sera le sinus du complément de l'angle *NML* que nous avons appellé nombre premier : mais *ML* = *LI*, & l'angle *LIA* est connu dans le triangle rectangle *LAI*. Donc,

Comme le sinus total
 au côté *LI* sinus de complément de l'angle *LMN*, nombre 1 ;
Ainsi le sinus de l'angle *ALI* compl. de l'angle *LIA*, nombre 4.
 au côté *AI* ou à son égal *AO* sinus de l'angle requis.

PROBLEME V.

Trouver la difference des longitudes.

SIXIÉME ANALOGIE.

Comme le sinus total
 à la tangente de l'angle de la soustylaire & de la meridienne ;
Ainsi le sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire
 à la tangente du complément de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans le triangle rectangle *RPN*, si l'on prend *PN* pour rayon, *RP* sera tangente de l'angle de la soustylaire & de la meridienne ; & dans le triangle rectangle *NOP*, *OP* sera sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire : mais *PO* = *PQ* par construction. Donc dans le triangle rectangle *RPQ*, les côtés *RP*, *RQ*, étant connus, on trouvera l'angle *PRQ* complément de l'angle *RQP* requis, par cette Analogie,

Comme le ſinus total
au côté *RP* tangente de l'angle de la ſouſtylaire & de la meridienne ;
Ainſi *PQ* ſinus de l'angle de l'axe & de la ſouſtylaire
à la tangente de l'angle *PRQ* complément de l'angle *RQP* requis. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Ces angles étant connus, on trouvera les angles faits au centre des Cadrans par la ſouſtylaire & les lignes horaires, & enſuite par la meridienne & les lignes horaires par la même methode dont on s'eſt ſervi dans les Cadrans verticaux declinans ; ce qu'on pourra voir plus au long dans un Traité de Gnomonique que nous donnerons au Public.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE I.

A Centre du Cadran.
AD Meridienne.
AB Axe.
BC Rayon de l'Equateur.
FG Equinoxiale.
AF Ligne horaire.
B Centre diviſeur de la meridienne.
D Centre diviſeur de l'horizontal.

FIGURE II.

A Centre du Cadran.
AN Meridienne.
AM Souſtylaire.
HP Horizontale.
NP Equinoxiale.
DB Stile droit.
AB Axe.
H Centre diviſeur de la meridienne.
B Centre diviſeur de la ſouſtylaire.
F Centre diviſeur de l'horizontale.
M Centre diviſeur de l'Equinoxiale.

FIGURE III.

A Centre du Cadran.
AN Meridienne.
AM Souſtylaire.
AB Axe.
AO, *AP*, *AQ*, Lignes horaires.
B Centre diviſeur de la ſouſtylaire.
M Centre diviſeur de l'Equinoxiale.

FIGURE IV.

A Centre du Cadran.
AG Meridienne.
AD Souſtylaire.
DB Stile droit.
AB Axe.
HM Horizontale.
AM, *AP*, *AN*, Lignes horaires.
H Centre diviſeur de la meridienne.
B Centre diviſeur de la ſouſtylaire.
F Centre diviſeur de l'horizontale.

FIGURES V, VI, VII, VIII, IX, X.

N Centre du Cadran.
NS Parallele à la verticale.
HD Verticale.
ND Meridienne.
NP Souſtylaire.
SG Equinoxiale.
TG Horizontale.
AO Stile droit.
NO Axe.
H Centre diviſeur de l'horizontale.
A Pied du ſtile.
B Centre diviſeur de la verticale.
M Centre diviſeur de la meridienne.
Q Centre diviſeur de l'Equinoxiale.
O Centre diviſeur de la ſouſtylaire.
I Centre diviſeur du vertical *AM*.
D Zenich du lieu.

Fin des Memoires de l'année 1707.

Fautes à corriger.

PAg. 232. lig. 12. au lieu de O; il faut C;

Pag. 273. lig. 19. au lieu de $\frac{\mu\nu U}{\Delta^{\nu}} \times \overline{\Delta - \theta}^{\nu-1}$ il faut

$$\frac{-\mu\nu U}{\Delta^{\nu}} \times \overline{\Delta - \theta}^{\nu-1}$$

Ibid. lig. 23. au lieu de $\frac{\mu U}{\Delta}$ il faut $-\frac{\mu U}{\Delta}$

Pag. 439. lig. 11. au lieu de *les* lisez *ses*

Fautes à corriger dans les Memoires de 1704.

PAge 36. *lig.* 16. *lisez* $= 1 + \frac{aby + abx}{axy + bxy}$.

Pag. 37. *lig.* 14. par, *lisez* pour.

Pag. 38. *lig.* 31. article 4, *lisez* article 3.

Pag. 39. *lig.* 1. $\frac{a+b}{2ab}$, *lisez* $\frac{2ab}{a+b}$.

ADDITION

A l'Article 20. *du Memoire inseré dans le Volume de* 1706. *pag.* 24.

Il est neanmoins à remarquer que lorsque l'on trouve differentes valeurs de x & de y dans l'une ou l'autre supposition de $dy = o$, ou $= \infty$, il est necessaire de chercher le raport de dx à dy aux points des Courbes que ces valeurs déterminent : car dans ce cas il arrive quelquefois que l'une de ces suppositions donne des *Maxima* ou *Minima* de toutes les deux coordonnées x & y que l'on ne peut distinguer que par la connoissance du raport de dx à dy.

Fautes à corriger dans les Memoires de 1706.

PAg. 460. *lig.* 1. *au lieu de* cette vitesse *lisez* la quantité de mouvement

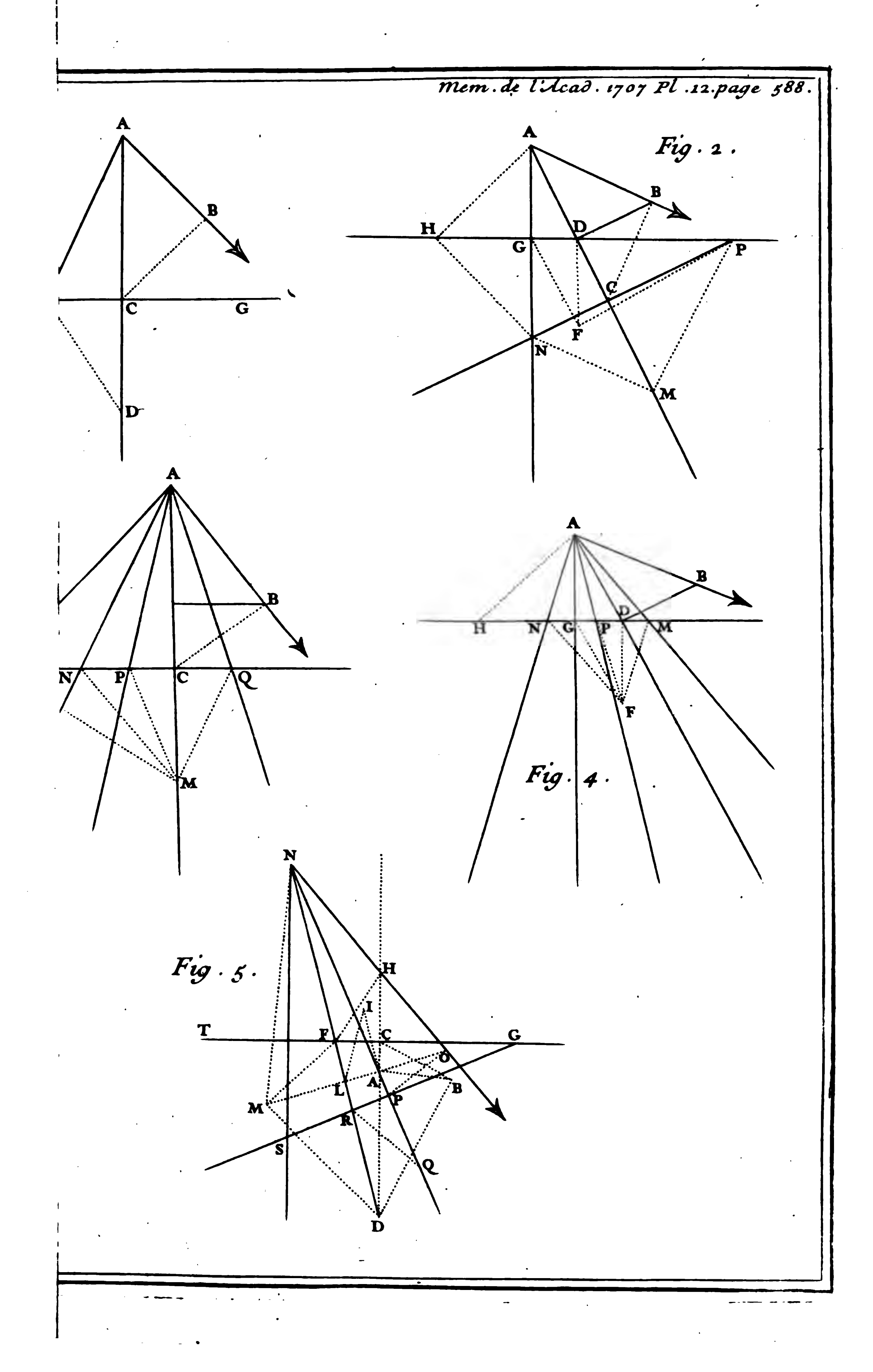
Ibid. lig. 2. *au lieu de* 1677000000000. *lisez* 4677000600000.

Fautes à corriger dans les Memoires de 1707.

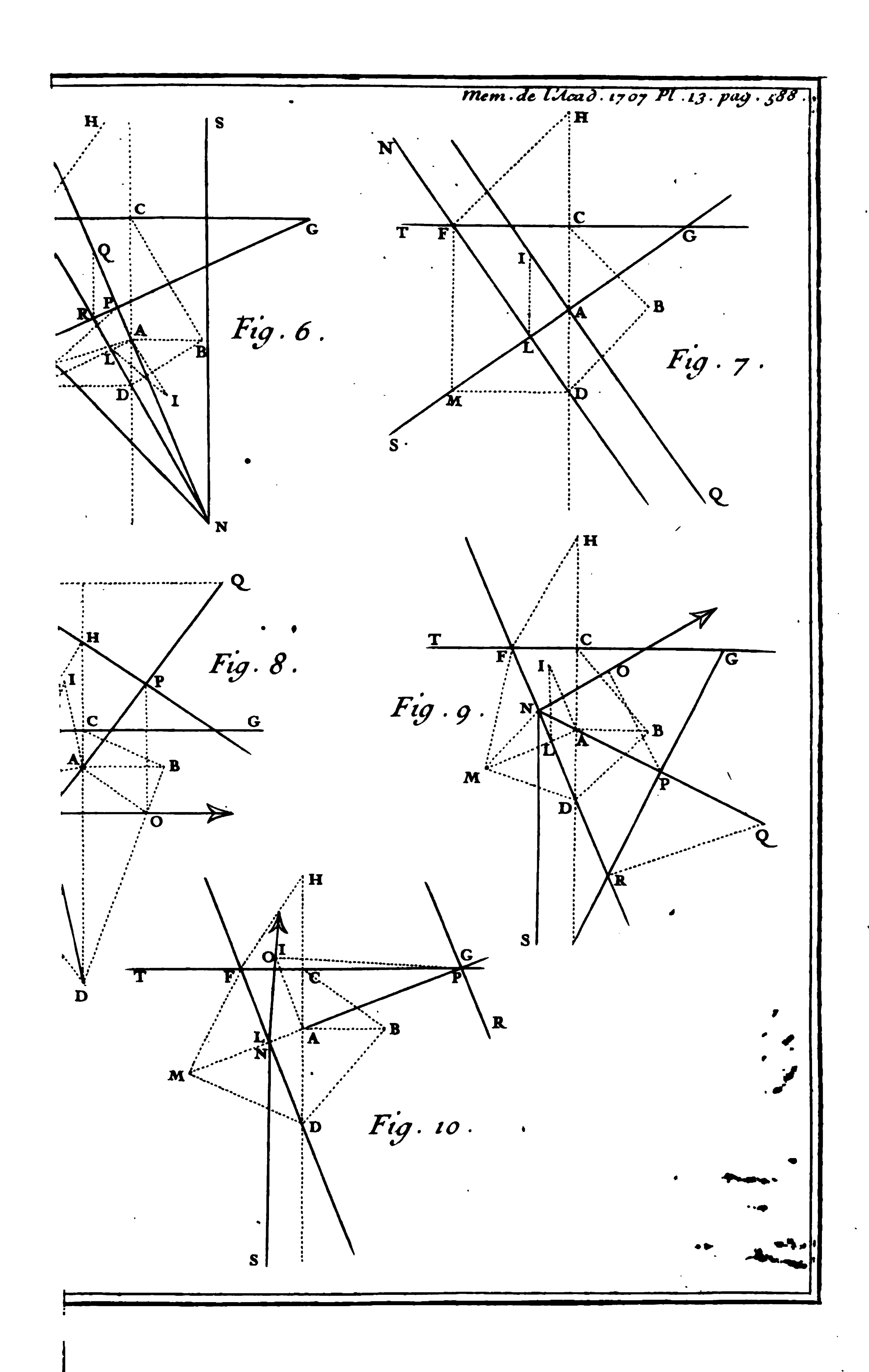
P*Ag*. 145. *lig*. 31. *HTO*, *lisez HIO*.
Pag. 146. *lig*. 23. *ASK* Fig. 2. *lisez ASk*.
Les demi-Ellipses qui se trouvent dans les Fig. 5, 6, & 7, qui appartiennent à ce Memoire, sont inutiles.

Fautes à corriger dans l'Histoire de 1706.

P*Ag*. 107. *lig*. 35. *au lieu de* 1632, *lisez* 1631.
Pag. 115. *effacez depuis le mot* jour *lig*. 16. *jusqu'à la ligne* 28.



A
B
C
G
D
A
Fig. 2.
B
H
D
G
P
C
F
N
M
A
B
N
P
C
Q
M
A
B
D
H
N
G
P
M
F
Fig. 4.
N
Fig. 5.
H
I
T
F
C
G
O
L
A
B
M
P
R
S
Q
D


Mem. de l'Acad. 1707 Pl. 13. pag. 588.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.









